

Manabu D. Yamanaka
Albert Sulaiman

Dinamika Meteorologi Tropis



Dinamika Meteorologi Tropis

Diterbitkan pertama pada 2026 oleh Penerbit BRIN

Tersedia untuk diunduh secara gratis: penerbit.brin.go.id



Buku ini di bawah lisensi Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International (CC BY-NC-SA 4.0).

Lisensi ini mengizinkan Anda untuk berbagi, mengopi, mendistribusikan, dan mentransmisi karya untuk penggunaan personal dan bukan tujuan komersial, dengan memberikan atribusi sesuai ketentuan. Karya turunan dan modifikasi harus menggunakan lisensi yang sama.

Informasi detail terkait lisensi CC BY-NC-SA 4.0 tersedia melalui tautan: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Manabu D. Yamanaka
Albert Sulaiman

Dinamika Meteorologi Tropis

Penerbit BRIN

© 2026 Pusat Riset Iklim dan Atmosfer
Badan Riset dan Inovasi Nasional

Katalog dalam Terbitan (KDT)

Dinamika Meteorologi Tropis/Albertus Sulaiman & Manabu D. Yamanaka–Jakarta: Penerbit
BRIN, 2026.

xxv + 429 hlm.; 14,8 × 21 cm

ISBN 978-602-6303-97-4 (*e-book*)

1. Meteorologi tropis
3. Sirkulasi atmosfer

2. Benua Maritim Indonesia (BMI)

551.510913

Editor Akuisisi	: Prapti Sasiwi
<i>Copy editor</i>	: Rahma Luthfia Cahyani
<i>Proofreader</i>	: Martinus Helmiawan
Penata isi	: Rahma Hilma Taslima
Desainer sampul	: Rahma Hilma Taslima

Edisi pertama : Agustus 2026



Diterbitkan oleh:

Penerbit BRIN, Anggota Ikapi
Direktorat Repositori, Multimedia, dan Penerbitan Ilmiah
Gedung B.J. Habibie, Jl. M.H. Thamrin No. 8,
Kb. Sirih, Kec. Menteng, Kota Jakarta Pusat,
Daerah Khusus Ibukota Jakarta 10340

Whatsapp: +62 811-1064-6770

E-mail: penerbit@brin.go.id

Website: penerbit.brin.go.id



PenerbitBRIN



@Penerbit_BRIN



@penerbit.brin

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR	ix
PENGANTAR PENERBIT	xv
KATA PENGANTAR	xvii
PRAKATA	xxi
Bab I Fenomena Dasar Atmosfer dan Laut Tropis	1
Bab II Hukum Kekekalan dan Persamaan Dasar.....	15
Bab III Struktur Atmosfer Vertikal (Keseimbangan Radiasi- Konveksi)	25
A. Keseimbangan Radiasi	26
B. Keseimbangan Radiasi-Konveksi.....	32
C. Efek Kelembaban	34
D. Koordinat <i>log-pressure</i>	36
Bab IV Sirkulasi Zonal dan Meridional	39
A. Angin Timuran	42

	B. Potensial Kekekalan Vortisitas dan Ketakstabilan Inersia	52
	C. Sirkulasi Hadley	56
	D. Sirkulasi Monsun	64
	E. Sirkulasi Brewer-Dobson	75
	F. Borneo Vortex	79
Bab V	Gelombang Ekuator	89
	A. Klasifikasi Gelombang di Fluida Bumi	89
	B. Gelombang Kelvin Ekuator	106
	D. Pola Matsuno-Gill	111
	E. Sirkulasi Zonal-Vertikal (Walker)	115
	F. Interaksi Atmosfer-Laut (ENSO dan IOD)	119
	G. Interaksi Gelombang-Aliran Rata-Rata: Quasi-biennial oscillation (QBO) and semi-annual oscillation (SAO)	129
	H. Osilasi Madden-Julian	137
	I. Gelombang Gravitasi	145
	J. Gelombang Gunung	155
	K. Gelombang Lembah	161
Bab VI	Konveksi: Mengapa Prediksi Curah Hujan di Tropis Sulit?..	165
	A. Sirkulasi Angin Darat-Laut (Konveksi Horizontal)	169
	B. Ketakstabilan Kondisional dan Awan (Konveksi Vertikal)	192
	C. Ketakstabilan Kondisional Macam Kedua dan Siklon Tropis	202
	D. Variasi Intramusiman	213
	E. Struktur Garis Badai di Tropis	224
Bab VII	Sirkulasi Angin Laut – Angin Darat	235
	A. Sirkulasi Umum	235
	B. Efek Topografi dan Angin <i>Background</i>	243
	C. Efek Nonlinier	252

Bab VIII Dinamika Nonlinier Atmosfer Ekuator.....	259
A. Ketakstabilan Nonlinier	260
B. Struktur Disipasi dan Teori Chaos	265
C. Gelombang Ekuator Nonlinier	280
D. Interaksi Udara-Laut	299
E. Interaksi Gelombang–Rata-Rata (<i>Mean–Waves Interaction</i>)	303
F. Gangguan Atmosfer sebagai Paket Gelombang (dan Pemblokiran Atmosfer).....	308
Bab IX Epilog.....	323
Apendiks	325
Glosarium	385
Daftar Pustaka	393
Biodata Penulis.....	421
Indeks	423

Daftar Gambar

Gambar 1.1	Dua gaya penggerak utama yaitu gravitasi dan radiasi.....3
Gambar 1.2	Variasi radiasi yang dipancarkan oleh planet Matahari. .5
Gambar 1.3	Keseimbangan energi dan water budget di permukaan Bumi7
Gambar 1.4	Perkembangan ilmu meteorologi.....9
Gambar 1.5	Proses geologi terkait perubahan daratan dan lautan9
Gambar 1.6	Letusan Gunung Krakatau.....10
Gambar 1.7	Diagram skematik fenomena utama atmosfer dan laut di BMI12
Gambar 1.8	Interaksi air tawar di lahan gambut dengan siklus global.12
Gambar 2.1	Gaya Coriolis akibat Bumi berputar.18
Gambar 2.2	Efek rotasi Bumi19
Gambar 2.3	Penguapan (evaporasi) menyebabkan atmosfer menjadi basah (<i>moisture</i>).22
Gambar 3.1	Awan konvektif merupakan ciri daerah tropis.26

Gambar 3.2	Pendekatan dua <i>stream</i> untuk atmosfer benda kelabu (tidak benar-benar hitam).....	28
Gambar 3.3	Profil temperature pada keseimbangan radiasi.....	29
Gambar 3.4	Observasi struktur vertikal atmosfer	31
Gambar 3.5	Peletakan dasar observasi radiosonde di wilayah tropis.....	31
Gambar 3.6	Profil temperatur vertikal atmosfer planet.....	33
Gambar 3.7	Gambaran skematik dari troposfer tropis dan efek Foehn	36
Gambar 4.1	Dekomposisi Reynold untuk kecepatan angin.....	39
Gambar 4.2	Keseimbangan geostropik, dan angin permukaan.....	44
Gambar 4.3	Distribusi meridional-vertikal (0–30 km).....	44
Gambar 4.4	Variasi musiman-vertikal angin zonal	45
Gambar 4.6	Variasi musiman meridional	48
Gambar 4.7	Distribusi meridional panas radiasi	48
Gambar 4.8	Distribusi awan di Bumi diamati oleh satelit meteorologi.....	50
Gambar 4.9	Distribusi benua Mesozoikum dan Kenozoikum Tersier	51
Gambar 4.10	Salah satu dari banyak teorema yang diturunkan oleh Helmholtz.....	54
Gambar 4.11	Penggambaran skematis dari sirkulasi umum.....	56
Gambar 4.12	Gambar skematis dari pemanasan dan torsi geser yang bekerja pada bidang meridional	57
Gambar 4.13	Astronom Inggris Halley dan peta distribusi angin.....	62
Gambar 4.14	Potensial kecepatan dan divergensi troposfer atas	65
Gambar 4.15	Siklus musiman lokasi ITCZ.....	68
Gambar 4.16	Variasi curah hujan rata-rata Pentad	69
Gambar 4.17	Pembalikan sistem muson Samudra Hindia.....	72
Gambar 4.18	Densitas ozon dan pendinginan radiasi	73
Gambar 4.19	Distribusi meridional suhu rata-rata zonal.....	74
Gambar 4.20	Sirkulasi meridional dalam rata-rata zona Euler.....	76
Gambar 4.21	Borneo Vortex sering diasosiasikan dengan cuaca buruk	81
Gambar 4.22	Urutan waktu	82

Gambar 4.23	Diagram konseptual yang menggambarkan peran mode atmosfer	87
Gambar 5.1	Konsep sederhana tentang deret Fourier, sembarang sinyal atau gangguan merupakan penjumlahan fungsi periodik	90
Gambar 5.2	Plot polinomial Hermite sebagai solusi meridional Persamaan (5.16).	97
Gambar 5.3	Diagram relasi dispersi gelombang perairan dangkal ekuator (Matsuno 1966) dengan struktur horizontal adalah gelombang inersia-gravitasi dan Rossby.	99
Gambar 5.4	Gelombang gravitasi internal (tanpa efek inersia (rotasi Bumi)	100
Gambar 5.5	Gelombang inersia-gravitasi	101
Gambar 5.6	Bentuk kutub dan ekuator dari tekanan dan pola angin	102
Gambar 5.7	Tekanan horizontal teoretis dan distribusi angin gelombang Rossby-gravitasi campuran.....	103
Gambar 5.8	Gelombang Kelvin pesisir dan ekuator	104
Gambar 5.9	Contoh gelombang Kelvin ekuator yang diplot dengan MATLAB, di mana amplitudo telah dinormalisasi.	108
Gambar 5.10	Pola sirkulasi stasioner yang disebabkan oleh hadirnya suku massa dan sink.....	113
Gambar 5.11	Sirkulasi Hadley dan Walker yang diasosiasikan dengan pola Gill-Matsuno.....	116
Gambar 5.12	Telekoneksi antara iklim dari tempat yang jauh.....	118
Gambar 5.13	El Niño dan La Niña	121
Gambar 5.14	Mode dipol samudra Hindia (IOD)	127
Gambar 5.15	<i>Groundwater</i> level gambut minimum lebih dulu daripada puncak El Nino.....	128
Gambar 5.16	Plot deret waktu Nino34, IoD, dan Nino34+IoD dalam diagram seperti Holmoller.....	129
Gambar 5.17	Angin zona rata-rata bulanan	134
Gambar 5.18	Mekanisme siklus QBO.....	135
Gambar 5.19	Komponen zonal (u) pada ketinggian 850 mb dan 150 mb di Pulau Canton dari Juli 1960 sampai Juni 1964.....	138

Gambar 5.20	Diagram Skematik.....	144
Gambar 5.21	Gelombang gravitasi atmosfer (<i>Acoustic/Atmospheric Gravity Waves</i> (AGW) mempunyai arah osilasi tegak lurus arah propagasi.....	147
Gambar 5.22	Kecepatan zonal dari gelombang gravitasi atmosfer linier.....	154
Gambar 5.23	Serangkaian Gelombang di Atmosfer	155
Gambar 5.24	Gelombang gunung dengan berbagai variasi bentuk topografi gunung,	160
Gambar 5.25	Solusi kecepatan zonal untuk gelombang lembah.....	163
Gambar 6.1	Skema dari perbandingan antara a) gaya horizontal, dan b) konveksi vertikal tak stabil (modifikasi dari Ogura 1997).	166
Gambar 6.2	Solusi utama dari persamaan yang mengatur konveksi.....	168
Gambar 6.3	Tampilan skematis.....	169
Gambar 6.4	Mekanisme siklus harian.	174
Gambar 6.5	<i>Streamline $\psi/(h^2\omega)$</i>	177
Gambar 6.6	Distribusi Geografis	180
Gambar 6.7	Siklus diurnal TRMM.....	181
Gambar 6.8	Siklus diurnal suhu puncak awan.....	182
Gambar 6.9	Variasi waktu zonal-lokal dari migrasi curah hujan siklus diurnal.....	183
Gambar 6.10	Siklus harian intensitas curah hujan.....	184
Gambar 6.11	Siklus harian intensitas curah hujan di sungai di Jawa Barat	185
Gambar 6.12	Prinsip (a) radar meteorologi dan (b) profiler angin (Fukao dan Hamazu, 2014), serta (c) yang disebut relasi Z-R untuk radar meteorologi (Fujiwara, 1965).	189
Gambar 6.13	Jaringan pengamatan yang digunakan dalam proyek JEPP-HARIMAU (2005-2010) dan SATREPS-MCCOE (2010–2014) (Yamanaka et al., 2008, 2017), kolaborasi susunan pelampung internasional (peta atas) dan radar operasional Indonesia (peta bawah; sekitar 2010).	190
Gambar 6.14	Gambar skematis tipikal awan konvektif mengenai (a) profil suhu (kurva tebal) dan (b) proses mikrofisika..	195

Gambar 6.15	Pengamatan perkembangan sistem awan konvektif....	200
Gambar 6.16	Gambar skematis dari (a) sirkulasi 'meridional' (sekunder) (Willoughby, 1999), dan (b) pemompaan Ekman (Pedlosky, 1979) dari siklon tropis.....	205
Gambar 6.17	Pengamatan profiler angin (radar MU)	206
Gambar 6.18	Siklon Tropis Dekat Khatulistiwa	212
Gambar 6.19	Lintasan ISV	214
Gambar 6.20	Gambar skematis Madden Julian oscillation (MJO)...	215
Gambar 6.21	Teori terjadinya <i>squall line</i>	225
Gambar 6.22	Observasi arah dan kecepatan angin saat terjadi garis badai.....	229
Gambar 6.23	Kecepatan zonal garis badai berdasarkan parameter di atas.	233
Gambar 7.1	Variasi arah dan kecepatan angin di Jakarta (Batavia)	236
Gambar 7.2	Sirkulasi <i>sea-breeze</i> ditandai dengan pergerakan awan hujan dari darat menuju laut pada malam menjelang pagi hari.	243
Gambar 7.3	Efek topografi terhadap sirkulasi <i>sea-breeze</i>	249
Gambar 7.4	Plot fungsi (Persamaan 7.53) dengan berbagai kecepatan <i>background</i>	251
Gambar 7.5	Isopleth dari vortisitas yang dihitung berdasarkan untuk solusi Persamaan (7.64).....	256
Gambar 8.1	Perilaku solusi persamaan-8 dimana v bebas adalah v	268
Gambar 8.2	Sensitivitas terhadap pemilihan nilai awal secara kualitatif diberikan oleh eksponen Lyapunov.....	270
Gambar 8.3	Sensitivitas solusi terhadap nilai awal.	270
Gambar 8.4	Sirkulasi atmosfer ekuator	271
Gambar 8.5	Aliran Non-Periodik.....	276
Gambar 8.6	Solusi soliton tunggal persamaan Nonlinear Schrodinger.....	284
Gambar 8.7	Propagasi gelombang ekuator Kelvin nonlinier yang diberikan oleh persamaan Schrodinger Nonlinier.....	285
Gambar 8.8	Gelombang Rossby nonlinier	290

Gambar 8.9	Penampakan soliton atmosfer dengan berbagai pengamatan	294
Gambar 8.10	Geometri model propagasi soliton di atmosfer.....	295
Gambar 8.11	ITCZ merupakan a) pita bertekanan rendah di sekitar ekuator, b) kehadiran ITCZ dicirikan dengan terbentuknya awan hujan.....	300
Gambar 8.12	a) Arus susur pantai (Revision World Networks Ltd.) dan b) interaksi angin zonal dan gelombang ekuator, keduanya adalah manifestasi <i>wave-mean interaction</i> ..	305
Gambar 8.13	a) Konsep paket gelombang, di mana gangguan bersifat lokal dan b) paket gelombang yang dinyatakan oleh Persamaan (8.20).....	311
Gambar 8.14	Geometri aliran barotropik dengan topografi datar....	313
Gambar 8.15	Simulasi pemblokiran atmosfer melalui mekanisme aliran rata-rata gelombang.....	317
Gambar 8.16	Pemblokiran paket gelombang akibat mekanisme konveksi dengan fungsi konveksi dinyatakan dalam $Q(X,T=\delta(X-X_\rho)\delta(Y-Y_\rho)$	321

PENGANTAR PENERBIT

Sebagai penerbit ilmiah, Penerbit BRIN mempunyai tanggung jawab untuk terus berupaya menyediakan terbitan ilmiah yang berkualitas. Upaya tersebut merupakan salah satu perwujudan tugas Penerbit BRIN untuk turut serta membangun sumber daya manusia unggul dan mencerdaskan kehidupan bangsa sebagaimana yang diamanatkan dalam pembukaan UUD 1945.

Buku ini membahas secara komprehensif fisika dan matematika atmosfer tropis, khususnya di kawasan Benua Maritim Indonesia. Pembahasan disusun secara sistematis mulai dari hukum kekekalan dan persamaan dasar fluida, struktur vertikal atmosfer (keseimbangan radiasi-konveksi), hingga sirkulasi zonal dan meridional seperti sirkulasi Hadley, Walker, Monsun, dan Brewer-Dobson. Buku ini juga mengupas secara mendalam dinamika gelombang ekuator (Kelvin, Rossby, MJO), fenomena Borneo Vortex, siklus diurnal, hingga dinamika nonlinier dan teori chaos.

Buku ini sangat cocok dibaca mahasiswa tingkat lanjut, dosen, peneliti muda, serta ilmuwan atau praktisi di bidang meteorologi, fisika atmosfer, sains iklim, dan oseanografi yang telah menguasai landasan dasar kalkulus dan mekanika fluida. Kami berharap hadirnya buku ini dapat menjadi referensi bacaan untuk menambah wawasan dan pengetahuan bagi seluruh pembaca. Akhir kata, kami mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu proses penerbitan buku ini.

Penerbit BRIN

KATA PENGANTAR

Ilmu fisika merupakan fondasi penting dalam memahami sistem alam yang kompleks di sekitar kita. Tanpa disadari oleh banyak orang, fisika sangat erat kaitannya dengan berbagai aspek kehidupan manusia sehari-hari. Salah satu penerapannya yang sangat nyata dan relevan adalah dalam memahami dinamika atmosfer dan laut, serta interaksinya dengan sistem iklim global yang sangat memengaruhi kehidupan di wilayah tropis seperti Indonesia.

Buku ini hadir sebagai sebuah kontribusi ilmiah yang sangat berarti karena membahas secara komprehensif fisika atmosfer tropis dengan pendekatan ilmu fisika yang mendalam. Fokus pada wilayah tropis menjadikan buku ini sangat relevan bagi Indonesia, yang secara geografis terletak di garis khatulistiwa dan berada pada posisi strategis dalam sistem iklim global, khususnya dalam fenomena, seperti El Niño, La Niña, dan dinamika Monsun Asia.

Lebih istimewa lagi, buku ini ditulis oleh penulis Indonesia bersama seorang peneliti senior asal Jepang yang telah mengabdikan lebih

dari empat dekade dalam penelitian iklim dan dinamika atmosfer di Indonesia. Kolaborasi ini mencerminkan semangat kerja sama internasional dalam dunia riset dan menjadi contoh nyata bagaimana kemitraan ilmiah jangka panjang dapat menghasilkan karya yang berdampak besar bagi pengembangan ilmu pengetahuan di Indonesia.

Sebagai buku pertama dalam bahasa Indonesia yang secara khusus membahas dinamika meteorologi tropis dengan penekanan pada proses fisika, saya yakin karya ini akan menjadi referensi penting bagi mahasiswa, dosen, peneliti muda, dan praktisi yang berkecimpung dalam kajian-kajian iklim, dinamika atmosfer, serta sistem bumi secara umum. Buku ini juga sejalan dengan visi BRIN untuk memperkuat literasi ilmiah dan mendorong kemandirian riset nasional, terutama dalam isu-isu strategis yang berdampak langsung terhadap pembangunan berkelanjutan.

Saya menyampaikan apresiasi setinggi-tingginya kepada para penulis atas dedikasi dan kontribusinya dalam menghadirkan buku ini. Semoga buku ini dapat menjadi inspirasi dan panduan bagi generasi muda Indonesia untuk terus mengembangkan ilmu pengetahuan dan teknologi demi masa depan bangsa yang lebih baik.

Jakarta,
Laksana Tri Handoko

“Yamanaka dan Sulaiman menyajikan pandangan yang unik dan komprehensif tentang prinsip dasar dinamik dan termodinamika atmosfer di Tropis. Buku ini dapat menjadi referensi umum yang sangat baik bagi mahasiswa tingkat lanjut dan para ilmuwan yang tertarik dengan sirkulasi tropis serta hubungannya dengan sistem iklim yang lebih luas.”

**Sandro W. Lubis, Pacific Northwest National Laboratory (PNNL),
USA.**

“Sudah lama dikenal bahwa sirkulasi laut dan atmosfer Indonesia memegang peranan penting dalam sirkulasi laut dan iklim dunia. Namun, baru pertama kali terbit buku yang komprehensif menerangkan dinamika meteorologi tropis dalam bahasa Indonesia. Oleh karena itu, buku ini merupakan referensi wajib bagi yang ingin mengetahui lebih mendalam tentang peranan dinamika atmosfer kita dalam sirkulasi iklim dunia.”

R. Dwi Susanto

University of Maryland, College Park, USA

“Buku yang telah ditulis dengan lengkap dan layak menjadi rujukan utama untuk bidang meteorologi tropis.”

Husin Alatas

Prof Fisika Non Linier dan Sistem Kompleks, IPB University

“Buku ini membahas secara komprehensif tentang atmosfer dan laut tropis serta dinamikanya yang kompleks. Mulai dari pemahaman tentang persamaan dasar dan hukum kekekalan, hingga eksplorasi struktur atmosfer secara vertikal, sirkulasi zonal dan meridional, gelombang atmosfer di kawasan ekuator, serta sirkulasi angin darat dan laut. Buku ini juga menyajikan pendekatan yang melibatkan ketidakstabilan nonlinier, teori chaos, dan gelombang nonlinier di kawasan ekuator. Dengan penjelasan yang jelas dan ilustrasi yang mendukung, buku ini akan membantu pembaca memahami secara komprehensif dan mendalam tentang fenomena dan proses yang terjadi di atmosfer tropis.”

Deni Septiadi

Kepala STMKG

“Buku ini merupakan puncak dedikasi seumur hidup Profesor Yamanaka terhadap meteorologi tropis di benua maritim Indonesia. Diselesaikan tepat sebelum wafatnya, buku ini mewujudkan komitmennya yang teguh terhadap penelitian ilmiah dan pendidikan. Ditulis dalam bahasa Indonesia untuk kepentingan mahasiswa dan peneliti muda setempat, buku ini merupakan bukti keyakinannya bahwa pengetahuan harus dibagikan dalam bahasa mereka yang mencarinya. Sebagai salah satu muridnya, saya dengan sepenuh hati merekomendasikan buku ini. Di dalam halaman-halamannya, tidak hanya terdapat wawasan ilmiah yang mendalam, tetapi juga kecintaan Profesor Yamanaka yang tak tergoyahkan kepada kaum muda Indonesia dan hasratnya terhadap wilayah yang ditelitinya secara mendalam.”

Shuichi Mori

Senior Scientis-JAMSTEC

PRAKATA

Benua Maritim Indonesia (BMI) adalah miniatur planet Bumi yang mempunyai ikatan erat antara daratan dan lautan. Tanpa BMI maka ekuator bumi akan menjadi “planet aqua” dengan permukaan rata di mana atmosfer dan lautan mengalir hampir secara zonal (timur-barat). Daratan dan lautan di atas Bumi mempunyai rasio luas 3:7 (mirip dengan rasio darat dan laut di BMI). Massa air di Samudra timur Pasifik mengalir ke arah utara (Kuroshio) yang merupakan manifestasi dari gelombang samudra khatulistiwa yang memengaruhi variasi antartahunan atmosfer-laut, seperti ENSO dan IOD, serta berdampak pada perpindahan sirkulasi Walker (sirkulasi atmosfer). Perubahan sirkulasi ini memengaruhi cuaca dan iklim di BMI, sedangkan perubahan dinamika atmosfer di BMI memengaruhi sirkulasi ekuator dan dunia. Ini proses umpan balik dan telekoneksi.

BMI terdiri dari banyak pulau besar/kecil dengan garis pantai yang sangat panjang, banyak selat sempit yang mengontrol sirkulasi lautan global (Pasifik hingga Hindia). Perbedaan kapasitas panas

daratan-laut di sepanjang garis pantai menghasilkan curah hujan terbesar di dunia dengan siklus diurnal. Siklus ini sangat dominan bahkan pada musim hujan. Pendinginan daratan yang disebabkan oleh hujan yang menyerupai alat penyiram membalikkan gradien suhu trans-pesisir sebelum matahari terbit. Proses-proses ini menyebabkan terjadinya pertukaran massa udara yang cepat antara daratan dan atmosfer, sebagai konsekuensi akan menghilangkan polutan udara lokal karena proses adveksi. Di lain pihak, pada tahun-tahun El Niño misalnya, suhu permukaan laut yang lebih dingin menekan curah hujan pagi hari di pesisir pantai, dan sering kali menyebabkan kabut yang menyebar dari daratan di sepanjang BMI.

Pemahaman dinamika atmosfer dan laut BMI menjadi sangat penting dan buku ini menyediakan landasan ilmu untuk memahami fenomena atmosfer di BMI. Penelitian di BMI sudah berkembang sangat pesat sejak dua dasawarsa yang lalu, di mana penelitian di bidang ini menjadi sangat maju termasuk kontribusi dari peneliti Indonesia. Suatu hal yang sangat membanggakan. Buku ini bukanlah rangkuman dari penelitian yang sudah ada, melainkan memberikan dasar pengetahuan dinamika yang dapat digunakan para mahasiswa atau peneliti junior untuk melakukan penelitian dinamika atmosfer di BMI dalam tingkat lanjut.

Buku ini terdiri dari delapan bab. Pada Bab 1, pembaca akan disajikan pengantar mengenai fenomena yang sering muncul di BMI, seperti *sea-breeze circulation*, ENSO, IOD, Borneo vortex, dan lain sebagainya. Konsep matematika mendasar dinamika atmosfer yang dinyatakan oleh persamaan kekekalan momentum, persamaan adveksi-difusi yang berlaku di ekuator dibahas secara mendalam pada Bab 2. Pemanasan Matahari yang intensif di BMI memberikan struktur vertikal atmosfer yang unik, di mana tidak hanya muncul dalam bentuk distribusi panas, tetapi juga kelembapan (air), hal ini disajikan pada Bab 3. Setelah memahami struktur vertikal atmosfer, selanjutnya akan dipelajari struktur horizontal dan gabungan keduanya yang dimanifestasikan dalam bentuk sirkulasi Hardley, Monsoon, dan lain sebagainya. Ini dijabarkan secara mendalam pada Bab 4. Tak

ada fenomena yang lebih penting selain gangguan yang menjalar atau disebut sebagai gelombang yang muncul di ekuator, seperti gelombang Kelvin, gelombang Rossby, dan lain sebagainya. Pembahasan ini disajikan pada Bab 5. Munculnya curah hujan di BMI yang mempunyai intensitas terbesar di dunia disajikan pada Bab 6, beserta interaksinya dengan fenomena yang lain seperti Madden-Julian Oscillation (MJO). Variasi diurnal yang muncul dalam bentuk sirkulasi angin laut-darat (*land sea-breeze circulation*) secara mendalam dibahas pada bab 7, baik model yang linier maupun nonlinier. Dikarenakan alam yang kompleks maka umumnya suatu fenomena akan muncul dalam bentuk dinamika nonlinier. Meskipun hal ini memiliki bentuk matematika yang rumit, penulis berusaha menyajikannya secara hati-hati pada Bab 8. Untuk dapat memahami konsep matematika dan fisika gelombang maka buku ini dilengkapi dengan Apendiks.

Sejauh ini hanya sedikit buku daras (*text books*) yang membahas tentang meteorologi teoretis, fisik, atau dinamis di wilayah tropis. Kebanyakan hanya menjelaskan tentang persoalan di lintang tinggi, seperti angin geostropik, siklon ekstratropis, serta front dan alat aplikasi praktisnya yang disebut peta cuaca. Isi buku ini pada awalnya disiapkan untuk rangkaian kuliah dua minggu yang dilaksanakan dalam “Kursus Pelatihan Ahli Jangka Pendek tentang Cuaca Peramalan I”, Japan International Collaboration Agency (JICA) - Departemen Meteorologi Sri Lanka, dengan judul “Meteorologi: Proyek Observasi, Prakiraan Cuaca, dan Diseminasi”, pada 21 November–1 Desember 2016 di Departemen Luar Negeri Sri Lanka. Pada awal februari 2020 tepat sebelum covid-19, saya dan Dr. Sulaiman melakukan studi lapangan di Pulau Bengkalis, dan saya meminta Dr. Sulaiman untuk menerjemahkan buku ini ke dalam bahasa Indonesia dengan harapan lebih banyak lagi ilmuwan Indonesia akan berkiper pada penelitian dinamika atmosfer BMI dalam tingkatan global. Kami berdua akhirnya merekonstruksi kembali dari naskah awal, dan disesuaikan dengan kebutuhan penelitian di BMI.

Segala sesuatu ada biayanya, begitu juga dengan buku ini. Pembaca akan dapat mengerti buku ini dengan mudah jika telah menguasai

dengan baik kalkulus dan mekanika fluida, karena buku ini bukanlah buku meteorologi deskriptif, melainkan lebih pada matematika meteorologi. Berbeda dengan buku dasar meteorologi lainnya, buku ini hanya dapat dimengerti dengan menurunkan semua perhitungan dan formulasinya. Untuk itu, pembaca harus menyediakan pensil dan kertas yang cukup banyak. Bumi dan alam semesta seisinya sebagai ciptaan Tuhan Yang Maha Esa memiliki kompleksitas yang tinggi sehingga tidak sepenuhnya dapat dipahami oleh nalar manusia. Akhir kata, semoga buku ini bermanfaat dan menambah khasanah ilmu pengetahuan Indonesia.

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Direktur Jenderal Lalith Chandrapala, Direktur K. H. S. M. Premalal, Direktur Athula K. Kurunanayake, Wakil Direktur Anusha R. Warnasuriya, dan Wakil Direktur J. M. S. P. Jayawardena atas keramahtamahan dan kerja samanya, serta kepada Pakar JICA Dr. Masahito Ishihara atas bimbingan, keramahtamahan, dan nasihatnya selama perkuliahan serta atas saran dan komentarnya dalam penulisan artikel ini. Pengajaran meteorologi tropis penulis telah dilakukan sebagai dosen dan profesor di Universitas Kyoto dan Universitas Kobe, ilmuwan senior di Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology (JAMSTEC) di Jepang, serta menjadi ilmuwan tamu di banyak universitas dan institut di Indonesia dan negara-negara Asia Tenggara lainnya. Khususnya penulis mengucapkan terima kasih kepada Dr. Fadli Syamsudin dari Badan Pengkajian dan Penerapan Teknologi (BPPT) Indonesia atas kolaborasi dan dukungannya selama “Hydrometeorological Array for IntraSeasonal Variability-Monsoon Automonitoring, Japan Program Promosi Sistem Pengamatan Bumi” (JEPP-HARIMAU, 2005–10, didanai oleh Kementerian Pendidikan, Kebudayaan, Olahraga, Sains dan Teknologi (MEXT) Jepang) dan “Studi Variabilitas Iklim dan Penerapan Masyarakat di Indonesia–Jepang COE Benua Maritim - Optimalisasi Jaringan Radar-Buoy untuk Prediksi Curah Hujan, Kemitraan Riset Sains dan Teknologi untuk Pembangunan Berkelanjutan” (SATREPS-MCCOE, 2009–14, didanai oleh Badan Sains dan Teknologi Jepang (JST) dan JICA).

Secara paralel, penulis telah menjadi dosen tamu di Universitas Udayana dan Universitas Yamaguchi sejak tahun 2007, atas bantuan dan nasihat dari mendiang Profesor Yasuhiro Sugimori, Profesor Tasuku Tanaka, dan Dr. Takahiro Osawa, penulis mengucapkan terima kasih. Kajian terhadap subjek yang berkaitan dengan isi artikel ini telah dikolaborasikan dengan banyak peneliti terutama di Jepang dan Indonesia. Secara khusus, penulis ingin mengucapkan terima kasih kepada mendiang Profesor Shoichiro Fukao, Profesor Jun Matsumoto, Dr. Hiroyuki Hashiguchi, Dr. Shuichi Mori, Dr. Wu Pei-Ming, Dr. Shin-Ya Ogino, Dr. Hamada Jun-Ichi, dan Dr. Kimpei Ichianagi. Dr. Mariko Ogawa (CSEAS Kyoto University), Profesor Osamu Kozan (CSEAS Kyoto University), Profesor Mitsuru Osaki (Hokkaido University), Profesor H. Takahashi (Hokkido University), Sandro W Lubis (PNNL-USA), Dr. Dwi Susanto (University of Maryland), Dr. Arief Darmawan (BRIN), Awaluddin (BRIN), dan Nurdiansyah (BRIN), kami mengucapkan banyak terima kasih.

Manabu D. Yamanaka
Albert Sulaiman

Bab I

Fenomena Dasar Atmosfer dan Laut Tropis

The equator, where both components of the Coriolis term in the shallow-water equations vanish, The equatorial zone is found to be a waveguide just as is a coastal region.

Andrian Gill.

Pemahaman kita tentang alam termasuk planet Bumi, pada awalnya dipelajari secara deskriptif dan bersifat lokal karena berkaitan dengan tanah dan langit melalui ilmu geografi dan astronomi (geodesi), dan kemudian dipahami secara teoretis menggunakan hukum fisika. Ilmuwan Yunani dan Romawi memelopori kategori pertama, antara lain Eratosthenes (c.275–c.194 SM), Hipparchus (c.190–c.120 SM), dan Ptolemaeus (c.AD 83–c.168). Mereka menyatakan bahwa rasi bintang *Tropic of Cancer* dan *Tropic of Capricorn* sebagai batas lintang utara dan selatan di atas Bumi, di mana Matahari dapat tiba di zenit pada titik balik matahari, atau Matahari di atas bola langit (lihat Bab IV, Bagian F.1). Daerah lintang rendah di sekitar khatulistiwa di antara kedua batas tadi, secara geografis disebut “tropis” dan tetap disebut dengan nama itu sampai zaman atau abad pelayaran besar (sekitar abad ke-17).

Banyak dari konsep dan teori dinamika atmosfer di lintang tinggi hampir tidak berguna di daerah tropis. Sebagai contoh, dalam buku

meteorologi lintang tinggi. Sering kita dengar istilah badai tropis, meskipun fenomena tersebut umumnya muncul di daerah subtropis dan sangat jarang terjadi di daerah tropis karena letaknya dekat dengan khatulistiwa (lihat Bab VI, Bagian C). Salah satu faktor utama yang membedakan daerah khatulistiwa atau lintang rendah dibandingkan dengan lintang tinggi adalah adanya energi matahari sangat intensif dan efek rotasi bumi atau gaya Coriolis hampir nol sehingga gerak konveksi pada bidang vertikal lebih penting daripada gerak vortisitas horizontal tak stabil yang umumnya dominan di wilayah lintang tinggi (Bab IV).

Kedua aspek tersebut masih banyak yang belum diketahui dan diteliti hingga sekarang. Di satu sisi, karena keterlambatan/keterbatasan pembentukan jaringan pengamatan di negara berkembang dan kondisi lautan yang lebih luas, menyebabkan pengembangan aspek deskripsi geografis masih diperlukan. Di sisi lain, selain fitur dinamis yang disebutkan di atas, interaksi antartahunan (*intra-seasonal*) dengan laut terbuka dan siklus hidrologi dengan hutan hujan tropis memerlukan pengetahuan tentang dinamika meteorologi tropis sebagai paradigma yang baru. Hal inilah yang menjadi motivasi utama penulis untuk menulis buku ini.

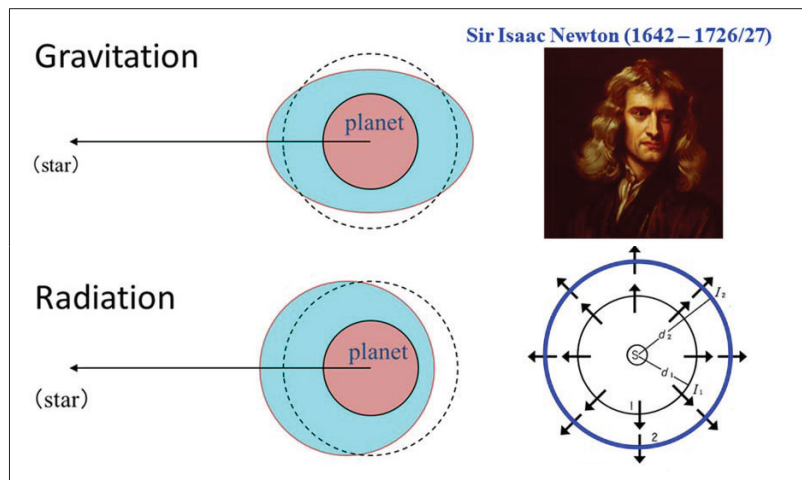
Kombinasi tanpa batas dari dua aspek (meteorologi lintang tinggi dan meteorologi tropis) juga diperlukan sejalan dengan berkembangnya inovasi kemampuan komputer terbaru, krisis lingkungan, dan perkembangan pengetahuan luar angkasa (dinamika matahari dan sinar kosmik). Sekarang para peneliti geografis mempelajari hasil keluaran model numerik dinamika atmosfer, dan fisikawan atmosfer mempelajari hasil monitoring geografis Bumi. Di sisi lain, beberapa prinsip fisika klasik yang biasanya digunakan pada subsistem (atmosfer, hidrosfer, dan lautan), serta pendekatan interdisipliner untuk studi iklim adalah pandangan yang optimistis dan menjanjikan. Deskripsi kuantitatif dan prediksi menggunakan matematika dan superkomputer sebagai alat kajian, akan memberikan hasil lebih efisien untuk kelestarian lingkungan dan bencana. Pada dasarnya, model cuaca atau iklim adalah solusi seperangkat persamaan diferensial dengan

komputer. Jadi, pengetahuan *boundary value problem* sangat fundamental dikuasai sebelum masuk ke model numerik secara umum, jika tidak maka kita hanya akan menjadi tak lebih dari operator *software*.

Gaya gerak utama dinamika atmosfer, yaitu gravitasi dan radiasi, mematuhi hukum kuadrat terbalik dari jarak (l):

$$F \sim \frac{1}{l^2} \quad (1.1)$$

Suatu konsep yang ditemukan oleh Sir Isaac Newton (Gambar 1.1), meskipun bentuk tampilan atau penerapan di Bumi sering kali berbeda. Sebagai contoh, gaya gravitasi Bulan/Matahari menghasilkan pasang surut di samudra dengan dua puncak per rotasi, dan gaya radiasi matahari menghasilkan pasang siang/malam atau pasang surut atmosfer dengan hanya satu puncak.



Ket. Kiri: Perbandingan skema dua jenis gaya pasang surut (kiri; yang terakhir adalah jarak antara radiasi bintang dan planet). Kanan atas: Potret Newton (<http://www.newton.ac.uk/about/artartefacts/newton-portrait>). Kanan bawah: Hukum kuadrat terbalik dari jarak untuk radiasi.

Gambar 1.1 Dua gaya pengerak utama yaitu gravitasi dan radiasi

Gravitasi bekerja antara dua benda dengan massa M dan m , akan mempunyai besar sebanding dengan massanya dan berbanding terbalik dengan kuadrat jarak antara dua benda tersebut yang ditulis sebagai,

$$F = -G \frac{Mm}{l^2} \quad (1.2)$$

di mana $G=6.6741 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ ($\text{m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$) adalah konstanta gravitasi universal dan tanda negatif menyatakan tarik-menarik. Jika kita substitusikan hukum Newton kedua, di mana gaya akibat percepatan gravitasi (g) adalah $F=-mg$, maka kita peroleh,

$$g = G \frac{M}{l^2} \quad (1.3)$$

dikenal dengan nama percepatan gravitasi. Jadi, percepatan gravitasi ditentukan oleh massa dan jari-jari suatu benda langit. Misalnya, Bumi dengan jari-jari $6.37 \times 10^6 \text{ m}$ dan massa $5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$ akan mempunyai percepatan gravitasi 9.82 m/s^2 . Sebagai contoh, kekuatan gravitasi antara Bulan ke Bumi dan Matahari ke Bumi menentukan kekuatan pasang surut laut.

Setiap benda di dunia ini akan memancarkan radiasi karena dalam bentuk radiasi elektromagnetik yang dinyatakan oleh hukum Plank sebagai berikut,

$$B_{\lambda}(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1 \right]} \quad (1.4)$$

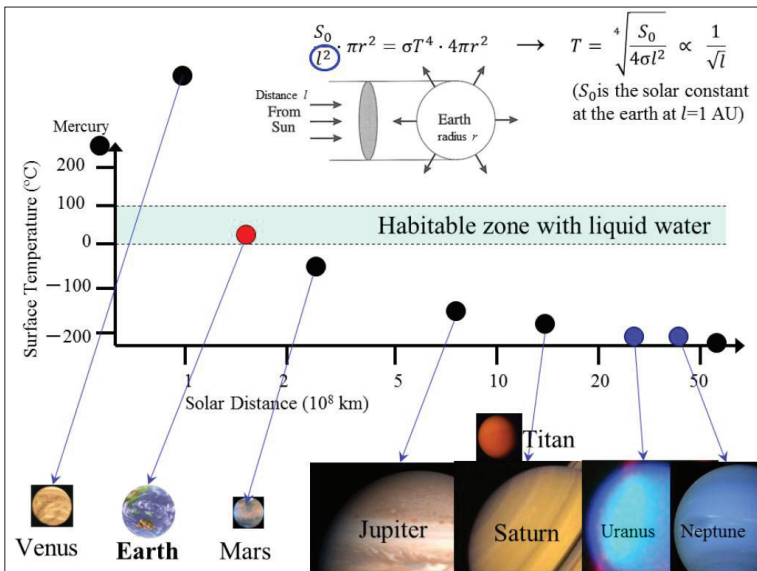
di mana $h=6.6261 \times 10^{-34} \text{ Js}$ ($\text{m}^2 \text{ kg/s}$) dinamakan konstanta Plank dan $k=1.3806 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ dinamakan konstanta Boltzmann, $c=2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$ adalah kecepatan cahaya di vakum, T adalah temperatur permukaan benda (Kelvin), dan λ adalah panjang gelombang elektromagnetik (m). Untuk permukaan sebuah bola maka radiasi oleh seluruh permukaan sebuah bola adalah

$$B(T) = \int_{2\pi}^{\infty} B_{\lambda}(T) d\omega = \sigma T^4, \quad \sigma \equiv \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} \quad (1.5)$$

di mana σ adalah konstanta Stefan-Boltzmann. Jika kita deferensialkan terhadap panjang gelombang pers-5 maka kita peroleh,

$$\frac{\partial B}{\partial \lambda} = 0, \quad \left(5 - \frac{hc}{k\lambda T}\right) e^{hc/k\lambda T} = 5, \quad \lambda T = 2857 [\mu m K] \quad (1.6)$$

yang dikenal dengan nama hukum pergeseran Wien. Sebagai contoh, permukaan Matahari dengan temperatur 5800 K akan memancarkan radiasi dengan panjang gelombang $0.5 \mu m$, sedangkan permukaan Bumi dengan temperatur $15^\circ C = 288 K$ akan memancarkan radiasi dengan panjang gelombang $10 \mu m$.

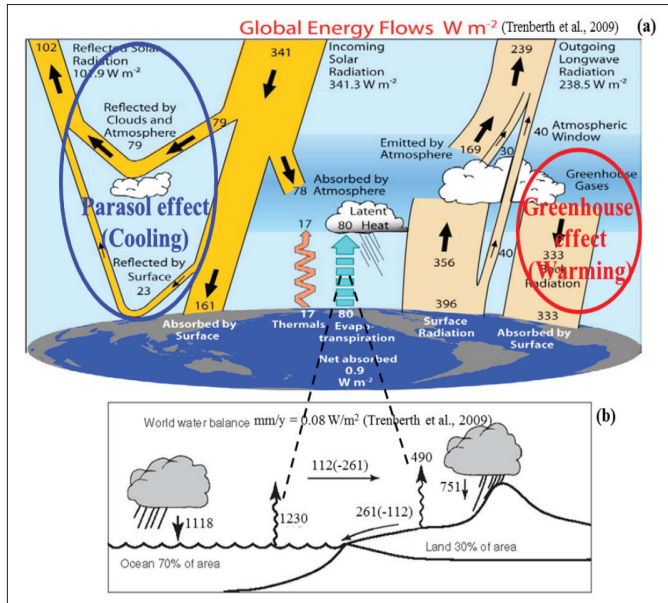


Gambar 1.2 Variasi radiasi yang dipancarkan oleh planet Matahari.

Dengan menggunakan hukum kuadrat terbalik maka fluk radiasi Matahari akan diberikan oleh S_0/l^2 di mana $S_0=1.366 \times 10^3 \text{ W/m}^2$ dinamakan konstanta Matahari dan l adalah jarak permukaan Bumi ke Matahari dalam satuan astronomi ($\text{AU}=l_{\text{ES}}=1.496 \times 10^{11} \text{ m}$). Energi radiasi datang per satuan waktu pada suatu planet dengan radius r dan jarak l diberikan oleh S_0/l^2 dikalikan dengan penampang area πr^2 dengan radiasi benda hitam dinyatakan oleh σT^4 dikalikan dengan luas permukaan suatu planet $4\pi r^2$ maka hukum keseimbangan radiasi dan energi yang diemisikan dinyatakan oleh,

$$\frac{S_0}{l^2} \pi r^2 = \sigma T^4 4\pi r^2 \quad \Rightarrow \quad T = \left[\frac{S_0 (1-A)}{4\sigma l^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (1.7)$$

di mana A adalah albedo atau disebut sebagai efek parasol (payung) untuk radasi datang Matahari. Pers 6 menyatakan bahwa temperatur permukaan planet (radiasi benda hitam) akan berbanding terbalik dengan akar jaraknya ke Matahari. Secara teoritik, maka permukaan Bumi akan memiliki temperatur $T=278 \text{ K}$ atau 5°C , tetapi kenyataannya, temperatur permukaan Bumi rata-rata adalah 27°C atau 300 K , kelebihan panas ini disebabkan oleh adanya efek gas rumah kaca (payung). Jadi, gas rumah kaca berperan dalam menjaga kondisi Bumi tetap hangat. Hal ini terjadi karena permukaan Bumi dilindungi oleh Atmosfer melalui proses yang sangat kompleks. Meskipun prosesnya kompleks, tetapi ada dua hal yang harus selalu seimbang, yaitu energi dan air. Proses tersebut ditunjukkan dalam Gambar 1.3.



Ket.: a) Keseimbangan energi dan b) *water budget* di permukaan Bumi

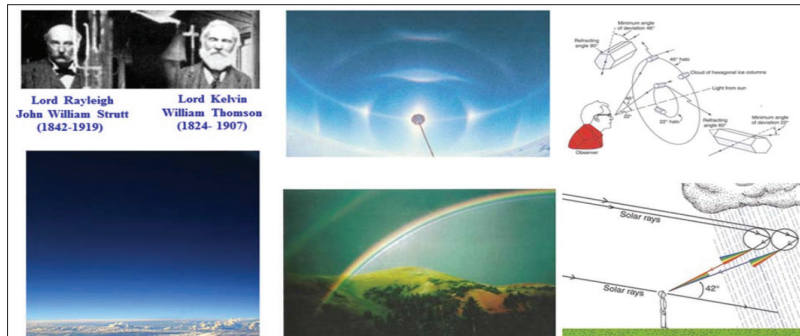
Sumber: Trenberth et al., 2009, IPCC reports

Gambar 1.3 Keseimbangan energi dan *water budget* di permukaan Bumi

Siklus air melingkupi semua permukaan Bumi, mulai dari lautan, atmosfer, dan daratan dengan perubahan fase yang sangat aktif, seperti proses penguapan (dari daratan dan lautan) dan kondensasi (pembangkitan awan di atmosfer). Uap air termasuk material penyumbang gas rumah kaca dan awan memberikan efek payung. Singkatnya, air terkait dengan pemanasan dan pendinginan. Bumi hanyalah satu planet kritis dalam apa yang disebut “zona layak huni” dengan fluida melingkupinya. Daerah tropis adalah wilayah utama siklus air (perangkap dingin tropopause, pembentukan awan, dan curah hujan). Dengan kata lain, wilayah tropis terutama Benua Maritim Indonesia (BMI) merupakan motor bakar penggerak iklim di Bumi (lihat Gambar 1.4).

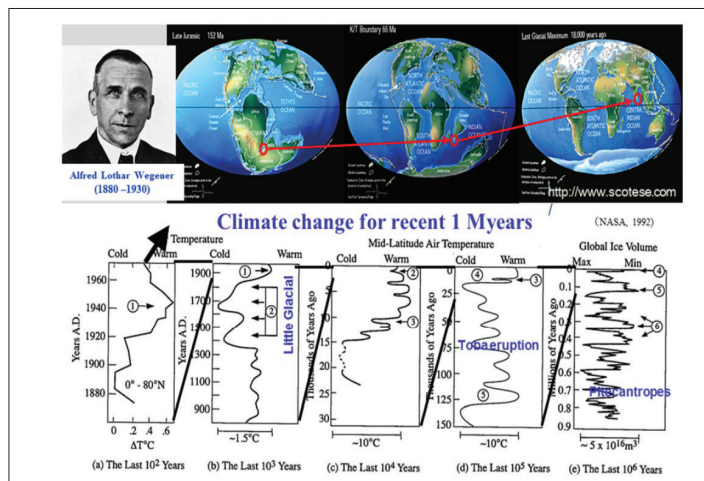
Manusia muncul baru-baru ini sekitar 5 juta tahun yang lalu. Sepanjang sejarah Bumi, sebagian besar iklim berubah, misalnya karena gerakan astronomi Bumi (presesi, perubahan miring, dan eksentrisitas), lempeng tektonik menyebabkan perpindahan benua dan samudra serta letusan gunung berapi (lihat Gambar 1.5). Perubahan bentuk daratan dan lautan akan memengaruhi siklus air sehingga cuaca dan iklim berubah. Kemiringan poros Bumi berhubungan langsung ke garis lintang tropis (siklus Milankovic), lempeng tektonik dan gunung berapi telah membuat kondisi geografis yang khas, seperti munculnya benua maritim. Letusan gunung berapi dapat menyebabkan pendinginan/pemanasan efek payung seperti beberapa abad terakhir, dan situasi ini sangat bergantung pada sirkulasi umum tropis, tidak hanya di troposfer tetapi juga di stratosfer (lihat Gambar 1.6). Fakta bahwa kurangnya pemahaman meteorologi yang memadai di wilayah tropis, yang mencakup sekitar setengah permukaan bumi merupakan salah satu faktor utama dalam kesulitan memahami dan memprediksi iklim global Bumi.

Apa yang disebut peningkatan kapasitas (*capacity building*) dalam kerja sama internasional biasanya dianggap sebagai negara maju mentransfer pengetahuan/teknologi mereka ke negara berkembang. Sayangnya, di wilayah tropis tidak terdapat negara maju sehingga pemahaman dinamika meteorologi tropis terkendala terkait kehadiran monitoring. Hal ini menjadi tantangan bagi ilmu pengetahuan secara umum. Di pihak lain, hal ini menjadi keunggulan komparatif bagi negara tropis.



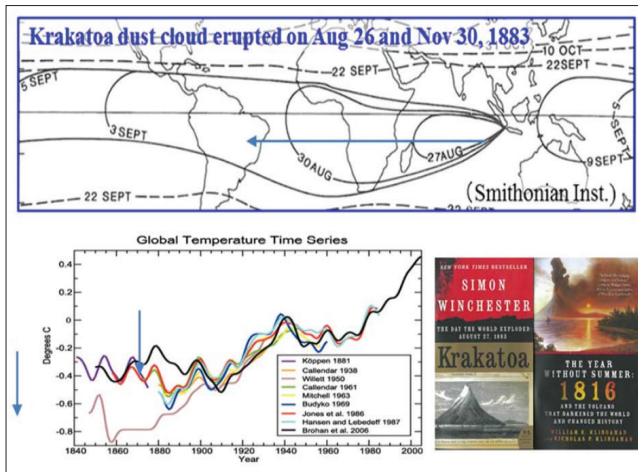
Ket.: Perkembangan ilmu meteorologi tidak terlepas dari peran fisikawan dalam memahami alam sekitarnya. Dua fisikawan dari Inggris, anggota ilmuwan kerajaan (Royal Society) Reyleigh memberikan pemahaman tentang dinamika atmosfer dan Kelvin memberikan pemahaman tentang sifat optis atmosfer dan temperatur Bumi.

Gambar 1.4 Perkembangan ilmu meteorologi



Ket.: Proses geologi terkait perubahan daratan dan lautan memegang peranan penting dalam iklim di Bumi. Teori lempeng tektonik dikemukakan oleh naturalis Jerman Alfred Wegener, beliau meninggal di Kutub Selatan, dan jasadnya tidak pernah ditemukan.

Gambar 1.5 Proses geologi terkait perubahan daratan dan lautan



Ket.: Letusan Gunung Krakatau memberikan dampak secara global, yaitu pendinginan suhu Bumi.

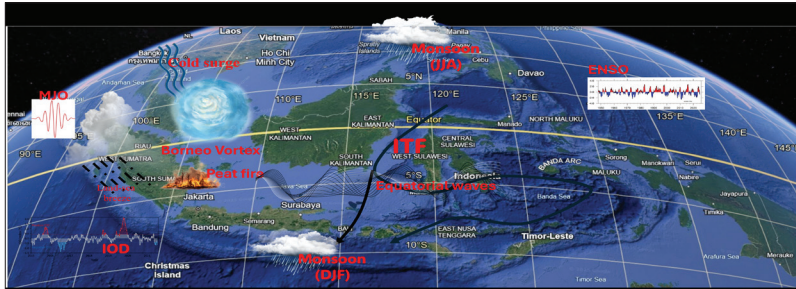
Gambar 1.6 Letusan Gunung Krakatau

Dalam dua dasawarsa terakhir ini telah terjadi lonjakan pengetahuan tentang BMI yang diilustrasikan pada Gambar 1.7. Mulai dari fenomena lokal seperti *land-sea breeze* dan interaksinya dengan sistem yang lebih besar, seperti *cold surge*, MJO, Borneo vortex, serta interaksi dengan sistem global ENSO, *Monsoon*, *Indonesia Troughflow*, dan dispersi aerosol (kebakaran hutan dan industri). BMI adalah salah satu sumber aerosol antropogenik terbesar di dunia karena polusi dan pembakaran biomassa terutama di wilayah lahan gambut. Aerosol yang dilepaskan berinteraksi dengan konveksi global pada rentang skala waktu yang luas dan menyebabkan variasi dalam distribusi air tawar di laut bagian atas. Variasi ini diperparah oleh efek pencampuran yang didorong oleh angin dan pasang surut di laut BMI yang memengaruhi suhu permukaan laut (SST) dan memberi umpan balik ke atmosfer. Sirkulasi Walker yang naik di atas IMC mengendalikan musim hujan di seluruh Asia, El Niño-Southern Oscillation (Bjerknes, 1969) dan

Dipole Samudra Hindia (Saji et al., 1999). Secara umum, peristiwa El Niño akan bertepatan (meskipun tidak selalu) dengan peristiwa IOD+, sedangkan peristiwa La Niña bertepatan dengan peristiwa IOD-. Efek ini memberikan dampak pada BMI yang berperan sebagai tuan rumah bagi pusat konvektif ekuatorial terkuat yang mendorong sirkulasi tropis global. Jadi pada dasarnya, terjadi fenomena umpan balik antara dinamika di BMI dengan sirkulasi global.

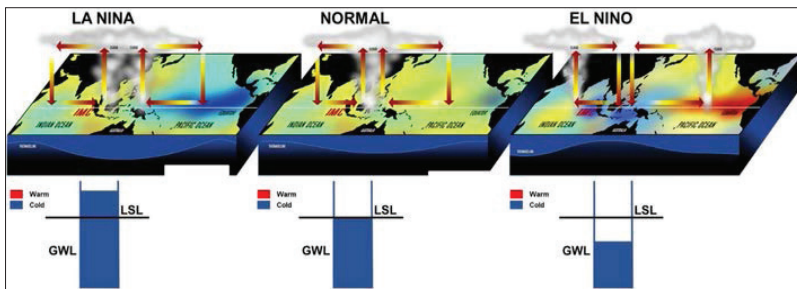
BMI juga menjadi rumah dari sistem air tawar yang sangat besar yang terkandung di lahan gambut (sepanjang pesisir timur Sumatra, pesisir selatan Kalimantan, dan pesisir barat Papua). Interaksi atmosfer laut yang melibatkan sistem ini penting karena mengendalikan siklus air dan karbon global serta variabilitas cuaca-iklim. Tidak ada tempat lain di Bumi yang proses konvektifnya lebih penting bagi sistem cuaca-iklim global daripada wilayah IMC. Tata letak geografisnya tidak seperti tempat lain di Bumi. Ini adalah perbatasan terakhir di daerah tropis dan dapat memberikan banyak penelitian internasional baru. Misalnya, bagaimana fenomena laut-atmosfer ini memengaruhi kelembapan tanah dan peran kelembapan tanah pada interaksi darat-laut-udara di IMC belum dipahami dengan baik.

Kepulauan Indonesia di sepanjang jalur khatulistiwa dan interaksi udara-laut di atas BMI berdampak langsung pada sirkulasi laut global dan iklim melalui telekoneksi atmosfer dan samudra. Dalam siklus air di wilayah tersebut, panas laten dari tanah berkontribusi ke atmosfer melalui proses presipitasi awan yang menciptakan hubungan langsung antara iklim daratan dan lautan (Yamanaka, 2016). BMI menghasilkan awan konvektif dan curah hujan paling aktif di Bumi dengan curah hujan rata-rata sekitar 2700 mm per tahun (Matsumoto et al., 2017; Yamanaka et al., 2018) diikuti oleh Amerika Tengah. Karena mekanisme paling dominan dari pembentukan awan konvektif adalah siklus diurnal yang disebabkan oleh kontras suhu daratan-laut, setiap perubahan suhu daratan lokal dan suhu permukaan laut akibat El Niño dan IOD berdampak pada curah hujan di atas lahan gambut IMC dengan reservoir air yang besar. Dengan demikian, perubahan kecil di wilayah IMC dapat memiliki dampak yang lebih besar pada sirkulasi global dan iklim (Yamanaka, 2016; 2020).



Ket.: Diagram skematik fenomena utama atmosfer dan laut di BMI di mana fenomena utama *land-sea breeze*, *cold surge*, MJO, Borneo vortex, ENSO, *monsoon*, *Indonesia Troughflow*, dispersi aerosol, dan lain sebagainya (modifikasi dari Yoneyama dan Zhang, Year of Maritime Continent, GRL, 47(12), (2020)).

Gambar 1.7 Diagram skematik fenomena utama atmosfer dan laut di BMI



Ket.: Kondisi laut dan sirkulasi atmosfer tropis (sirkulasi Walker) selama tahun-tahun netral, La Niña, dan El Niño di wilayah Indo-Pasifik. Selama tahun netral dan La Niña, IMC adalah pusat konveksi, kedalaman termoklin lebih dalam, dan anomali suhu permukaan laut (SSTA) lebih hangat. Di sisi lain, selama tahun El Niño, IMC adalah divergensi, termoklin lebih dangkal, dan SSTA yang lebih dingin. GWL adalah air tanah gambut, dan LSL adalah muka tanah gambut.

Sumber: Sulaiman *et.al.*, 2023

Gambar 1.8 Interaksi air tawar di lahan gambut dengan siklus global.

Diketahui bahwa kondisi iklim ekstrem, seperti El Niño dan Indian Ocean Dipole (IOD+) menyebabkan kekeringan berkepan-

jangan di lahan gambut tropis Indonesia. Fenomena iklim ekstrem ini menyebabkan muka air tanah (GWL) turun, dan berakibat pada melimpahnya lahan gambut yang rawan kebakaran. Namun, pengukuran GWL selama 27 tahun di hutan gambut Kalimantan Tengah menunjukkan bahwa GWL terendah terjadi beberapa minggu sebelum super El Niño dan setelah IOD+ mencapai puncaknya masing-masing. SST turun karena angin timur yang tidak normal di sepanjang Jawa-Sumatra bagian selatan, yang terjadi beberapa minggu sebelum GWL turun ke nilai terendah (Sulaiman et al., 2023). Oleh karena itu, interaksi daratan-lautan-atmosfer di wilayah Indo-Pasifik dapat digunakan sebagai sinyal peringatan akan terjadinya super El Niño dan peristiwa IOD+ ekstrem serta mengarah pada tindakan pencegahan kekeringan. Namun, pemantauan *in situ* yang berkelanjutan terhadap fase IOD dan ENSO sangat mahal dan menantang secara logistik. Oleh karena itu, diperlukan proksi untuk memantau dan memprediksi fenomena laut dan iklim ini (lihat Gambar 1.8).

Bab II

Hukum Kekekalan dan Persamaan Dasar

Pada hakikatnya, gerak di atmosfer Bumi diatur oleh hukum tentang gerak yang telah dirumuskan pada abad ke-17 oleh fisikawan Inggris Sir Isaac Newton. Pada awalnya, Newton bermimpi untuk dapat memahami bagaimana alam semesta berkerja, mulai dari gerakan Bumi, Bulan, dan Matahari hingga semua gerak di sekeliling kita. Pada suatu saat, Kota London terkena wabah Pes sehingga Newton harus mengungsi di kampung halamannya, yaitu sebuah kota kecil di luar London. Konon katanya, penemuan ini terjadi saat dia sedang duduk di bawah pohon apel dan sebuah apel jatuh menimpa kepalanya. Cerita ini belum tentu kebenarannya. Terlepas dari benar tidaknya cerita itu, yang jelas hukum tentang gerak telah dirumuskan, yaitu suatu benda dapat bergerak karena ada gaya yang bekerja kepadanya. Gerakan benda ditandai dengan perubahan posisi dan kecepatan yang dinamakan percepatan. Gaya yang bekerja pada benda akan di transformasikan menjadi percepatan benda dan sebanding dengan massa benda tadi yang dirumuskan oleh rumus yang sederhana,

$$m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i \quad (2.1)$$

di mana $a=dv/dt=d^2x/dt^2$. Rumus 2.1 hanya berlaku untuk partikel titik sehingga kita selalu berurusan dengan posisi suatu partikel atau titik. Dalam atmosfer, maka kita berurusan dengan fluida atau medium kontinu sehingga tidak tepat jika kita berurusan dengan suatu titik atau posisi. Dalam suatu fluida, yang diukur adalah kecepatan sehingga percepatan akan dinyatakan dalam $a=dv/dt$. Dikarenakan kecepatan adalah fungsi kontinu serta fungsi dari ruang dan waktu (x,y,z,t), maka menurut Kalkulus, definisi dari diferensial total dari v adalah,

$$dv(x,y,z,t) = \frac{\partial v}{\partial t} dt + \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz, \quad (2.2)$$

maka dv/dt akan menjadi,

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{dz}{dt} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} u + \frac{\partial v}{\partial y} v + \frac{\partial v}{\partial z} w, \quad (2.3)$$

dalam notasi vektor maka dituliskan,

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v}, \quad \vec{v} = (u, v, w) = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}, \quad \nabla = \hat{i} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{j} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{k} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (2.4)$$

Dalam meteorologi kecepatan, u dinamakan kecepatan dalam arah zonal (timur-barat), v kecepatan dalam arah meridional (utara-selatan), dan w adalah kecepatan dalam arah vertikal. Pertanyaan selanjutnya, gaya apa yang bekerja di atmosfer? Pertama, karena Bumi berputar dan bulat maka pemanasan Matahari di permukaan Bumi tidak merata sehingga memberikan beda tekanan yang menjadi gaya penggerak atmosfer Bumi. Kedua, dikarenakan atmosfer atau laut merupakan fluida dan memiliki gaya gesek maka gaya ini berperan dalam gerak atmosfer dan laut. Terakhir, yang sangat penting adalah gravitasi Bumi.

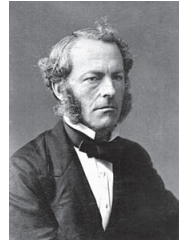
Dikerenakan atmosfer medium kontinu maka massa (m) akan menjadi densitas (ρ). Jadi, persamaan Newton 2 akan menjadi,

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{v} - \vec{g}. \quad (2.5)$$

Ini yang kita kenal dengan nama persamaan Navier-Stokes yang menyatakan hukum kekekalan momentum untuk fluida.



Claude Louis Navier, *engineer* dan fisikawan Prancis, lahir pada tahun 1785. Mendapatkan pendidikan dari Ecole Nationale des Pont et Chaussées. Sebagai ilmuwan, dia anggota dari dewan ilmu pengetahuan Prancis dan menyumbang banyak temuan dalam teori elastisitas dan mekanika medium kontinu. Sebagai seorang engineer, dia telah membangun banyak gedung dan jembatan.



Sir George Gabriel Stokes, fisikawan dan matematikawan Anglo-Irlandia. Lahir pada tahun 1819. Stokes menghabiskan seluruh kariernya di Universitas Cambridge, di mana dia menjadi Profesor Matematika. Sebagai seorang fisikawan, Stokes memberikan kontribusi penting untuk mekanika fluida. Sebagai ahli matematika, dia memopulerkan “teorema Stokes” dalam kalkulus vektor dan berkontribusi pada teori ekspansi asimtotik

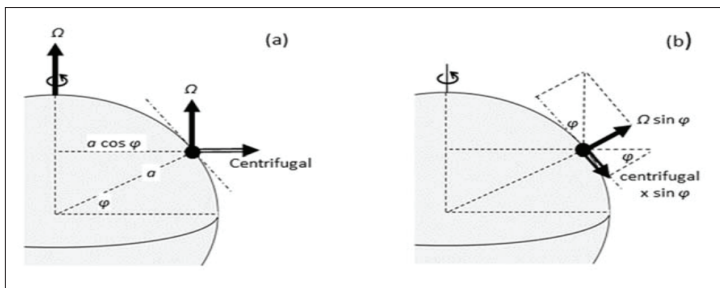
Kita akan mempelajari kelak penerapan persamaan Navier-Stokes untuk dinamika atmosfer ekuator. Atmosfer kita merupakan fluida yang mengelilingi Bumi, yang berbentuk bola dan berputar sehingga elemen fluida di atmosfer akan merasakan gaya akibat sistem kerangka

inersia yang berputar, yaitu gaya sentrifugal dan gaya Coriolis. Gaya sentrifugal akan ditahan oleh gaya gravitasi sehingga umumnya kita tidak merasakannya. Sementara itu, gaya Coriolis akan membelokkan angin ke arah kanan di Bumi bagian utara dan membelokkan angin ke kiri di Bumi bagian selatan. Dengan hadirnya gaya Coriolis ini maka persamaan Navier-Stokes menjadi,

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} + \vec{f} \times \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \vec{v} - \vec{g}, \quad (2.6)$$

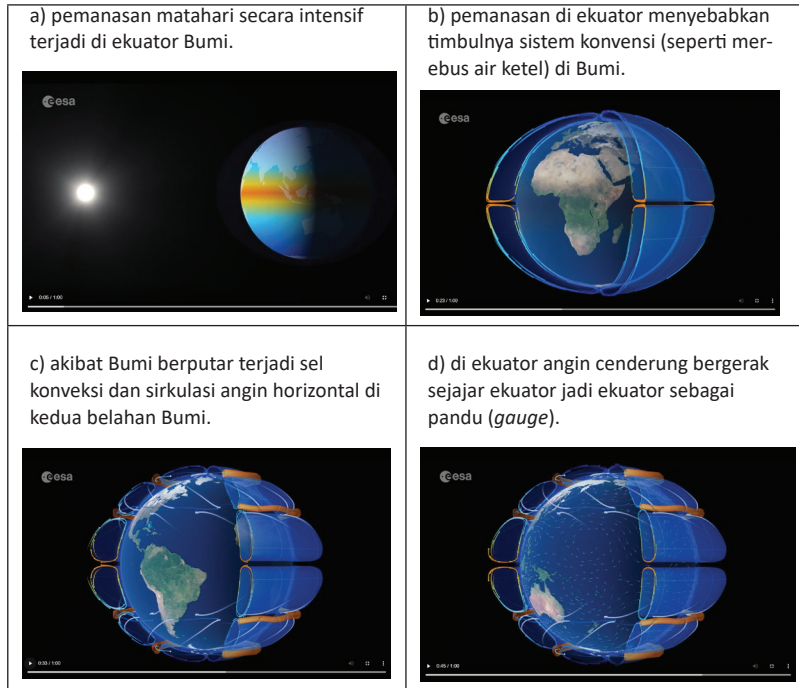
di mana $f=2\omega \sin\varphi$, di mana f dinamakan parameter koriolis, ω adalah kecepatan angular rotasi Bumi dan φ adalah lintang. Dari Gambar 2.1 terlihat bahwa di ekuator maka φ sehingga $f=0$ yang menyatakan bahwa di ekuator, manusia tidak merasakan gaya Coriolis. Hal ini lah yang menyebabkan di ekuator masih terdapat pandangan yang meyakini bahwa Bumi berbentuk datar.

Pada saat sampai di ekuator, maka $\varphi=0$ sehingga $f=2\omega \sin(0)=0$, dengan demikian, apakah suku ketiga Persamaan (2.6) akan hilang? Ternyata tidak. Pada saat angin atau arus laut dari lintang tinggi menuju ekuator maka dia akan cenderung bergerak sepanjang ekuator. Jadi, ekuator sebagai pandu (*gauge*) yang menyebabkan angin mengikutinya.



Ket.: (a) Gaya sentrifugal dihasilkan oleh rotasi, dan (b) gaya sentrifugal horizontal dihasilkan oleh rotasi vertikal.

Gambar 2.1 Gaya Coriolis akibat Bumi berputar.



Sumber: https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Videos/2018/06/Earth_s_wind_system.

Gambar 2.2 Efek rotasi Bumi

Pada saat mendekati ekuator maka angin yang merasakan bola Bumi tersebut seolah menjadi masuk ke wilayah yang datar karena gaya Coriolis mengecil. Gaya Coriolis (gaya putar) ini sebenarnya tidak benar-benar hilang karena angin akan mengikuti rotasi Bumi, tetapi dia bergerak sejajar ekuator. Secara matematik, kita harus mengekspansi suatu fungsi di sekitar sebuah titik, katakanlah $x=a$ dalam ekspansi Taylor sebagai berikut,

$$f(x) = f(a) + \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=a} (x-a) + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x=a} (x-a)^2 + \frac{1}{3!} \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_{x=a} (x-a)^3 + \dots \quad (2.7)$$

Dengan deret Taylor di atas maka jika kita ekspansi fungsi Coriolis f di sekitar titik $\varphi=\varphi_0$ maka kita peroleh,

$$f = 2\omega \sin \varphi = 2\omega \sin \varphi_0 + 2\omega \left. \frac{d \sin \varphi}{d \varphi} \right|_{\varphi=\varphi_0} (\varphi - \varphi_0) + \frac{2\omega}{2!} \left. \frac{d^2 \sin \varphi}{d \varphi^2} \right|_{\varphi=\varphi_0} (\varphi - \varphi_0)^2 + \dots \quad (2.8)$$

Gunakan sampai pangkat dua saja, diperoleh,

$$f = 2\omega \sin \varphi = 2\omega \sin \varphi_0 + 2\omega \cos \varphi_0 (\varphi - \varphi_0) \quad (2.9)$$

Jika kita sisipkan konstanta R jari-jari Bumi di suku kedua maka diperoleh,

$$f = 2\omega \sin \varphi = 2\omega \sin \varphi_0 + \frac{2\omega \cos \varphi_0}{R} R(\varphi - \varphi_0) \quad (2.10)$$

Persamaan ini dapat kita tulis menjadi,

$$f = f_0 + \beta y \quad , \quad f_0 = 2\omega \sin \varphi_0, \quad \beta = \frac{2\omega \cos \varphi_0}{R}, \quad y = R(\varphi - \varphi_0) \quad (2.11)$$

Ingat bahwa y adalah transformasi dari koordinat bola (Bumi bulat) ke koordinat meridional (kartesian). Dalam notasi vektor gaya Coriolis adalah,

$$f = (f_0 + \beta y) \hat{k} \quad (2.12)$$

di mana $\hat{k}$ adalah vektor satuan dalam arah vertikal (z). Dengan kondisi ini maka persamaan gerak angin dalam bidang ekuator atau bidang beta menjadi,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \beta y v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \beta y u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + v \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - g \quad (2.15)$$

Atmosfer kita adalah gas sehingga tidak hanya dengan gerak saja kita berurusan, tetapi juga dengan sifat gas yang memenuhi hukum gas, yaitu hukum termodinamika. Pada dasarnya, suatu gas akan dinyatakan dalam bentuk tekanan dan temperatur yang dihubungkan melalui persamaan keadaan gas, di mana untuk gas ideal akan memenuhi persamaan,

$$p = \rho R T_v, \quad T_v \equiv T \left[1 + \left(\frac{m_d}{m_v} - 1 \right) r \right], \quad (2.16)$$

dengan T_v adalah temperatur vertikal, m_d massa molekul udara kering dan m_v massa uap air. Di dalam fluida atau atmosfer, penjalaran temperatur atau panas merupakan fenomena *transport*, di mana *transport* atau perpindahan panas dirumuskan dalam hukum Fourier. Ketika melakukan riset dalam perpindahan panas atau perpindahan termal, Fourier sedang menjabat sebagai Gubernur Jendral di Mesir, yang pada saat itu merupakan jajahan Prancis. Hukum ini sebenarnya sangat sederhana yang didasarkan pada kenyataan bahwa panas akan ‘mengalir’ dari yang lebih panas ke dingin. Kecepatan perpindahan ini sebanding dengan jarak sehingga melibatkan gradien temperatur. Hukum Fourier atau dikenal dengan nama konduksi panas menyatakan bahwa laju perpindahan panas pada suatu bahan (dalam hal ini gas/atmosfer) sebanding dengan gradien negatif temperatur. Untuk satu arah (x) maka hukum Fourier dinyatakan sebagai berikut,

$$q_x = -\kappa_x \frac{\partial T}{\partial x}. \quad (2.17)$$

Ini dinamakan fluks termal. Hal ini karena fluks adalah vektor maka secara lengkap akan dinyatakan sebagai berikut,

$$\vec{q} = q_x \hat{i} + q_y \hat{j} + q_z \hat{k} = -\kappa_x \frac{\partial T}{\partial x} \hat{i} - \kappa_y \frac{\partial T}{\partial x} \hat{j} - \kappa_x \frac{\partial T}{\partial x} \hat{k} = -\kappa \nabla T. \quad (2.18)$$

Sebaran temperatur di atmosfer merupakan divergensi suatu fluks termal, di mana dalam notasi vektor akan dinyatakan sebagai berikut,

$$\frac{dT}{dt} = \nabla \cdot (\kappa \nabla T). \quad (2.19)$$

Jika koefisien konduksi termal konstan maka Persamaan (2.19) ditulis secara lengkap menjadi (ingat dv/dt di Persamaan (2.3)),

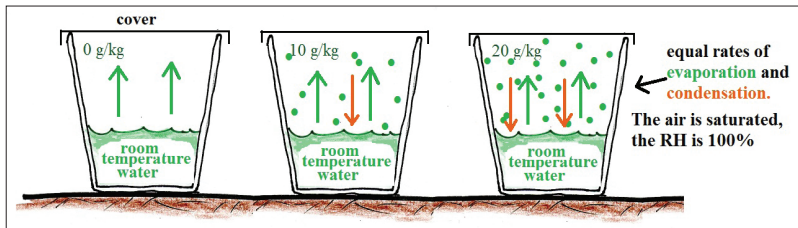
$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \kappa_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \kappa_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \kappa_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (2.20)$$

Ini dikenal dengan nama persamaan adveksi-difusi.

Adanya pemanasan yang intensif menyebabkan terjadinya proses penguapan di lautan dan danau serta lahan basah sehingga menyebabkan atmosfer menjadi basah atau terdapat kandungan air. Jadi, di atmosfer tidak hanya terjadi perpindahan temperatur, tetapi juga perpindahan uap air atau dikenal dengan *transport moisture*/ kelembapan. Dikarenakan moisture (Θ) adalah besaran skalar maka perpindahan ini juga memenuhi persamaan adveksi-difusi yang ditulis sebagai berikut,

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + u \frac{\partial \Theta}{\partial x} + v \frac{\partial \Theta}{\partial y} + w \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \kappa_x \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \kappa_y \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2} + \kappa_z \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} \quad (2.21)$$

Proses evaporasi diilustrasikan dalam Gambar 2.3.



Sumber: https://en.wikipedia.org/wiki/Water_vapor

Gambar 2.3 Penguapan (evaporasi) menyebabkan atmosfer menjadi basah (*moisture*).



Jean Baptiste Joseph Fourier

(21 Maret 1768 - 16 Mei 1830) Dia dilahirkan di Auxerre di departemen Yonne, Prancis. Dia merupakan anak seorang penjahit, dan dididik oleh Ordo Santo Benediktus. Dia pergi bersama Napoleon dalam ekspedisi Timurnya pada 1798, dan dijadikan gubernur Mesir. Diputus dari Prancis oleh Armada Inggris, dia mengatur sebuah bengkel (*workshop*) di mana pasukan Prancis harus bergantung kepadanya untuk amunisi perang.

Dia meninggal di Paris dan dimakamkan di Pemakaman Père-Lachaise dengan sebuah makam yang dihiasi dengan motif Mesir untuk menggambarkan posisinya sebagai sekretaris Institut Kairo. Namanya diabadikan dalam daftar 72 nama di Menara Eiffel.

Molekul air yang meninggalkan permukaan dan berdifusi ke atmosfer dikatakan telah menguap. Setiap molekul air yang bertransisi antara keadaan yang lebih cair ke uap/gas melakukannya melalui penyerapan atau pelepasan energi kinetik. Pengukuran agregat transfer energi kinetik ini didefinisikan sebagai energi termal dan terjadi hanya ketika ada perbedaan suhu molekul air. Perubahan fase cair ke gas membawa panas bersamanya. Jumlah uap air di udara menentukan seberapa sering molekul akan kembali ke permukaan. Penguapan diukur di seluruh penjuru dunia dan merupakan standar pengukuran meteorologi. Hasil pengukuran berkisar dari di bawah 30 hingga lebih dari 120 inci per tahun. Di beberapa negara, tingkat penguapan jauh melebihi tingkat curah hujan. Kandungan uap udara diukur dengan perangkat yang dikenal sebagai *hygrometer*. Pengukuran biasanya dinyatakan sebagai kelembapan spesifik atau persen kelembapan relatif. Suhu atmosfer dan permukaan air menentukan tekanan uap kesetimbangan; kelembapan relatif 100% terjadi ketika tekanan parsial uap air sama dengan tekanan uap kesetimbangan. Kondisi ini sering

disebut sebagai saturasi penuh. Kelembapan berkisar dari 0 gram per meter kubik di udara kering hingga 30 gram per meter kubik (0,03 ons per kaki kubik) saat uap jenuh pada 30 °C (kondisi normal).

Di samping persamaan di atas, diperlukan lagi persamaan lain, yaitu persamaan kontinuitas dan persamaan termodinamika 1, yaitu

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial \ln \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \ln \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \ln \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \ln \theta}{\partial z} = \frac{1}{C_p} \frac{J + LS}{T}, \quad \theta \equiv T \left(\frac{P_{00}}{p} \right)^{\gamma/C_p} \quad (2.23)$$

di mana C_p adalah *specific heat* pada tekanan konstan, $P_{00}=1000$ kPa, J adalah pemanasan/pendinginan, R adalah konstanta gas universal, L adalah panas laten, dan S adalah sumber uap air. Semua persamaan di atas memerikan secara lengkap dinamika atmosfer di wilayah tropis.

Bab III

Struktur Atmosfer Vertikal (Keseimbangan Radiasi-Konveksi)

Sebelum mempelajari berbagai fenomena yang ada di atmosfer tropis, maka penting untuk mengetahui struktur vertikal atmosfer tropis karena pengetahuan ini memberikan sifat-sifat dasar dari sistem dinamika meteorologi tropis.



Foto: Awaluddin

Gambar 3.1 Awan konvektif merupakan ciri daerah tropis.

A. Keseimbangan Radiasi

Di wilayah tropis, gaya gerak yang paling utama adalah gaya gravitasi. Untuk melihat perilaku dasar gaya ini, maka asumsikan kondisi tunak ($\partial/\partial t=0$) dan gerakan hanya dalam arah vertikal saja ($\partial/\partial x=\partial/\partial y=0$), maka Persamaan (2.15) menjadi

$$\rho' = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \Rightarrow p(z) = \int_{z_0}^z \rho(z') g(z') dz' \quad (3.1)$$

Ini dinamakan persamaan hidrostatik. Dengan memasukkan persamaan keadaan gas maka diperoleh,

$$p_0(z) = p_{00} \exp \left[-\int \frac{g}{RT(z)} dz \right] \quad (3.2)$$

di mana $T(z)$ adalah temperatur ketinggian z . Jika atmosfer memiliki temperatur yang seragam (*isothermal*), maka

$$p_0(z) = p_{00} \exp\left[-\frac{z}{H}\right] \quad , \quad \lim_{z \rightarrow \infty} p_0(z) = 0 \quad (3.3)$$

di mana $H=RT_0/g$ dinamakan skala ketinggian dan T_0 adalah temperatur permukaan. Jelas bahwa perubahan tekanan terhadap ketinggian bergantung pada temperatur. Misalnya, perubahan temperatur linier $T=T_{00}(1-\alpha z)$, maka tekanan menjadi,

$$p_0(z) = p_{00}(1-\alpha z) \exp\left[-\frac{1}{\alpha H_0}\right] \quad (3.4)$$

dengan $H_0=RT_{00}/g$.

Di pihak lain, hukum termodinamika pertama (Persamaan 2.3) menjadi,

$$w \frac{\partial \ln \theta}{\partial z} = \frac{1}{C_p} \frac{J+LS}{T}, \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\theta} w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{C_p} \frac{J+LS}{T} \quad (3.5)$$

Dengan menggunakan persamaan adveksi-difusi untuk θ , yaitu

$$w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \kappa \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (3.6)$$

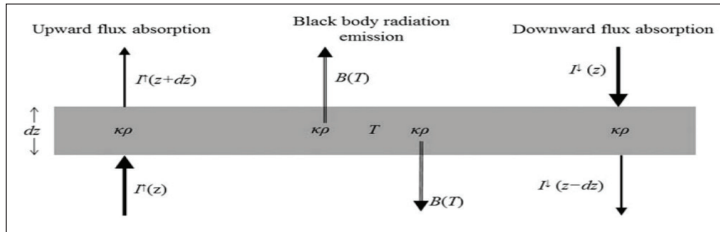
Substitusi ke Persamaan (3.5) maka diperoleh,

$$\frac{\kappa}{\theta} \frac{d^2 \theta}{dz^2} = \frac{1}{C_p} \frac{J+LS}{T} \quad (3.7)$$

Dengan $I_s=J+LS$ merupakan radiasi matahari di darat/laut maka,

$$\kappa C_p \frac{d^2 \theta}{dz^2} = \frac{\theta}{T} \left(\frac{1}{\rho} \frac{dI_s}{dz} \right) \quad (3.8)$$

Berdasarkan persamaan tersebut, jika atmosfer diam ($\kappa=0$) maka $dI/dz=0$. Hal tersebut menyatakan bahwa neto radiasi yang dipancarkan tanpa sumber. Inilah yang dinamakan keseimbangan radiatif. Radiasi yang dipancarkan oleh permukaan Bumi melalui atmosfer menyebabkan permukaan Bumi bukanlah benda hitam sempurna sehingga dikatakan Bumi merupakan benda abu-abu (lihat Gambar 3.2).



Gambar 3.2 Pendekatan dua *stream* untuk atmosfer benda kelabu (tidak benar-benar hitam).

Konsep dasar dari keseimbangan radiasi adalah radiasi yang datang sama dengan radiasi yang keluar, di mana total radiasi akan dinyatakan oleh,

$$I \equiv I^o - I^i \quad (3.9)$$

di mana I^i adalah radiasi datang dan I^o adalah radiasi keluar. Berdasarkan hukum Stefan-Boltzmann, maka masing-masing radiasi tersebut memenuhi,

$$\frac{dI^o}{dz} = \kappa\rho(-I^o + B) \quad , \quad \frac{dI^i}{dz} = -\kappa\rho(-I^i + B) \quad (3.10)$$

di mana *rate* emisi akan sama dengan *rate* absorpsi yang memenuhi hukum Kirchhoff. Dengan menggunakan persamaan hidrostatik (3.1), maka kita akan mendapatkan persamaan radiasi sebagai fungsi dari tekanan atmosfer sebagai berikut,

$$\frac{g}{\kappa} \frac{dI}{d} = (I^o + I^i) - 2B \quad , \quad \frac{g}{\kappa} \frac{d(I^o + I^i)}{dz} = I \quad (3.12)$$

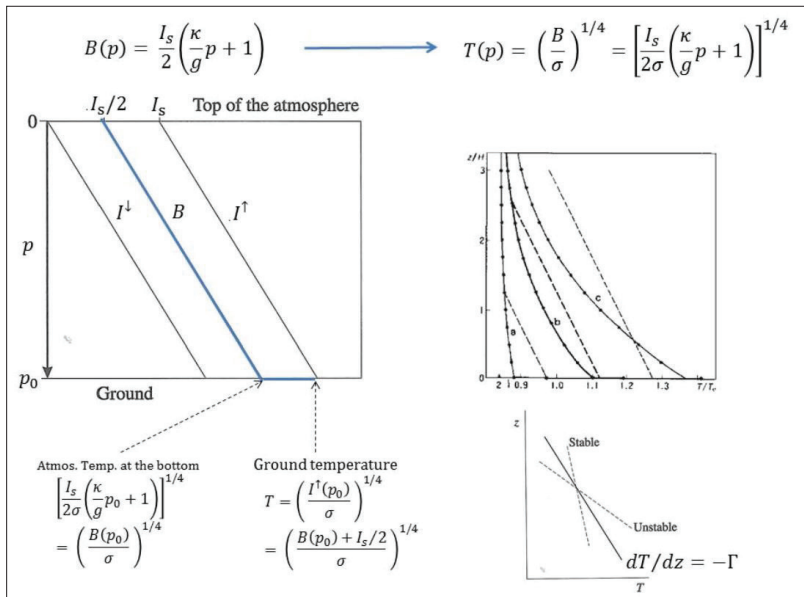
dengan penjumlahan radiasi $I_o + I_i = 2B$ maka diperoleh,

$$\frac{dB}{dz} = \frac{\kappa}{2g} I \quad (3.13)$$

Dengan syarat batas $I^l=0$, $I^o=I_s$ di $p=0$ maka diperoleh solusi,

$$T(p) = \left(\frac{B}{\sigma}\right)^{\frac{1}{4}} = \left[\frac{I_s}{2\sigma} \left(\frac{\kappa}{g} p + 1\right)\right]^{\frac{1}{4}} \quad ; \quad I^o = B + \frac{I_s}{2}, \quad I^i = B - \frac{I_s}{2} \quad (3.14)$$

Profil keseimbangan sebagai fungsi dari tekanan di diilustrasikan pada Gambar 3.3.



Ket.: Profil temperatur pada keseimbangan radiasi di dalam ruang p - T dengan gap pada *ground* dan dalam ruang z - T dengan kondisi netral konvektif.

Gambar 3.3 Profil temperature pada keseimbangan radiasi

Profil temperatur sebagai fungsi dari ketinggian atau tekanan yang diberikan oleh Persamaan (3.14) menurun terhadap ketinggian dengan temperatur di puncak atmosfer ($p=0$) adalah,

$$T(p) = \left(\frac{I_s}{2\sigma} \right)^{\frac{1}{4}} \approx 0.84 \left[\frac{I_s}{\sigma} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (3.15)$$

Dengan temperatur benda hitam ekuivalen pada $p=g/\kappa$, sedangkan temperatur di *ground* ($p=p_0$) dinyatakan oleh,

$$T(p_0) = \left(\frac{B(p_0)}{\sigma} \right)^{\frac{1}{4}} = \left[\frac{I_s}{2\sigma} \left(\frac{\kappa}{g} p_0 + 1 \right) \right]^{\frac{1}{4}} \quad (3.16)$$

yang mana temperatur ini lebih dingin dari temperatur *ground*, yaitu

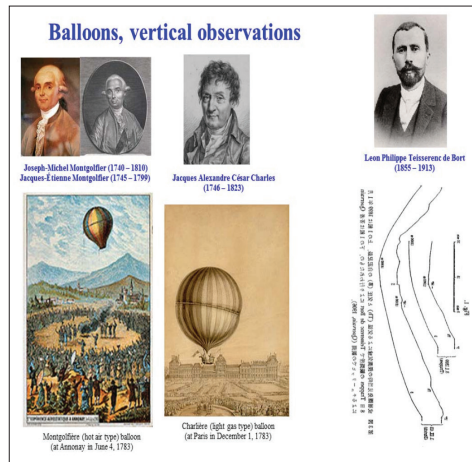
$$T_s = \left(\frac{B(p_0) + \frac{1}{2} I_s}{\sigma} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.17)$$

Dikarenakan *ground* mengemisikan radiasi ke atas I^o . Hasil ini menyebabkan terjadinya gradien temperatur tak terhingga ($dT/dz=\infty$) yang muncul sebagai akibat dari pengabaian proses perpindahan termal lainnya, yaitu peristiwa konveksi termal. Untuk atmosfer yang cukup tinggi, maka pemanasan (J) akan dinyatakan oleh,

$$J \approx \kappa (I^o - 2B) \approx -C_p \alpha (T - T_R), \quad \alpha = \frac{2\lambda}{C_p} \left(\frac{\partial B}{\partial T} \right) \Big|_{T=T_R} \quad (3.18)$$

di mana α disebut pendinginan Newtonian.

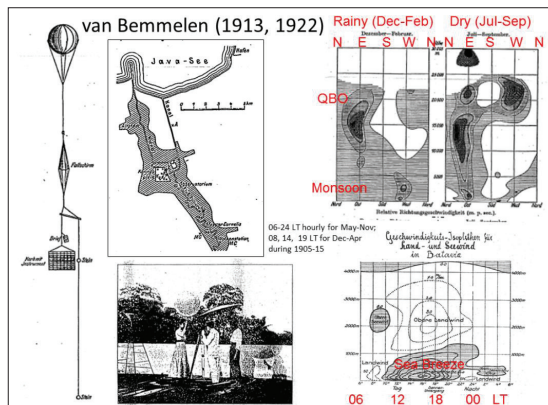
Pengukuran temperatur atmosfer secara vertikal dilakukan melalui balon atmosfer yang dikenal dengan nama radiosonde (lihat Gambar 3.4).



Sumber: https://en.wikipedia.org/wiki/Jacques_Charles

Ket.: dipelopori oleh dua bersaudara, Charles dan Montgolfier.

Gambar 3.4 Observasi struktur vertikal atmosfer



Ket.: dilakukan oleh Van Bemmelen di Batavia (Jakarta) tahun 1913.

Gambar 3.5 Peletakan dasar observasi radiosonde di wilayah tropis

B. Keseimbangan Radiasi-Konveksi

Dari profil temperatur Persamaan (3.16) menunjukkan bahwa gradien temperatur akan besar di lapisan atmosfer bawah sehingga di wilayah ini konveksi akan terjadi karena mekanisme ketidakstabilan Rayleigh-Taylor yang memenuhi kriteria,

$$\frac{d\theta}{dz} < 0, \quad \frac{dT}{dz} < -\Gamma, \quad \Gamma \equiv \frac{g}{C_p} \approx 10 \text{ K / km}, \quad \frac{d \ln T}{d \ln z} > \frac{R}{C_p} \quad (3.19)$$

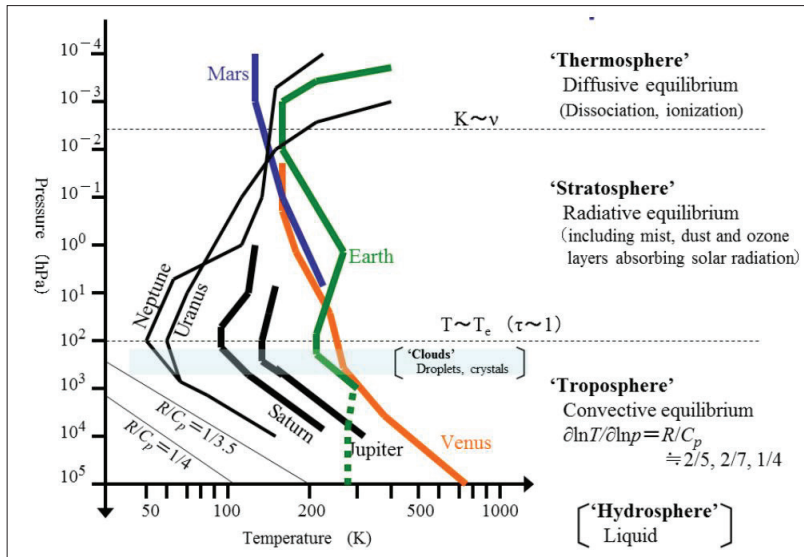
di mana Γ dinamakan *lapse rate* adiabatik kering. Perilaku dari gradien potensial temperatur menyatakan kestabilan atmosfer jika <0 dinamakan tak stabil, $dT/dz > 0$ adalah stabil, dan $dT/dz = 0$ dikatakan netral. Relasi adiabatik kering dengan potensial temperatur dinyatakan sebagai berikut,

$$\frac{dT}{dz} = 0, \quad T = T(z=0) - \Gamma z \quad (3.20)$$

Profil temperatur vertikal dapat dilihat pada Gambar 3.6. Dari gambar terlihat bahwa bagian bawah dinamakan troposfer dan bagian atas dinamakan stratosfer dengan tingkat batas ($p=p_{tp}$) yang dinamakan tropopause. Jika temperatur permukaan naik dengan *lapse rate* adiabatik kering konstan, maka tropopause akan semakin tinggi dan dingin. Kondisi menerangkan mengapa troposfer di ekuator lebih tinggi daripada di kutub.

Berdasarkan penyesuaian ini, diperoleh profil temperatur yang lebih realistis. Bagaimanapun juga, penentuan profil terbaik dilakukan melalui pengukuran, yang telah merekam berbagai proses yang terjadi di atmosfer, seperti terjadinya perubahan fase yang akan menghasilkan panas laten. Profil temperatur berdasarkan penyesuaian konvektif dinyatakan sebagai berikut,

$$T(p) = \begin{cases} \left[\frac{I_s}{2\sigma} \left(\frac{\kappa}{g} p_{ip} + 1 \right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{p}{p_{ip}} \right)^{\frac{\Gamma_{CR}}{g}} \right] & \text{for } \text{lowerlayer} (p > p_{ip}) \\ \frac{I_s}{2\sigma} \left(\frac{\kappa}{g} p_{ip} + 1 \right)^{\frac{1}{4}} & \text{for } \text{upperlayer} (p < p_{ip}) \end{cases} \quad (3.21)$$



Gambar 3.6 Profil temperatur vertikal atmosfer planet

Insinyur/ilmuwan Prancis dalam sejarah pada abad ke-18-19 memberikan kontribusi besar bagi pengembangan balon dan penemuan stratosfer. Pada dasarnya, terdapat dua jenis balon, yaitu tipe balon udara panas Montgolfier dan tipe gas ringan Charles. Tipe pertama, sekarang hampir hanya digunakan untuk olahraga di troposfer bawah, sedangkan tipe kedua (menggunakan hidrogen atau helium) digunakan untuk pengamatan meteorologi dan balon ilmiah lainnya. Charles dikenal juga sebagai kimiawan-fisikawan besar yang menemukan hukum Boyle-Charles. Satu abad setelahnya

telah terjadi banyak (lebih dari 200) peluncuran balon. Teisserenc de Bort menerbitkan makalah pertama pada tahun 1902, menyimpulkan keberadaan (dan juga memberi nama) troposfer dan stratosfer. Di era yang sama, seorang ahli meteorologi Jerman bernama Assmann (yang juga mengembangkan termometer-higrometer standar) menemukan dan menerbitkan buktinya secara mandiri. Tepat setelah penemuan ini, van Bemmelen (1913, 1922) memulai pengamatan balon dan menegaskan struktur tropopause yang pada dasarnya sama (dengan lebih tinggi dan lebih dingin) di daerah tropis. Sebenarnya suhu berubah menjadi panas ke atas di stratosfer, karena hadirnya ozon yang menyerap ultraviolet, yaitu suatu komponen yang terlibat dalam radiasi matahari, yang merupakan ciri khas atmosfer planet Bumi, meskipun demikian struktur tropopause-stratosfer di semua planet pada umumnya memiliki atmosfer stabil.

C. Efek Kelembaban

Jika atmosfer hanya terdiri dari uap air maka persamaan Clapeyron-Clasious menjadi,

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{gT}{L} \equiv -\Gamma_s \quad (3.22)$$

Profil ini dibangkitkan tanpa menggunakan persamaan termodinamika dan akan mempunyai profil asimtotik. Jika permukaan Bumi adalah air (laut) atau jenuh (tidak ada gradien temperatur), ini mengimplikasikan bahwa pemanasan eksternal (misalnya, radiasi Matahari) akan memberikan profil temperatur sesuai dengan profil keseimbangan radiasi-konveksi yang disebut efek rumah kaca tak terkendali seperti yang terjadi di atmosfer planet Venus. Beruntungnya di atmosfer Bumi, perubahan fase uap air bukanlah penyusun utama materi atmosfer. Evaporasi hampir selalu terjadi di permukaan Bumi, sedangkan kondensasi terjadi di atmosfer. Dengan adanya panas laten maka menyebabkan suatu kondisi yang disebut pseudoadiabatik (pseudo artinya seolah-olah) sehingga diperoleh,

$$C_p \frac{D \ln \theta}{Dt} = -\frac{L}{T} \frac{Dr}{Dt}, \quad \frac{D \ln \theta_e}{Dt} = 0, \quad \theta_e = \theta \cdot \exp\left(\frac{L}{C_p} \frac{r}{T}\right) \quad (3.23)$$

di mana θ_e dinamakan potensial temperatur ekuivalen, *lapse rate* adiabatik kering dihitung dari θ =konstan, sehingga diperoleh *lapse rate* pseudoadiabatik lembam Γ_m sebagai berikut,

$$\begin{aligned} 0 &\approx \frac{D \ln \theta_e}{Dt} = -\frac{g}{RT} \frac{D \ln \theta_e}{D \ln p} = -\frac{g}{RT} \frac{D}{D \ln p} \left(\ln \theta + \frac{L}{C_p} \frac{r_s}{T} \right) \approx -\frac{g}{RT} \left(\frac{D \ln T}{D \ln p} - \frac{R}{C_p} + \frac{L}{TC_p} \frac{dr_s}{dp} \right) \\ &\approx -\frac{g}{RT} \frac{D}{D \ln p} \left(\frac{D \ln T}{D \ln p} - \frac{R}{C_p} + \frac{m_v}{m_d} \frac{pL}{TC_p} \frac{d}{dp} \left(\frac{e_s}{p} \right) \right) \approx -\frac{g}{RT} \left(\left(1 + \frac{m_v}{m_d} \frac{Lr_s}{RT^2 C_p} \right) \frac{D \ln T}{D \ln p} - \frac{R}{C_p} \left(1 + \frac{Lr_s}{RT} \right) \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

Akhirnya diperoleh,

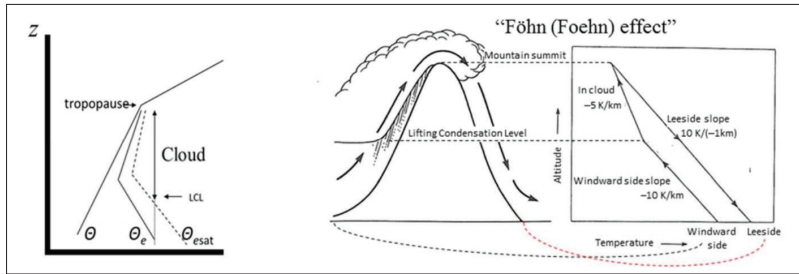
$$\frac{dT}{D \ln p} = \frac{R}{C_p} \cdot \frac{1 + \frac{Lr_s}{RT}}{1 + \frac{m_v L^2 r_s}{m_d C_p R T^2}}, \quad \frac{dT}{dz} \approx -\Gamma \frac{1 + \frac{Lr_s}{RT}}{1 + \frac{m_v L^2 r_s}{m_d C_p R T^2}} \equiv \Gamma_m \quad (3.25)$$

Dengan substitusi nilai untuk atmosfer Bumi diperoleh,

$$\Gamma_s (1K / km) < \Gamma_m (5K / km) < \Gamma_c (6.5K / km) < \Gamma (10K / km) \quad (3.26)$$

Kondisi ini menyatakan atmosfer stabil, yaitu cuaca cerah tanpa ada awan. Jika terdapat awan maka $\Gamma_c < \Gamma$ yang menyatakan kondisi tak stabil, yaitu terjadi kondensasi atau sublimasi pada atmosfer yang disebut *conditional (convective) instability*. Hal ini memberikan kontribusi untuk membuat troposfer stabil meskipun profil kesetimbangan radiatif hampir tidak stabil untuk kondisi kering (*dry*). Namun, seperti yang akan dibahas secara rinci pada Bab VI. Hal ini bersifat paradoks karena awan kemungkinan besar akan dihasilkan oleh aliran ke atas yang terkait dengan konveksi, tetapi konveksi dihasilkan secara spontan hanya di awan. Dikarenakan $\Gamma_m < \Gamma$ maka ketika aliran udara

melewati suatu pegunungan, sisi pegunungan menjadi lebih panas dan lebih kering dari sisi angin. Hal ini dikenal di Eropa sebagai “efek Föhn (Foehn)”, dan dianggap juga sebagai penyebab kebakaran hutan pada fase El Niño. Kondisi ini dapat dilihat pada Gambar 3.7 berikut,



Gambar 3.7 Gambaran skematik dari troposfer tropis dan efek Foehn

D. Koordinat *log-pressure*

Dari pembahasan di atas, koordinat z sering kali diganti dengan tekanan atau $\ln(p)$, yang mana keduanya dihubungkan melalui relasi hidrostatik, yaitu dengan memasukkan persamaan keadaan untuk gas ideal sehingga perubahan variable p menjadi z umumnya terjadi sebagai berikut,

$$\frac{dp}{\rho_0} = gHd \ln p \rightarrow -gdz \sim \ln p, \quad gdz \rightarrow d\phi \quad (3.27)$$

di mana z diredifinisikan oleh $\ln(p)$ yang dikenal dengan nama koordinat “*log-pressure*”. Sementara ϕ disebut sebagai geopotensial. Dalam observasi radiosonde, maka koordinat ini menjadi penting. Beberapa peta cuaca juga sering kali digambarkan dalam kontur geopotensial yang memiliki satuan tekanan (850, 700, 500, 300, 200, dan 100 hPa). Sementara kecepatan vertikal dikaitkan dengan tekanan sebagai berikut,

$$-Hd \frac{d \ln p}{dt} \rightarrow w, \quad w = \frac{dz}{dt} \quad (3.28)$$

Persamaan gerak, persamaan, kontinuitas, persamaan hidrostatik, dan persamaan termodinamika dapat dituliskan dalam koordinat *log-pressure* sebagai berikut,

$$\frac{Du}{Dt} - \beta yv + \frac{\partial \phi}{\partial x} = F_x \quad (3.29)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + \beta yu + \frac{\partial \phi}{\partial y} = F_y \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{RT_v}{H} \quad (3.31)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0 w}{\partial z} = 0 \quad (3.32)$$

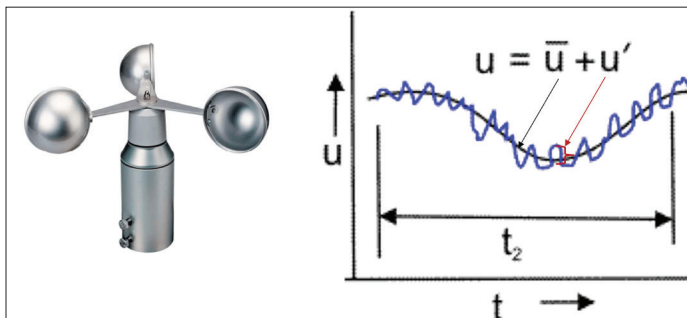
$$\frac{DT}{Dt} + \Gamma w = \frac{J + Ls}{C_p} \quad (3.33)$$

Koordinat *log-pressure* sesuai dengan berbagai (atau setara secara matematis dengan) sistem inelastis (atau disebut Boussinesq) dari dinamika fluida, di mana mode akustik (gelombang suara) dihilangkan karena turunan waktu dari densitas yang muncul di persamaan kontinuitas diabaikan. Dengan mempertimbangkan gradien vertikal suhu (pada dasarnya sesuai dengan kerapatan), mode daya apung (gelombang gravitasi, lihat Bab V) menjadi diperhitungkan. Ini sepenuhnya sesuai untuk meteorologi atau ilmu atmosfer dalam skala yang lebih besar dari skala meso (katakanlah, 100 km) di garis lintang tengah dan tinggi. Ini juga berlaku untuk sirkulasi umum dan gelombang skala besar di daerah tropis (dijelaskan dalam Bab IV dan V). Namun, untuk berbagai konveksi lokal yang penting di daerah tropis, perkiraan hidrostatik (Persamaan 3.1 atau 3.13) tidak selalu tepat, nanti akan dibahas kembali ke bentuk lengkap dari komponen vertikal persamaan gerak pada Bab VI.

Bab IV

Sirkulasi Zonal dan Meridional

Sirkulasi zonal dan meridional adalah sirkulasi atmosfer dalam arah Timur-Barat dan Utara-Selatan berturut-turut. Data angin yang digunakan untuk mempelajari sirkulasi ini diperoleh dari instrumen pengukur angin, salah satunya adalah anemometer. Data yang diperoleh umumnya akan menunjukkan pola yang acak (lihat Gambar 4.1).



Gambar 4.1 Dekomposisi Reynold untuk kecepatan angin

Aliran ini secara umum dapat dibagi menjadi aliran rata-rata dan aliran acak. Ini dinamakan dekomposisi Reynold. Aliran rata-rata atau *mean flow* dinyatakan secara matematik sebagai berikut,

$$\bar{u} \equiv \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u d\lambda = \frac{1}{2\pi R} \int_0^{2\pi R} u dx \quad , \quad u' = u - \bar{u} \quad , \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = 0 \quad (4.1)$$

di mana λ adalah lintang dan R adalah jari-jari Bumi. Definisi ini hanya valid untuk sirkulasi atmosfer yang tidak mempunyai batas (misalnya laut, batasnya (*boundary*) adalah pantai). Tanda rata-rata umumnya dinyatakan dalam bar atau $\langle u \rangle$.



Osborne Reynolds FRS (1842-1912)

Ilmuwan Irlandia yang memberikan kontribusi pada perpindahan panas, baik pada zat padat maupun fluida. Dia menghabiskan kariernya di Universitas Manchester. Ketika berusia 36 tahun, Manchester United lahir dan diduga dia adalah salah satu penggemar beratnya. Karya Reynold yang monumental adalah transisi aliran laminar menjadi aliran turbulen di sebuah pipa yang melahirkan Reynold Decomposition sebagai alat untuk mempelajari aliran turbulen. Reynold memiliki kemampuan yang luar biasa dalam bidang eksperimen dan teoretis (matematika).

Kondisi lain yang diperlukan untuk kevalidan aproksimasi ini adalah kontinuitas aliran zonal yang menunjukkan dominasi aliran zonal. Dengan dekomposisi Reynold maka persamaan gerak dalam koordinat Bumi berputar dinyatakan oleh,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \right) \bar{v} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \bar{G} \quad (4.2)$$

$$f\bar{u} + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} = \frac{R\bar{T}}{H} \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0 \bar{w}}{\partial x} = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \Gamma \bar{w} = \bar{Q} \quad (4.6)$$

Ini dinamakan persamaan *quasi-geostrophic*. Komponen meridional (v) diabaikan dan komponen vertikal mengikuti aproksimasi hidrostatik. Dalam model ini, hanya sirkulasi yang didominasi oleh angin zonal yang menjadi perhatian. Untuk wilayah tropis, digunakan aproksimasi bidang beta seperti yang telah dijelaskan dalam Bab II. Sebagai berikut,

$$f = \beta y \quad , \quad \beta = \frac{2\Omega}{R} \quad (4.7)$$

di mana β adalah efek beta (sering disebut parameter Rosby), Ω adalah rotasi Bumi, dan R adalah jari-jari Bumi. Maka momentum sudut absolut menjadi,

$$M = \Omega(R^2 - y^2) + Ru = R \left[\frac{\beta}{2}(R^2 - y^2) + u \right] \quad (4.8)$$

Persamaan momentum zonal Persamaan (4.2) dalam bentuk momentum sudut dinyatakan oleh,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \bar{M} = R\bar{G} \quad (4.9)$$

Jika kita substitusi Persamaan (4.5) akan kita peroleh,

$$\frac{\partial \rho_0 \bar{M}}{\partial t} + \left(\frac{\partial \rho_0 \bar{v} \bar{M}}{\partial y} + \frac{\partial \rho_0 \bar{w} \bar{M}}{\partial z} \right) = \rho_0 R \bar{G} \quad (4.10)$$

Kondisi ini menunjukkan bahwa jika tidak ada percepatan/ gesekan ($G=0$), maka M adalah invarian Langrange untuk suatu parsel fluida dalam bidang meridional sehingga $\rho_0 M$ adalah kuantitas kekal dari divergensi fluks momentum.

A. Angin Timuran

Jika sekumpulan Persamaan (4.2) hingga (4.6) kita lihat kembali, masih sulit dicari solusi atau interpretasinya. Kita asumsikan kondisi yang sangat khusus, yaitu kondisi tunak ($\partial/\partial t=0$), dan kondisi keseimbangan (tanpa sumber dan gaya luar), yaitu ($G=Q=0$). Jika tidak ada sirkulasi meridional ($v=w=0$) maka kita peroleh persamaan keseimbangan angin termal sebagai berikut,

$$f \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{R}{H} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = 0 \quad (4.11)$$

Ini menunjukkan keseimbangan torka antara perbedaan vertikal dari gaya sentrifugal meridional dan perbedaan meridional gaya apung. Untuk wilayah tropis diperoleh,

$$\beta y \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{R}{H} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = 0 \quad (4.12)$$

Jika Persamaan (4.3) dalam aproksimasi bidang beta adalah,

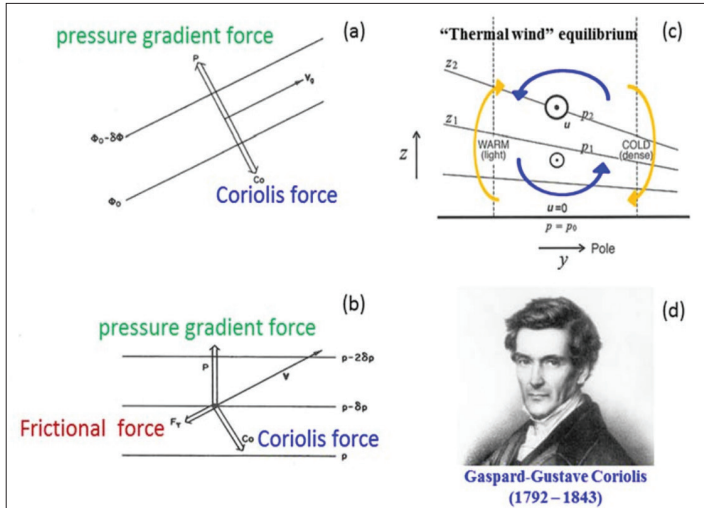
$$\beta y \bar{u} + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} = 0 \quad (4.13)$$

Jika kita turunkan Persamaan (4.12) terhadap y , maka kita peroleh,

$$\beta \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{R}{H} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} = 0 \quad (4.14)$$

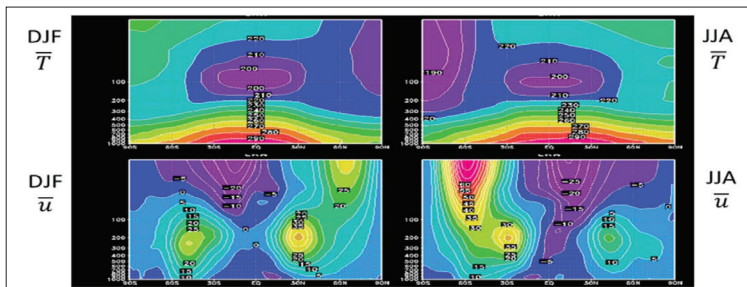
Distribusi meridional-vertikal ditunjukkan pada panel bawah pada Gambar 4.3. Secara umum, angin timuran dominan di daerah tropis, yang sesuai dengan komponen zona rata-rata timur laut/tenggara, yaitu angin bertiup dari antisiklon subtropis utara/selatan ke zona konvergensi intertropis (ITCZ) dalam peta cuaca permukaan. Fitur ini mirip dengan sirkulasi klasik Hadley, kecuali untuk angin timuran yang sebenarnya dominan di seluruh troposfer tropis. Kecepatan angin maksimum ada di bagian bawah troposfer di sisi belahan khatulistiwa musim dingin, yang berseberangan dengan ITCZ bergeser dari khatulistiwa ke sisi belahan musim panas. Musim dingin di sektor Indo-Pasifik dapat berkontribusi pada distribusi ini. Satu lagi berada di sekitar tropopause kira-kira di atas ITCZ, yang tampaknya berhubungan dengan musim panas stratosfer timur, meskipun angin stratosfer bawah khatulistiwa tidak begitu sederhana karena variasi vertikal kuasi-dua tahunan.

Jika kita mempertimbangkan efek gesekan terhadap sirkulasi zonal, maka menjadi positif (percepatan arah barat atau perputaran) di lintang rendah timur dan negatif (percepatan arah timur atau percepatan anti-rotasi) di pertengahan garis lintang barat, yang menunjukkan siklus sudut absolut momentum antara lintang bawah dan pertengahan. Di garis lintang selain garis khatulistiwa, gesekan zonal harus seimbang dengan suku Coriolis pada aliran meridional, yang tidak diharapkan oleh Hadley.



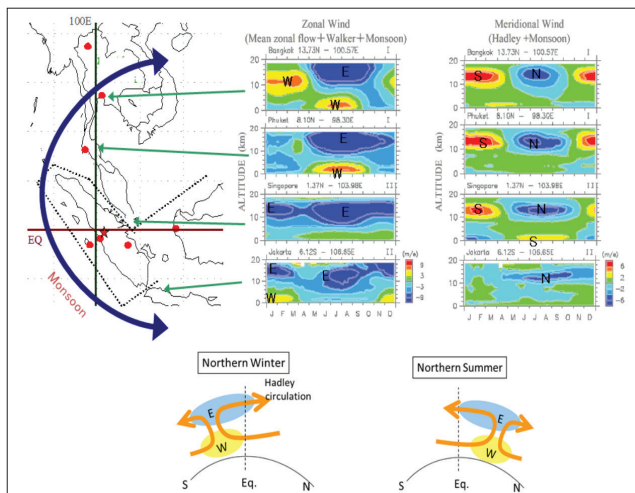
Ket.: a) keseimbangan geostropik, b) angin permukaan dengan gesekan, c) keseimbangan angin thermal sebagai keseimbangan gaya apung (oranye) dan gaya Coriolis (biru) yang terjadi di belahan Bumi utara, dan d) Gustav Coriolis.

Gambar 4.2 Keseimbangan geostropik, dan angin permukaan



Ket.: Distribusi meridional-vertikal (0–30 km) suhu rata-rata zona klimatologis (atas) dan angin zonal (bawah) untuk Desember-Februari (kiri) dan Juni-Agustus (kanan). Sumber: Kimoto, 2004, komunikasi pribadi

Gambar 4.3 Distribusi meridional-vertikal (0–30 km)



Ket.: Variasi musiman-vertikal angin zonal (tengah atas) dan meridional (kanan atas) di Bangkok, Phuket, Singapura, dan Jakarta (kiri atas), menunjukkan variasi setengah tahunan angin zonal terkait dengan pergeseran tahunan sirkulasi Hadley (bawah panel).

Sumber: dimodifikasi dari Okamoto et al., 2003

Gambar 4.4 Variasi musiman-vertikal angin zonal

Angin timuran berkaitan dengan sirkulasi antisiklonik di sekitar kutub dan stabilitas gangguan zonal dan gradien tekanan harus lebih lemah dari sirkulasi siklonik atau angin baratan (*westerly*). Kenyataannya, $\partial\phi/\partial y$, $\partial T/\partial y$, u , dan $\partial u/\partial z$ biasanya lebih kecil daripada di lintang menengah dan kestabilan baroklinik (yang membangkitkan siklon ekstras tropis di lintang menengah) tidak muncul di wilayah tropis. Jadi, G lebih kecil dan kekekalan M lebih baik (kecuali untuk stratosfer ke atas, di mana terkait dengan gelombang yang merambat ke atas dari troposfer menghasilkan variabilitas yang periodik. Angin Timuran khatulistiwa memiliki variabilitas zonal dan temporal, terkait dengan ENSO/IOD (variasi *interannual* di Samudra Pasifik dan Hindia), monsun (siklus tahunan), dan variasi intramusiman (ISV). Intensifikasi/pergeseran sel Hadley tahunan terkait dengan musim hujan dapat menyebabkan intensifikasi jet timur ekuator (Okamoto et al., 2003) (lihat Gambar 4.4).

Catatan bahwa dari persamaan keseimbangan gradien angin sebagai berikut,

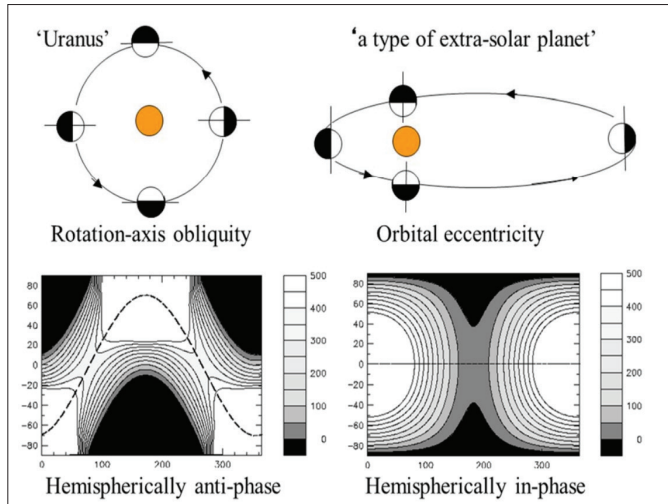
$$2\Omega \sin \varphi \bar{u} + \frac{\bar{u}^2}{R} \tan \varphi + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} = 0 \quad (4.15)$$

Solusi u dari persamaan ini menghasilkan,

$$\bar{u} = 2\Omega \cos \varphi \pm \sqrt{R^2 \Omega^2 \cos^2 \varphi - \cot \varphi \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y}} \quad (4.16)$$

Yang mensyaratkan bahwa $\partial \phi / \partial \varphi \leq (1/2)R^2 \Omega^2 \sin(2\varphi)$ dan sebuah antisiklonik gradien tekanan $\partial \phi / \partial \varphi > 0$ harus mempunyai batas atas.

Variabilitas meridional termasuk kekhasan daerah tropis yang pada dasarnya disebabkan oleh kebulatan dan rotasi Bumi, yang mengatur radiasi matahari dan gaya Coriolis. Seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1.4(a), radiasi matahari berkontribusi terhadap istilah pemanasan J atau Q melalui efek payung, pemanasan permukaan, dan proses lapisan batas yang sangat kompleks (Hartmann, 1994; Stull, 1988). Namun, pengamatan mendukung bahwa variabilitasnya sangat tergantung pada nilainya yang dihitung dengan rumus astronomi (I_s diberikan di Bab VI.A).



Ket.: Dua kasus ekstrem rotasi/revolusi planet (atas) yang menyebabkan variasi musiman-meridional rata-rata harian insolasi (bawah). Insolasi dihitung di bawah nilai rata-rata tahunan yang diberikan oleh konstanta Matahari dari Bumi aktual (seperti ditunjukkan nanti pada Gambar 4.6).

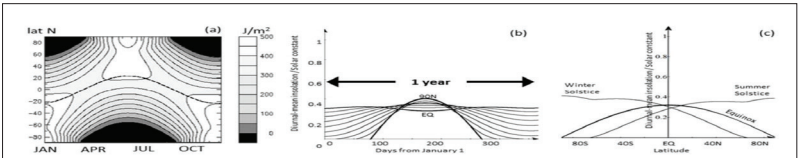
Gambar 4.5 Dua kasus ekstrem rotasi/revolusi planet

Untuk pemanasan akibat Matahari, dikarenakan rotasi Bumi relatif terhadap Matahari adalah 24 jam, maka pemanasan rata-rata harian zonal adalah

$$\bar{Q}^{day} \square \bar{I}_s^{day} = \frac{1}{24h} \int_{-h_0}^{h_0} I_s dt = \frac{I_{s0}}{\pi} \left(\frac{\bar{d}}{d} \right)^2 (h_0 \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \sin(h_0)) \quad (4.17)$$

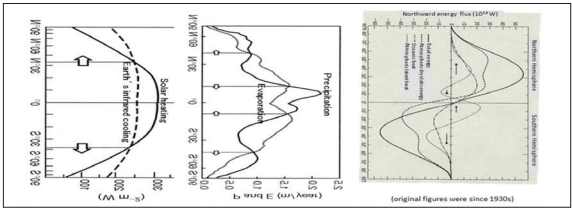
di mana sudut deklinasi Matahari δ dan jarak Matahari-Bumi kuadrat d^2 kuat (amplitudo: sekitar 0,4 rad = sekitar 23° diberikan oleh garis lintang dari tropik atau kemiringan sumbu rotasi) dan minggu (sesuai dengan orbit eksentrisitas yang kecil, yaitu 0,0167) fungsi siklus musiman. Ini terkait dengan dua kasus ekstrem planet siklus musiman (Gambar 4.5). Kategori pertama tipikal planet Uranus yang memiliki kemiringan sebesar 82°, dan menghasilkan siklus anti-fase musiman antara kedua belahan (jadi lebih lemah dan setengah tahunan di garis lintang yang lebih rendah). Bumi dan Mars juga termasuk dalam ka-

tegori ini, meskipun Mars dengan orbit yang agak eksentrik sebagian berada di urutan kedua kategori. Kategori kedua menghasilkan siklus musiman fase antara kedua belahan termasuk wilayah khatulistiwa, yang tidak besar di tata surya kita (hanya di beberapa komet dan “planet kerdil” yang jauh di luar jika mereka memiliki atmosfer), tetapi sekarang mungkin muncul di beberapa planet ekstrasurya (ditemukan sejak 1995). Venus yang dekat Matahari mempunyai efek pasang surut yang kuat dengan eksentrisitas yang kecil dan obliquitas sehingga tidak mempunyai siklus musiman atau diurnal.



Ket.: a) musiman meridional, b) variasi meridional dan musiman dari insolasi rata rata harian.

Gambar 4.6 Variasi musiman meridional



Ket.: Distribusi meridional panas radiasi (kiri) dan baget air (tengah) (Hartmann, 1994) dan perpindahan panas (Palmen and Newton 1969). Data asli diambil dari studi yang lebih lama.

Gambar 4.7 Distribusi meridional panas radiasi

Keistimewaan tropis dalam meteorologi/klimatologi seperti periodisitas setengah tahunan muncul di urutan kategori kedua. Misalnya, variabilitas temporal mengikuti rumus astronomi relatif lebih baik, tetapi meridional tidak. Seperti pada Gambar 4.6 bahwa insolasi maksimal muncul di musim panas-belahan bumi utara, dan bukan di daerah tropis. Hal ini konsisten dengan distribusi suhu/angin yang antisimetris secara ekuator di stratosfer (Gambar 4.3) dan mesosfer (Bab VI.D) terutama karena penyerapan ozon dari

radiasi matahari (sinar ultraviolet). Namun, akibat interaksi dengan efek albedo atau payung (kriosfer permukaan dan awan troposfer), atmosfer bagian bawah kutub kehilangan banyak radiasi matahari, dan suhu troposfer/distribusi angin hampir simetris di ekuator. Dengan kata lain, variabilitas meridional lebih luar biasa daripada variabilitas temporal di troposfer, dan inilah mengapa subbidang meteorologi/klimatologi tropis layak untuk dipelajari. Perlu dicatat adanya efek payung, seperti efek rumah kaca.

Ketika kita mengintegrasikan pemanasan Matahari selama satu tahun, kita memiliki rata-rata distribusi insolasi meridional, yaitu kira-kira diberikan oleh rata-rata harian ekuinoks kecuali untuk wilayah kutub:

$$\bar{Q}^{year} \approx \bar{T}_s^{year} = \frac{1}{1year} \int_0^{1year} \bar{T}_s^{day} dt \approx \begin{cases} \bar{T}_s^{day}|_{\delta=0} \approx \frac{I_{s0}}{\pi} \cos \varphi & \text{for } |\varphi| \leq \delta_0 \\ \bar{T}_s^{day}|_{\delta=0} \approx \frac{I_{s0}}{\pi} (daytime \text{ length}) & \text{for } |\varphi| \geq \delta_0 \end{cases} \quad (4.18)$$

di mana $\delta_0 = 23.4^\circ$ adalah sudut oblik. Ini sesuai dengan kurva di panel kiri Gambar 4.7. Jika ini diseimbangkan dengan radiasi inframerah pada setiap garis lintang yang diperoleh sebagai kesetimbangan konvektif-radiatif vertikal (3.8),

$$\bar{T}(\varphi, p) = \left[\frac{I_{s0}}{2\pi\sigma} \left(\frac{\kappa}{g} p_0 + 1 \right) \cos \varphi \right]^{1/4} \cdot \left(\frac{p}{p_\varphi} \right)^{\Gamma_c R / \gamma_s} \quad \text{for } |\varphi| \leq \delta_0 \quad \text{and } p > p_\varphi \quad (4.19)$$

Mungkin ada medan angin zonal dengan geseran vertikal yang memenuhi neraca angin termal (4.11) atau bentuk L'Hospital menjadi,

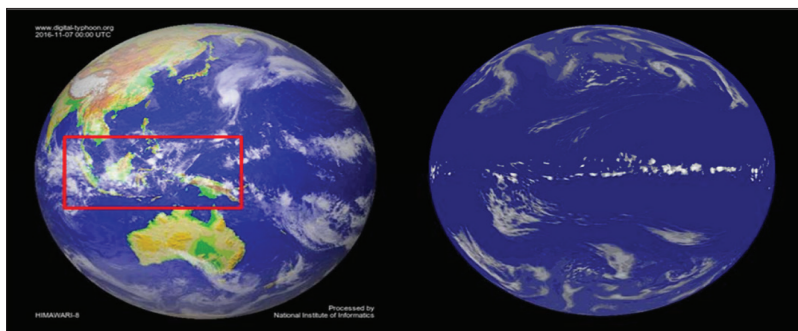
$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{R}{fH} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} = -\frac{R}{fRH} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \varphi} = -\frac{R}{4fRH\bar{T}^3} \frac{\partial \bar{T}^4}{\partial \varphi} = -\frac{g}{8\Omega R\bar{T}^4} \frac{I_{s0}}{2\pi\sigma} \left(\frac{\kappa}{g} p_0 + 1 \right) \left(\frac{p}{p_\varphi} \right)^{4\Gamma_c R / \gamma_s} = \frac{g}{8\Omega R \cos \varphi} \quad (4.20)$$

atau

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = -\frac{R}{\beta H} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} = -\frac{R}{\beta R^2 H} \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \varphi^2} = -\frac{g}{8\Omega R\bar{T}^4} \left[\frac{\partial^2 \bar{T}^4}{\partial \varphi^2} - \frac{3}{4\bar{T}^4} \left(\frac{\partial \bar{T}^4}{\partial \varphi} \right)^2 \right] = \frac{g}{8\Omega R \cos \varphi} (1 + 3 \tan^2 \varphi) \quad (4.21)$$

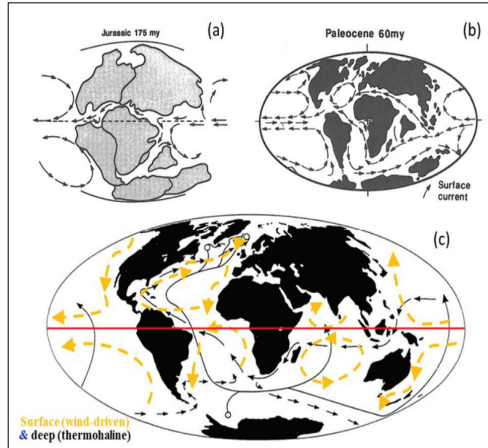
yang naik dengan lintang (suku kedua akan hilang menuju ekuator). Secara kuantitatif angin baratan akan naik 2.5 m/s per 1 km.

Namun, distribusi temperatur sebenarnya berbeda dari keseimbangan vertikal satu dimensi, dan gradien meridional agak lebih kecil dari garis lintang tengah yang tidak seimbang persis dengan angin zonal rata-rata yang lemah (Gambar 4.3 dan 4). Atmosfer tropis terlalu panas sebagian karena siklus hidrologi (antara atmosfer dan lautan; cf. Webster, 1994) berhubungan dengan puncak curah hujan 2.000 mm/tahun dihasilkan oleh awan dengan skala spasial yang akan dibahas pada Bab VI. Ketidakseimbangan tersebut (ditunjukkan antara insolasi dan radiasi inframerah keluar di panel kiri Gambar 4.7) harus dikompensasi oleh proses transpor meridional (ditunjukkan pada panel kanan Gambar 4.8) selain aliran zona geostropik, yaitu sirkulasi meridional “ageostrofik”. Mereka terkait dengan transportasi panas laten, yang harus konsisten dengan jumlah air (ditunjukkan pada panel tengah Gambar 4.8). Di daerah tropis atau khatulistiwa panas dan curah hujan berlebih dipertahankan oleh perpindahan panas ke arah kutub dan konvergensi uap air khatulistiwa dan sirkulasi meridional seperti itu akan dibahas pada bagian selanjutnya.



Ket.: (kiri; contoh pada 00 UTC 7 November 2016; lih. Bessho et al., 2016; animasi diperoleh di <http://agora.ex.nii.ac.jp/digital-typhoon/archive/monthly/index.html.en>) dan bumi virtual (“aqua-planet”) tanpa daratan yang disimulasikan oleh model numerik resolusi tinggi (kanan; lihat Satoh et al., 2008; animasi diperoleh di http://www.jst.go.jp/kisoken/crest/ryoikiarchive/multi/en/theme/01_Sato.html). Awan tropis di atas Bumi yang sebenarnya agak berbeda khususnya di sekitar daratan (seperti yang ditunjukkan oleh persegi panjang merah di sebelah kiri) dari garis zona struktur di atas planet aqua, meskipun awan sebenarnya dan virtual di tengah/lintang tinggi hampir serupa (Yamanaka, 2016).

Gambar 4.8 Distribusi awan di Bumi diamati oleh satelit meteorologi



(a) Distribusi benua Mesozoikum dan (b) Kenozoikum Tersier dan arus laut (Van Andel, 1994), dibanding dengan sirkulasi permukaan dan laut dalam saat ini (Bigg, 2003, dengan modifikasi; berasal dari gagasan Prof. W. S. Broecker yang diusulkan dalam 1987; lihat Broecker, 1991).

Gambar 4.9 Distribusi benua Mesozoikum dan Kenozoikum Tersier

Jika Bumi adalah bola dengan permukaan yang benar-benar rata dan seluruh permukaannya adalah air dengan kedalaman 2.700 m, yang disebut “aqua-planet” (panel sisi kanan Gambar. 4.8). Kemudian lautan serta atmosfer dapat mengalir secara zonal maka perbedaan pemanasan lintang akan disesuaikan hampir secara geostropik. Namun, karena Bumi memiliki daratan (sekitar 3:7 dengan lautan) yang ujung timurnya (pantai) membelokkan arus laut timur khatulistiwa ke utara (seperti Kuroshio dan Gulfstream di Pasifik Utara dan Atlantik), meskipun arus lautan hampir zonal di sekitar benua Antartika dan di lautan terbuka dekat khatulistiwa (Gambar 4.9), maka pantulan pantai gelombang dan arus laut menghasilkan variasi antartahun (seperti El Nino yang dijelaskan dalam Bagian 5.3), dan kontras pesisir dalam kapasitas panas menginduksi sirkulasi monsun (Bagian 4.4) angin laut-darat (Bagian 6.1).

B. Potensial Kekekalan Vortisitas dan Ketakstabilan Inersia

Untuk mempelajari kekekalan vortisitas, kita mulai dengan melihat ekspresi kecepatan meridional dan vertikal. Dari Persamaan (4.2) kita dapat memperoleh ekspresi untuk kecepatan meridional sebagai berikut,

$$\bar{v} = \frac{\bar{G} - \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial t}}{\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \right)} = \frac{-\left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \Gamma \right) \left(\bar{G} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left(\bar{Q} - \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \right)}{\rho_0 e^{\left(-\frac{R}{C_p H} z \right)} \cdot \bar{p}} \quad (4.23)$$

sedangkan kecepatan vertikal dinyatakan sebagai berikut,

$$\bar{w} = \frac{\bar{Q} - \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} - \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y}}{\Gamma + \frac{\partial \bar{T}}{\partial z}} = \frac{\frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \left(\bar{G} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) - \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \right) \left(\bar{Q} - \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \right)}{\rho_0 e^{\left(-\frac{R}{C_p H} z \right)} \cdot \bar{p}} \quad (4.24)$$

di mana

$$\rho_0 e^{\left(-\frac{R}{C_p H} z \right)} \cdot \bar{p} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \right) \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \Gamma \right) \quad (4.25)$$

dengan

$$\bar{p} = \frac{(\nabla \times \bar{u} + \bar{f})}{\rho_0} = \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + \left(f - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right] = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \left(\bar{\theta}, \frac{1}{R} \bar{M} \right)}{\partial (y, z)} \quad (4.26)$$

yang dinamakan potensial vortisitas Ertel dan simbol

$$\frac{\partial(a, b)}{\partial(y, z)} \equiv \frac{\partial a}{\partial y} \frac{\partial b}{\partial z} - \frac{\partial a}{\partial z} \frac{\partial b}{\partial y} \quad (4.27)$$

dinamakan simbol Jacobian. Selanjutnya dengan substitusi Persamaan (4.23) dan Persamaan (4.24) ke Persamaan (4.5) dan substitusi u , T , dan ϕ dari Persamaan (4.3) dan Persamaan (4.4) maka kita peroleh persamaan potensial vortisitas rata-rata zonal sebagai berikut,

$$\rho_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial}{\partial z} \right) \bar{p} = \frac{\partial(\bar{G}, \bar{\theta})}{\partial(y, z)} + \frac{\partial \left(e^{\left(\frac{R}{C_p H} \right) z} \cdot \bar{Q}, \frac{\bar{M}}{R} \right)}{\partial(y, z)} \quad (4.28)$$

yang mengimplikasikan bahwa p harus kekal jika tidak ada gaya eksternal ($G=Q=0$).

Latihan: turunkan Persamaan (4.28).

Secara umum, kuantitas kekal Lagrangian dapat membuat medan (menjadi fungsi ruang) jika ada gaya yang bergantung padanya. Dalam hal ini, jika parsel udara dipindahkan, maka mungkin ada perbedaan antara parsel udara tadi dan parsel lingkungan, serta gaya juga berubah. Jika itu adalah gaya pemulih (seperti gaya pegas), parsel mungkin berosilasi di sekitar posisinya, dan akan kembali ke posisi awal jika terjadi proses peluruhan seperti gesekan atau disipasi, yang disebut stabil. Sebaliknya, jika gaya memperbesar perbedaan parsel-lingkungan, parsel tidak pernah kembali ke posisi awal, dan medan akan dimodifikasi (menuju situasi stabil baru), yang disebut kondisi tidak stabil.

Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz
(1821 – 1894)



For quasi-2D (horizontal) flow, the velocity may be decomposed as

$$\mathbf{u} = \nabla \times (0, 0, \phi) - \nabla \chi$$

(ϕ : stream function; χ : velocity potential)

$\nabla \cdot (\phi_y, -\phi_x, 0) = 0$
 non-divergent
 (solenoidal)

$\nabla \times (-\nabla \chi) = 0$
 irrotational

“vortex”
on (quasi-)horizontal plane
 $\phi \sim$ geopotential
(geostrophic)

“convection”
on vertical plane

↓
Weather maps

<http://www.nndb.com/people/445/000072229/>

Ket.: mengenai pemisahan aliran fluida menjadi non-divergen dan irrotasional. Komponen, yang sesuai dengan “vorteks/pusaran” di bidang horizontal dan “konveksi” di bidang vertikal. Pemisahan ini tidak unik. Untuk ekstratropis, di mana gerakan pusaran horizontal dominan, berguna untuk “peta cuaca”.

Gambar 4.10 Salah satu dari banyak teorema yang diturunkan oleh Helmholtz

Untuk kondisi tersebut maka kestabilan terjadi jika

$$\bar{f}\bar{p} < 0 \quad (4.29)$$

di mana saja, yaitu terkait dengan apa yang disebut sebagai ketidakstabilan inersia di dalam fluida yang berotasi. Kondisi ini menyatakan bahwa jika di dalam suatu fluida berotasi lebih cepat dari bagian luarnya, maka gaya sentrifugal lebih kuat di dalam daripada di luar dan akan menginduksi kestabilan (lihat: Andrew et al., 1987. Bab 8.6). Dengan mensubstitusikan v dan w di Persamaan (4.23) dan (4.24) ke persamaan keseimbangan angin termal (4.14) maka akan kita peroleh,

$$f \left[\bar{q} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} - f e^{\left(\frac{R}{p} H\right)z} \frac{H}{R} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 \right] < 0 \quad (4.30)$$

di mana

$$\bar{q} \equiv f - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \overline{f + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}} = \overline{z \text{ komponen vortisitas absolut } f + \nabla \times \bar{u}}$$

atau kita tulis,

$$Ri \left[f^2 \left(1 - \frac{1}{R_i} \right) - f \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] < 0 \quad (4.31)$$

dan

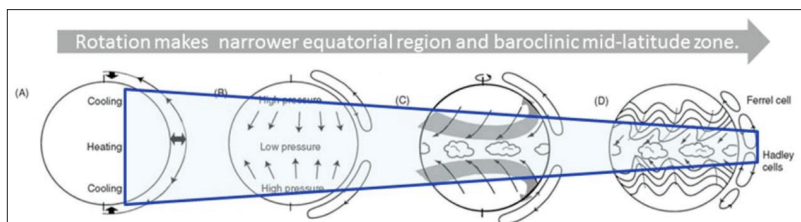
$$R_i \equiv N^2 \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^{-2}, \quad N = \left[e^{-\left(\frac{R}{c_p} H\right)} \cdot \frac{R}{H} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{R}{H} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \Gamma \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.32)$$

dinamakan bilangan Richardson dan Brunt-Vaisala frekuensi berturut-turut.

Di lain pihak, kita mengenal tiga kriteria ketidakstabilan (*instability*), yaitu

$$\begin{aligned} R_i < 0 \left(N^2 < 0, \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} < 0 \right) & \text{ convective instability} \\ 0 < R_i < \frac{f}{\bar{q}} (\bar{f}\bar{q} > 0) & \text{ simetric instability} \\ R_i \square 1 (\bar{f}\bar{q} < 0) & \text{ inertia instability.} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Ketidakstabilan ini hanya muncul dalam skala meso atau fenomena yang lebih kecil di dekat front di wilayah ekstratropis, tetapi menjadi lebih penting di daerah tropis, di mana bernilai kecil dan berubah tanda (Dunkerton, 1981, 1983). Akibat ketidakstabilan inersia, sirkulasi meridional sumbu-simetris yang tegak lurus terhadap aliran zonal sumbu-simetris dapat muncul.



Ket.: saat berkembang dari keadaan diam dalam model iklim untuk kondisi ekuinoks dengan tidak adanya kontras darat-laut di wilayah khatulistiwa (di mana awan konvektif mengontrol sirkulasi).

Sumber: Wallace, 2002, modifikasi

Gambar 4.11 Penggambaran skematis dari sirkulasi umum

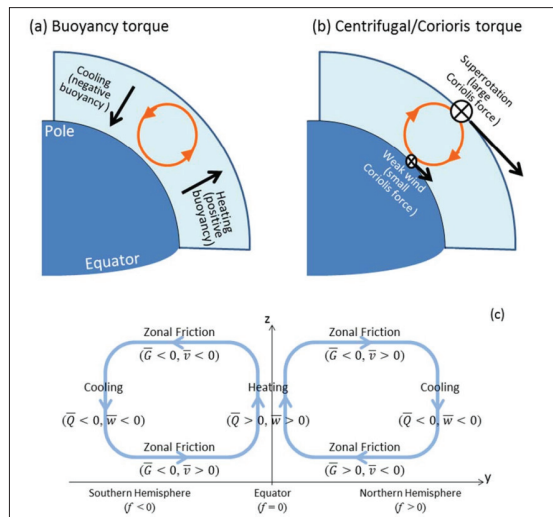
Secara umum (dengan teorema yang sering merujuk pada nama Helmholtz; lihat Gambar 4.10), aliran fluida Bumi mungkin dipisahkan menjadi komponen seperti “vorteks” di bidang horizontal dan komponen seperti “konveksi” di bidang vertikal. Yang pertama dominan ketika rotasi ditingkatkan (lihat Gambar 4.11). Di daerah tropis, jenis gerakan konveksi termasuk sirkulasi meridional (serta sirkulasi zonal-vertikal yang dijelaskan dalam Bagian 5.2 dan konveksi skala kecil (makna sempit) yang dibahas di Bab VI) dominan, dan “peta cuaca” menunjukkan kontur geopotensial yang kira-kira dikenal sebagai arus geostropik tidak berguna di ekuator.

C. Sirkulasi Hadley

Sirkulasi Hadley dikemukakan oleh seorang pengacara Inggris, George Hadley, pada awal abad ke-18, berdasarkan tentang pengalaman para pelaut di arah timur khatulistiwa (angin pasat) yang melayang ke arah khatulistiwa (lihat Bagian 7.1 dari Lindzen, 1990; lihat nanti panel kanan atas Gambar 4.13). Studi termodinamika awal pada waktu itu menyarankan juga *updraft* dekat khatulistiwa dengan suhu yang lebih tinggi, sebagai akibat dari torsi apung (Gambar 4.11(a)). Namun, suhu permukaan maksimum di dekat khatulistiwa tidak dapat dijelaskan hanya oleh intensitas insolasi yang bergantung pada zenit sudut Matahari, karena insolasi rata-rata harian maksimum di kutub musim

panas tanpa muncul malam hari di stratopause (lihat nanti Bagian 4.5 dan 5.4). Iklim permukaan kutub yang lebih dingin disebabkan oleh lebih besar refleksi (albedo awan dan *cryospheric*, yang juga merupakan hasil dari iklim yang lebih dingin, yaitu mekanisme umpan balik es-albedo) dan refraksi (kedalaman optik yang lebih panjang).

Seperti dibahas dalam Bagian 3.2, jika kesetimbangan konvektif radiatif satu dimensi muncul, angin zonal tanpa sirkulasi meridional dapat muncul di bawah keseimbangan angin termal. Peningkatan vertikal barat terkait dengan penurunan suhu ke arah kutub di bawah termal kesetimbangan angin dapat menginduksi torsi Coriolis/sentrifugal yang berlawanan dengan torsi daya apung (Gambar 4.12(b)). Bahkan jika stratifikasi menjadi tidak stabil oleh pemanasan lokal/instan yang lebih kuat di tanah (sebagaimana dibahas dalam Bagian 6.2), seperti konveksi harus dihentikan karena perpindahan panas ke atas/keluar oleh konveksi itu sendiri.



Ket.: Gambar skematis dari (a) pemanasan dan (b) torsi geser yang bekerja pada bidang meridional (Matsuda dan Yoden, 1985, dengan modifikasi), dan (c) sirkulasi Hadley yang dipaksakan oleh (a) (Holton, 1992, Bagian 10.2, dengan modifikasi).

Gambar 4.12 Gambar skematis dari pemanasan dan torsi geser yang bekerja pada bidang meridional

Oleh karena itu, untuk mempertahankan sirkulasi Hadley, diperlukan pemaksaan yang stabil, baik dalam arah vertikal maupun meridional. Jika kita lihat Persamaan (4.13) dan (4.16) (atau (4.5)) untuk bilangan tunak ($\partial/\partial t=0$) quasi-homogen (u dan T) hampir konstan, yaitu,

$$\bar{v} = -\frac{\bar{G}}{f}, \quad \bar{w} = \frac{\bar{G}}{\Gamma}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\bar{G}}{f} \right) + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 \frac{\bar{G}}{\Gamma} \right) \approx 0 \quad (4.34)$$

Rumus pertama menunjukkan apa yang disebut hubungan Ekman, bahwa pemaksaan mekanik zonal n (seperti gesekan²⁹) menginduksi aliran meridional G . Rumus kedua menunjukkan bahwa netto pemanasan/pendinginan Q ditiadakan oleh pendinginan/ pemanasan adiabatik (ekspansi/kompresi) melalui naik/turun w . Persamaan diagnostik terakhir dari (4.20) mengimplikasikan bahwa sirkulasi Hadley harus dibangkitkan sehingga kedua gaya Q dan G seimbang. Gesekan di bagian bawah menghasilkan turbulensi lapisan batas (lihat Bagian 6.1-2), yang awalnya diperhatikan oleh Hadley dan diamati sebagai lapisan campuran *trade wind* (di bawah lapisan inversi) di atas lautan terbuka. Namun, efek sirkulasi lokal dengan siklus diurnal di dekat garis pantai atau di darat, serta situasi/mekanisme di bagian atas sel Hadley (yang kemungkinan disebabkan oleh gangguan gelombang atau pecahnya (lihat Bagian 5.4) masih belum sepenuhnya jelas.

Jika Q dan G dinyatakan dengan u dan T dan/atau turunannya, sehingga mereka teredam (berkurang waktu), seperti pendinginan Newtonian (lihat Persamaan 3.6), redaman Rayleigh (lihat Persamaan 4.12) atau difusi eddy (lihat Persamaan 3.3), maka persamaan ketiga dari Persamaan (4.20) dan hubungan angin termal (Persamaan 4.11) tertutup untuk dua variabel bergantung u dan T . Jika tidak, alternatif lainnya Adalah dengan ekspresi w oleh T , persamaan kontinuitas (4.5) (yang merupakan bentuk awal persamaan ketiga dari Persamaan (4.20)), hubungan angin termal (Persamaan 4.11) dan persamaan momentum zonal (4.2) (atau Persamaan 4.10) juga tertutup untuk tiga variabel u , v , dan T . Sirkulasi Hadley dengan pendinginan/pe-

manasan adiabatik (ekspansi/kompresi) yang diinduksi oleh *updraft/downdraft* di sisi yang lebih hangat/dingin (lintang lebih rendah/tinggi) mengangkut panas dari garis khatulistiwa ke garis lintang tengah, yang membuat gradien suhu meridional lebih kecil. Secara bersamaan, di bawah kekekalan momentum sudut absolut (Persamaan 4.10), sirkulasi Hadley dengan aliran kutub/ekuator di atas/bawah setengah mengurangi/meningkatkan momentum sudut planet dan menambah/mengurangi momentum sudut relatif (baratan/*westerly* u^{30}), yang meningkatkan gaya geser vertikal $\partial u/\partial z$. Sirkulasi Hadley dihasilkan sehingga termodifikasi $-\partial T/\partial z$ dan $\partial u/\partial z$ memenuhi hubungan angin termal.

Jika kita asumsikan simetri ekuator ($v=0$ pd $y=0$), rigid batas atas dan bawah ($w=0$ pd $z=0$, dan $z=h$), insentropik secara vertikal ($\theta(y,z)=T(y)$), dan tak ada angin zonal di dasar ($u=0$ pada $z=0$). Jika kita integrasikan persamaan *thermal-wind* (4.11) secara meridional (0 sampai y) maka untuk angin zonal kita peroleh $u=\beta y^2/2$ yang mana kekekalan momentum sudut pada $z=h$ sehingga kita peroleh,

$$\frac{\bar{T}(0)-\bar{T}(y)}{T_0} = \frac{y^4}{8\lambda^4} \quad , \quad \lambda = \left(\frac{gh}{\beta^2} \right)^{1/4} \quad (4.35)$$

di mana $T(0)$ adalah representasi temperatur yang digunakan untuk menghitung skala ketinggian, dan λ adalah radius deformasi ekuatorial. Parameter ini terkait dengan radius deformasi Rosbby untuk lintang menengah, yaitu didefinisikan sebagai kecepatan fase gelombang gravitasi yang dibagi dengan parameter Coriolis (f). Jika diintegrasikan, persamaan keseimbangan termal sebagai berikut,

$$\int_0^y \bar{Q}(y) dy = -\alpha \int_0^y [\bar{T}(y) - \bar{T}_e(y)] dy = 0, \quad \bar{T}(Y) = \bar{T}_e(Y) \quad (4.36)$$

yang memberikan lebar meridional sirkulasi Hadley sebagai berikut,

$$\frac{Y}{R} = \left(\frac{5}{3} \Delta \frac{4\lambda^4}{R^4} \right)^{1/2} \approx 0.3 \quad (3.37)$$

Secara kasar, dapat dikatakan bahwa lebar sirkulasi Hadley adalah sepertiga jari-jari Bumi. Lindzen dan Hou (1988) menerangkan bahwa variasi musiman meridional dari sirkulasi Hadley melalui pemanasan asimetri ekuator.

Pelajari Paper: Lindzen, R.S., Hou, A.V., *Hadley Circulations for Zonally Averaged Heating Centered off the Equator, Journal of the Atmospheric Sciences*, 45, (1988), 2416-2427.

Dengan asumsi atmosfer fluida inkompresibel ($\text{div}.u=0$), maka solusi eksak yang memerikan sirkulasi Hadley dapat diperoleh. Dengan angin meridional dan vertikal, direpresentasikan dalam fungsi *stream* sebagai berikut,

$$\bar{v} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z}, \quad \bar{w} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y} \quad (4.38)$$

Maka persamaan keseimbangan momentum dalam fungsi *stream* menjadi,

$$\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial y^2} + \frac{f^2}{N^2} \rho_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial z} \right) = \frac{\rho_0}{N^2} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{R}{H} \bar{Q} \right) + f \frac{\partial \bar{G}}{\partial z} \right] \quad (4.39)$$

Ini adalah persamaan diferensial parsial tipe *elliptic* dengan solusi analitik mudah diperoleh jika $Q=G=0$. Dengan metode separasi variabel, maka kita akan peroleh solusi dalam bentuk fungsi trigonometri. Dengan sifat periodisitas Bumi, maka Q dan G dapat dinyatakan dalam fungsi trigonometri melalui representasi Fourier sebagai berikut,

$$\bar{Q}(y, z) = Q_0 \cos(l y) \sin(m z), \quad \bar{G}(y, z) = G_0 \sin(l y) \cos(m z) \quad (4.40)$$

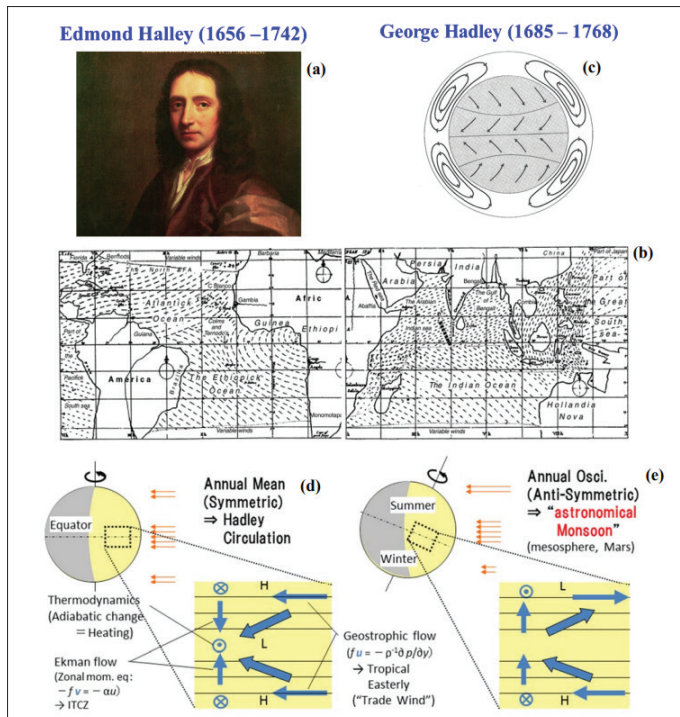
Dengan bentuk seperti ini, maka solusi Persamaan (4.39) akan mempunyai bentuk,

$$\bar{\psi}(y, z) = A \sin(l y) \sin(m z), \quad \bar{v}(y, z) = -B \sin(l y) \cos(m z) \quad (4.41)$$

yang berkaitan dengan pasangan sel sirkulasi meridional di sebelah utara dan selatan ekuator.

Soal: cari ekspresi untuk A dan B di Persamaan (4.41) dengan Q dan G dinyatakan oleh Persamaan (4.40).

Suku gaya eksternal Q dan G juga melibatkan produk nonlinear dari besaran-besaran yang terganggu, yang didefinisikan sebagai (u)' atau fluktuasi hara rata-rata di dalam Persamaan (4.1). Kuantitas perturbasi seperti itu mungkin memiliki struktur sistematis (seperti hubungan fase dan polarisasi untuk gelombang dijelaskan dalam Bab V dan VI), dan produk nonlinearnya mungkin tidak selalu menginduksi gerakan 'langsung termal' (ke atas/ke bawah di sisi yang lebih hangat/dingin) sebagai sirkulasi Hadley. Misalnya, baroklinik (Rossby eksternal), gelombang di pertengahan garis lintang barat memiliki sirkulasi tidak langsung (Ferrel) (turun/ke atas di sisi yang lebih hangat/dingin). Di stratosfer yang lebih rendah, sebuah gaya mekanis G (divergensi fluks momentum) dari gelombang yang merambat ke atas menginduksi sirkulasi meridional tidak langsung di garis lintang yang lebih tinggi (Bagian 4.5), dan kuasi-periodik (kuasi dua tahunan dan *semiannual*) dari variasi rata-rata angin zonal dekat khatulistiwa (Bab V.4).



Ket.: (a) Astronom Inggris, Halley dan (b) peta distribusi angin pertamanya (1686), di mana (c) peta distribusi angin Hadley (1785) teori sirkulasi didasarkan. Hadley hanya memplot arah angin termasuk (d) sirkulasi Hadley dan (e) monsun, yang mana dapat dijelaskan oleh Hadley yang pertama kali memasukkan rotasi bumi (kemudian disebut gaya Coriolis).

Gambar 4.13 Astronom Inggris Halley dan peta distribusi angin

Model sirkulasi Hadley agak sederhana dalam masalah dua dimensi (rata-rata zona), seperti yang disebutkan di atas yang secara meridional pemanasan diferensial (gradien suhu) Q dan keseimbangannya (Persamaan 4.20) dengan gaya mekanis (gesekan) G dapat menginduksi/mempertahankan sirkulasi Hadley. Namun, dalam masalah tiga dimensi yang lebih realistis, ada kemungkinan untuk menghasilkan gangguan aksial-asimetris (bergelombang secara zonal)

(yang akan dibahas dalam Bab V dan VI). Gelombang ini penting bahwa di dekat ekuator, gaya Coriolis menghilang dan sirkulasi termal tidak langsung (dengan Rossby dan gelombang baroklinik) terlalu lemah untuk membatalkan sirkulasi Hadley. Selanjutnya, terlepas dari pemanasan horizontal yang seragam di bagian bawah (dan stratifikasi yang tidak stabil secara kondisional seperti yang disebutkan dalam Bagian 3.3. dan 6.2), skala konveksi vertikal yang lebih kecil (Benárd-Rayleigh) tidak begitu bagus untuk menghancurkan sirkulasi Hadley dan zona *updraft*-nya ITCZ, yang (serta sirkulasi zona yang dijelaskan di Bagian 5.2) akan dijelaskan oleh konveksi awan, aktivitas organisasi gelombang yang terperangkap di dekat ekuator dengan gradien meridional yang tidak dapat diabaikan (efek β) dari gaya Coriolis. Lebih tepatnya, ITCZ tidak terletak hanya di ekuator, dan pergeseran tahunannya ke utara-selatan tidak simetris (agak ke utara). Fitur mirip ITCZ ganda ditemukan di sekitar Benua Maritim Indonesia (IMC), termasuk pita awan konvektif yang kurang jelas memanjang ke arah timur-tenggara dari IMC di Pasifik Selatan (zona konvergensi Pasifik Selatan, atau SPCZ). Fitur-fitur ini telah diper-timbangkan pada awalnya karena distribusi suhu muka laut (SST) yang dihasilkan dari interaksi yang bervariasi antartahun dengan laut (Bagian 5.3), seperti penekanan aktivitas konvektif karena '*upwelling* khatulistiwa' air dalam yang lebih dingin, yang terkait dengan 'Ek-man gesekan' dari *trade wind* permukaan. ITCZ ganda diperoleh juga dalam eksperimen numerik '*aqua-planet*' awal dengan model SST simetris ekuator (Hayashi dan Sumi, 1985), dan (atau ITCZ yang lebih luas) dianggap karena konvergensi kelembaban yang lebih lemah diasosiasikan dengan sirkulasi Hadley yang lebih lemah (Numaguti, 1993).

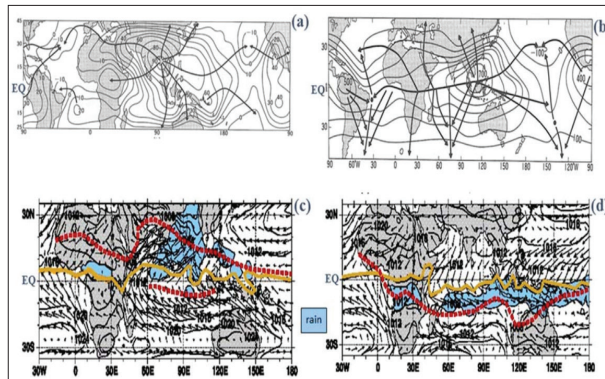
Catatan: Dalam ramalan cuaca suatu persamaan tanpa turunan waktu (yaitu tidak perlu diintegrasikan dalam waktu) disebut persamaan ‘diagnostik’, dan khususnya yang ekuivalen dengan Persamaan (4.23) sebagai ‘persamaan Omega’ karena memberikan ‘kecepatan vertikal’ yang disebutkan dalam catatan kaki Bagian 3.4. Persamaan (4.23) juga secara matematis mirip dengan persamaan untuk konveksi (Bab VI), tetapi secara fisik berbeda dari yang terakhir karena Persamaan (4.23) membutuhkan rotasi bumi dan gaya mekanik (gesekan).

D. Sirkulasi Monsun

Manusia mengenal dan memanfaatkan siklus iklim tahunan sejak Mesopotamia-Indus memperdagangkan sedikitnya 4.000 tahun lalu. Pada tahun 45 SM, Julius Caesar menetapkan kalender Julian berdasarkan tahun Matahari, serta meringkas musiman pembalikan angin yang dikenal oleh pelaut Timur dan Yunani, dan kemudian disebut ‘musim’ oleh pelaut pedagang Arab Samudra Hindia. Dari seberang, orang Indonesia bermigrasi berkali-kali ke Madagaskar, dan Pelayar Cina-Muslim Zheng He (Cheng Ho) berlayar ke Afrika pada awal abad ke-15. Lagi-lagi dari Eropa Barat, Zaman Penemuan/ Penjelajahan pada abad ke-15-17 didasarkan pada pengetahuan monsun, yang diplot dalam peta global angin permukaan laut oleh Hadley (1686) (Gambar 4.1(c)).

Pada abad ke-19-20, berdasarkan angin permukaan Gambar 4.13 (a) Gambar skema monsun ‘geografis’, (b) permainan “Temukan Benua”, pada bulan Juli dikurangi suhu udara permukaan Januari (Wallace dan Hobbs, 2006), dan (c) sirkulasi zonal dan meridional pada monsun musim panas di belahan Bumi utara (Webster et al., 2002). (a) (b) (c) pengamatan meteorologi diperluas secara global, klasifikasi iklim geografis modern diusulkan. Pertama oleh ahli iklim Jerman Köppen didasarkan pada suhu dan curah hujan rata-rata bulanan (siklus tahunan), dan jenis utama diberi nama dengan karakteristik vegetasi, seperti hutan hujan (Af) dan savana (As) di iklim tropis (A). Jenis perantara (Am) antara Af dan As yang diklasifikasikan

oleh Köppen kemudian didefinisikan ulang dan disebut sebagai iklim muson tropis. Pada tahun 1950-an, ahli klimatologi Rusia, Khromov, menunjukkan bahwa persebaran global monsun dapat didefinisikan sebagai perbedaan azimuth angin antara Januari-Juli yang lebih besar dari 120°. dari mana Ramage (1971) dari Hawaii membatasi hanya daerah seperti itu di Asia tropis dan Afrika dengan menghilangkan rotasi angin akibat siklon ekstratropis, seperti serta angin lemah di dalam zona antisislon subtropis. Di wilayah monsun Asia, monsun dari/di luar lautan dikaitkan dengan curah hujan aktif, dan monsun sering diidentikkan dengan musim hujan (Murakami dan Matsumoto, 1994; Wang dan Ho, 2002).



Ket.: (a)(b) Potensial kecepatan dan divergensi troposfer atas (200 hPa) (Krishnamulti et al., 1973; Krishnamulti, 1971), dan (c)(d) angin dan curah hujan troposfer rendah (925 hPa) (Webster, 1999) untuk boreal (a)(c) musim panas (Juni-Agustus) dan (b)(d) musim dingin (Desember-Februari) (Webster et al., 2002).

Gambar 4.14 Potensial kecepatan dan divergensi troposfer atas

Insolasi memiliki siklus tahunan anti-fase hemisfer yang terkait dengan revolusi Bumi dan kemiringan sumbu rotasi (seperti yang dijelaskan dalam Bagian 4.1). Pada hari titik balik Matahari, insolasi harian rata-rata (I_3^{day}), pada garis tropis belahan Bumi musim panas kira-kira dua kali lipat dari garis tropis belahan Bumi musim dingin, yang menghasilkan ke atas/ke bawah torsi apung di belahan musim

panas/musim dingin. Gradien suhu meridional juga menghasilkan geser aliran zonal geostropik vertikal (termal-angin-seimbang) (Bagian 4.1), dan torsi daya apung dapat dikurangi oleh torsi geser vertikal. Namun, gaya gesek yang bekerja pada aliran zona memaksa aliran meridional ageostrofik agar seimbang dengan gaya Coriolis di garis lintang selain ekuator. Proses ini untuk titik balik Matahari musim panas belahan Bumi utara. Dengan periodisitas gaya sumber termal, maka Q dan G dinyatakan sebagai berikut,

$$\bar{Q}(y, z) = Q_0 \sin(l y) \sin(m z), \quad \bar{G}(y, z) = G_0 \cos(l y) \cos(m z) \quad (4.42)$$

Maka solusi Persamaan (4.39) menjadi,

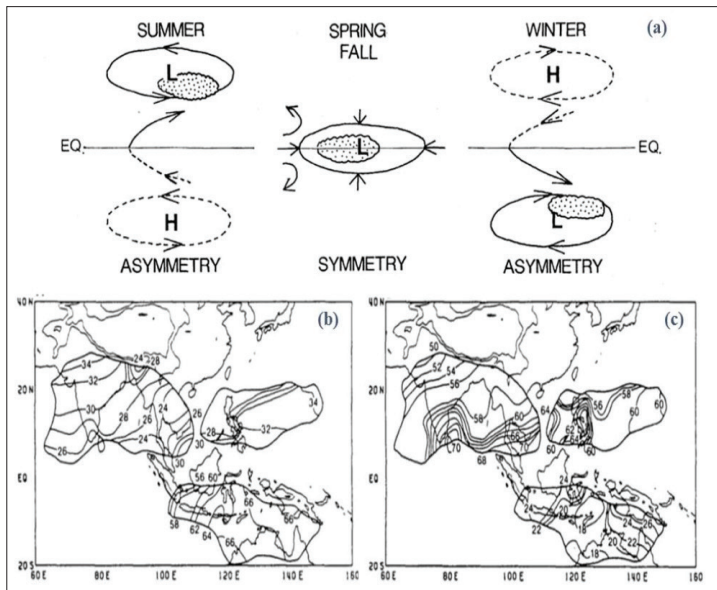
$$\begin{aligned} \bar{\psi}(y, z) &= -A \cos(l y) \sin(m z), & \bar{v}(y, z) &= B \cos(l y) \cos(m z), \\ \bar{w}(y, z) &= C \sin(l y) \cos(m z), \end{aligned} \quad (4.43)$$

yang menyatakan sirkulasi monsun. Untuk musim dingin belahan Bumi utara titik balik Matahari, besaran-besaran ini memiliki tanda yang berlawanan, sehingga peredarannya menjadi terbalik. Karena ini merupakan sirkulasi monsun, sel Hadley di belahan Bumi musim dingin dalam fase selalu lebih besar dan lebih kuat daripada anti-fase sel belahan Bumi musim panas. Contoh lain dari jenis monsun ini adalah sirkulasi umum di tengah atmosfer Bumi dan atmosfer Mars.

Selain itu, insolasi di Bumi menghasilkan torsi apung lain antara permukaan darat dan laut, yaitu memberikan kategori lain dari sirkulasi terbalik tahunan (katakanlah, monsun ‘geografis’) dari troposfer bebas (Gambar 4.13). Dalam hukum termodinamika pertama, untuk benda yang hampir tidak dapat dimampatkan (cair dan padat), ekspansi bekerja (yang cukup penting untuk gas; lihat Bab II) dapat diabaikan, dan kenaikan suhu untuk pemanasan hampir berbanding terbalik dengan kapasitas panas benda. Untuk insolasi di permukaan Bumi, permukaan tanah yang padat (selengkapnya persis lapisan tipis tanah) dengan kapasitas panas yang lebih kecil (sekitar $1/5$) memiliki suhu yang lebih tinggi jauh lebih kecil dari permukaan laut yang cair. Konduksi panas dalam zat padat dan difusi dalam

zat cair tidak sesederhana itu, tetapi dalam air laut yang sebenarnya dengan ukuran dan kedalaman yang cukup besar, difusi eddy dapat membuat panas permukaan/lokal keluar ke lebih dalam/sekitar air, yang berkontribusi terhadap respons suhu permukaan laut yang cukup kecil/lebih lambat daripada permukaan daratan suhu. Meskipun radiasi dan respons atmosfer lebih kompleks daripada permukaan laut atau darat, albedo tetap bergantung pada fitur permukaan tanah (termasuk vegetasi yang juga memiliki variasi musim yang disebut fenologi) dan berbagai proses lapisan batas (lihat Bagian 6.1), atmosfer terendah mengikuti suhu permukaan dasar dengan jeda waktu, dan suhu udara di permukaan daratan berskala benua menjadi lebih hangat daripada di permukaan laut berskala samudra pada musim panas dengan insolasi siklus tahunan maksimum. Pada malam musim dingin, atmosfer di wilayah kontinental lebih rendah mendingin lebih besar dan lebih cepat dibandingkan dengan atmosfer laut yang lebih rendah.

Kedua kategori monsun ini sesuai dengan pasang atmosfer (lihat Bagian 5.1) dan angin laut-darat sirkulasi (Bagian 6.1) untuk siklus insolasi diurnal yang terkait dengan rotasi Bumi. Pasang surut atmosfer memiliki struktur fase global, yang diperkuat oleh torsi apung antara sisi siang dan malam. Sirkulasi angin laut darat memiliki struktur lokal di sepanjang garis pantai. Dalam dinamika gelombang (Bab V), khatulistiwa dan garis pantai memiliki kesamaan sebagai pemandu gelombang (memiliki masing-masing mode terperangkap), tetapi perbedaan besarnya dua digit (sebanyak 365 kali) antara periode revolusi dan rotasi Bumi menyebabkan perbedaan jenis gerak paksa (*forced motion*). Intinya, troposfer Bumi sangat dipengaruhi oleh ketidakhomogenan permukaan, seperti distribusi laut-darat dan daratan topografi, serta monsun 'geografis' (dan sirkulasi angin laut-darat) relatif dominan dibandingkan dengan musim 'astronomi' (dan pasang surut). Namun, di atmosfer tengah Bumi (lihat Bagian 4.5) dan di atmosfer Mars, monsun 'astronomi' dominan, yang membuat sirkulasi meridional terbalik setiap tahun.



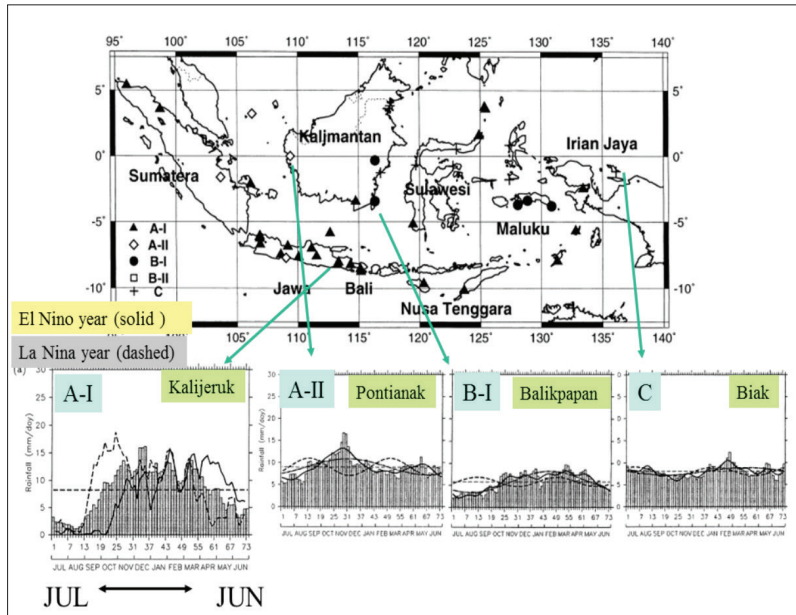
Ket.: (a) Siklus musiman lokasi ITCZ yang ditunjukkan dengan titik-titik (Matsumoto dan Murakami, 2000), dan musim hujan (b) onset dan (c) isokron penarikan ditunjukkan dengan nomor pentad (Murakami dan Matsumoto, 1994).

Gambar 4.15 Siklus musiman lokasi ITCZ

Di atmosfer, gerakan ke atas yang terkait dengan gaya torsi apung dapat menghasilkan awan (Bagian 6.2), dan di awan, gerakan ke atas diperkuat oleh panas laten yang dilepaskan oleh kondensasi awan itu sendiri. Di dalam artinya, musim panas 'geografis' yang bertiup dari laut mungkin memiliki kelembapan yang lebih kaya dan lebih intens aktivitas awan daripada monsun 'geografis' musim dingin dari benua, dan periode monsun ini disebut hujan (atau basah) dan musim kemarau (lihat Gambar 4.16). Hal ini sering membuat monsun 'geografis' lebih luar biasa dibandingkan monsun 'astronomi'.

Orang Arab mencatat, memanfaatkan, dan menamai monsun sejak lama. Di Jepang, musim dingin 'geografis' dari timur Benua Eurasia (Siberia) menyerap kelembapan dari air hangat Laut Jepang dan membawa hujan salju lebat, Musim dingin di utara ini mungkin bertiup di luar khatulistiwa (sebagai musim hujan 'astronomi'); sering

disebut ‘gelombang dingin’) dengan menyerap kelembapan besar-besaran di atas Laut Cina Timur dan Selatan, serta dapat menghasilkan musim panas selatan yang kuat monsun dan hujan deras di belahan Bumi Selatan Benua Maritim Indonesia.



Ket.: Variasi curah hujan rata-rata pentad (lima hari) rata-rata untuk semua tahun (bar), El Niño (padat), dan La Niña (putus-putus) pada stasiun-stasiun tipikal, dibandingkan dengan masing-masing curah hujan pentad rata-rata (garis putus-putus horizontal).

Sumber: Hamada et al., 2002

Gambar 4.16 Variasi curah hujan rata-rata Pentad

Eurasia (*Eurasia* adalah sebuah superbenua gabungan yang terdiri dari dua benua, yaitu Eropa dan Asia), benua terbesar dengan Himalaya-Tibet sebagai langit-langit dunia, menghasilkan kontras panas yang luar biasa dengan Samudra Pasifik dan Hindia, yang memberlakukan sirkulasi monsun paling luas, monsun Asia (Gambar 4.14). Angin divergen (aliran keluar massa udara bersih) terjadi karena gaya gradien tekanan di tingkat atas yang mengarah dari

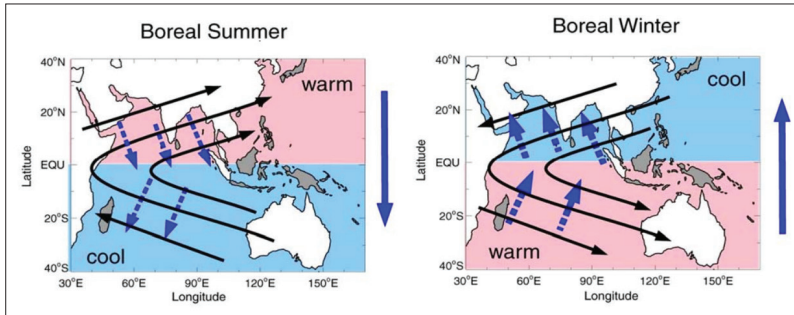
atas benua dengan ketebalan troposfer yang lebih besar (katakanlah, 1000-200-hPa) (suhu lebih tinggi) di atas lautan, yang menghasilkan termal rendah di atas permukaan benua dan angin konvergen pada tingkat rendah. Aliran tingkat rendah ini membuat konvergensi tidak hanya massa udara (untuk mengompensasi aliran ke luar atas), tetapi juga kelembapan yang membuat apa yang disebut ketidakstabilan bersyarat (Bagian 6.2) di lapisan batas untuk mengembangkan konveksi kumulus. Sirkulasi monsoon, terutama yang didorong oleh mekanisme ini awalnya adalah ageostrofik, tetapi vortisitas siklon/antisiklon terakumulasi pada tingkat bawah/atas menghasilkan aliran geostropik di sekitar benua, karena di lintangnya tinggi gaya Coriolis bekerja. Untuk monsun (4.20) berlaku kira-kira, dan gerakan vertikal hampir berkorelasi positif dengan medan suhu³². Musim hujan dibuat lebih kuat dan lebih tinggi (hampir di seluruh troposfer) karena panas laten yang dilepaskan oleh awan dan curah hujan di atas benua pada musim panas dan di atas lautan pada musim dingin.

Pada musim panas di belahan Bumi utara, Benua Eurasia menjadi terlalu panas karena insolasi dibandingkan dengan Samudra Hindia dan Pasifik. Khususnya pemanasan, pengurangan tekanan permukaan, dan aliran udara ke atas di Dataran Tinggi Tibet sangat kuat, yang memaksa aliran hangat dan lembap yang kuat dari Samudra Hindia ke lereng selatan Pegunungan Himalaya (lihat Gambar 4.14) dan menghadirkan musim hujan di anak Benua India. Musim hujan dimulai dari daerah pedalaman di timur laut India dan Semenanjung Indochina (Matsumoto, 1992). Yang terakhir dilanjutkan ke Asia timur garis lintang tengah bawah (Mei-yu, Cina; Chang-ma, Korea; dan Bai-u, Jepang), yang dicirikan oleh curah hujan gugusan awan mirip tropis tetapi dianggap sebagai ciri submusim sementara, sebelum pertengahan musim panas ditutupi oleh zona antiklon subtropis (Pasifik). Kondisi musiman seperti itu dapat dilihat dengan jelas di pengamatan satelit (misalnya, Matsumoto dan Murakami, 2000). Pada awal musim hujan dan saat musim hujan, struktur vertikal troposfer juga berubah serta di daerah pedalaman Semenanjung Indochina, naik dari lapisan inversi dan menentukan puncak awan konvektif

(Nodzu et al., 2006). Awal musim hujan dan musim hujan sering terjadi tiba-tiba, serta curah hujan sangat tidak homogen dalam ruang dan waktu karena superimposisi diurnal dan variasi intramusiman dekat khatulistiwa (lihat Bagian 6.1 dan 6.4) dan siklon tropis di daerah subtropis (Bagian 6.3). Selain itu, durasi musim hujan dan jumlah curah hujan total memiliki variabilitas antartahunan yang luar biasa (lihat Bagian 5.3).

Pada musim dingin di belahan Bumi utara, kondisi udara dingin di Pegunungan Himalaya mengalir ke arah bawah Samudra Hindia, dan anak Benua India mengalami kekeringan musim dingin (lihat Gambar 4.14). Aliran keluar serupa (disebut gelombang dingin) dari timur laut tengah Benua Eurasia (Siberia) berembus ke Korea, Jepang, dan Cina, serta mengalir melalui Laut Cina Timur dan Selatan ke Asia Tenggara. Lonjakan dingin (*cold surge*) yang sangat kuat sering melampaui khatulistiwa, dan menyebabkan hujan deras bahkan di belahan selatan Benua Maritim Indonesia. Di Benua Maritim Indonesia yang terletak di antara Benua Eurasia dan Australia di sebelah utara dan selatan, monsun musim panas boreal dan austral yang terkait dengan pergeseran tahunan-meridional ITCZ sangat jelas (Gambar 4.15 dan 4.17), yang juga terlihat sebagai sel Hadley belahan musim dingin yang lebih kuat/lebih besar. Karena perilaku dasar ITCZ (ITCZ adalah singkatan dari *Intertropical Convergence Zone*. Secara harfiah diartikan sebagai daerah pertemuan massa udara antartropis. ITCZ pembawa hujan di Indonesia) dan musim hujan ini, musim hujan yang melanda Benua Maritim berbeda/bergerak secara meridional, dan dengan demikian, Benua Maritim dapat dibagi menjadi sekitar tiga wilayah iklim kedua sisi dan sekitar khatulistiwa dengan puncak tunggal musim panas austral/boreal dan dengan puncak ganda setengah tahunan atau puncak yang tidak jelas (misalnya, Schmidt dan Ferguson, 1951; Murakami dan Matsumoto, 1994; Hamada et al., 2002; Hendon, 2003; Aldrian dan Susanto, 2003; Chang et al., 2004b, 2005). Lebih tepatnya, terdapat dua onset rute migrasi musim hujan musim panas austral (Murakami dan Matsumoto, 1994), dimulai dari India sisi laut Jawa pada pertengahan September, kemudian menyebar

ke utara (di Jawa) dan ke timur (ke Nusa Tenggara di pertengahan Desember); yang lainnya dari Papua hingga Nusa Tenggara (Kepulauan Sunda Kecil dari Timor hingga Bali). Penarikan musim hujan tipe austral dimulai dari Nusa Tenggara Barat pada bulan Maret, dan menuju ke arah timur (ke Nusa Tenggara Timur), dan ke arah barat (Jawa), hingga akhir Mei.



Ket.: Setiap tahun terjadi pembalikan sistem muson Samudra Hindia. Perbedaan suhu belahan Bumi panas-dingin berlaku musim hujan (panah hitam melengkung), yang menginduksi transportasi Ekman (panah putus-putus biru). Transportasi panas lautan (padat biru panah di sebelah kanan panel) melemahkan perbedaan musim panas-musim dingin.

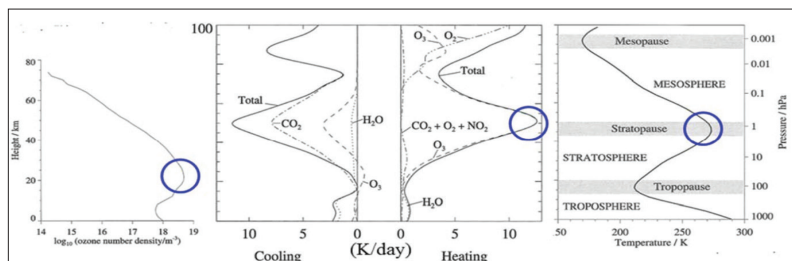
Sumber: Webster et al., 2002

Gambar 4.17 Pembalikan sistem muson Samudra Hindia

Namun, karena terdapat dua letak geografis (ekuator asimetris benua-samudra dan terjal topografi gunung) dan dua alasan spektral (variasi interannual dan intraseasonal yang dominan), siklus tahunan di atas Benua Maritim tidak begitu dominan secara unik seperti di ekstras tropis, dan inilah mengapa klimatologis deskripsi tidak dapat dilakukan hingga tahun 1980-an meskipun sekitar 2.000 stasiun pengukur hujan dibangun hingga akhir abad ke-19. Banyak gunung berapi tinggi (sering aktif) dan yang dalam tidak tercakup oleh alat pengukur hujan jaringan radar baru-baru ini, yang juga terkait dengan modifikasi variasi intramusiman di atas Benua Maritim. Karena asimetris raksasa dan benua kecil, Eurasia dan Australia, invasi utara monsun musim panas ITCZ dan boreal lebih dalam (setidaknya rata-rata zonal) daripada monsun selatan dengan musim dingin boreal

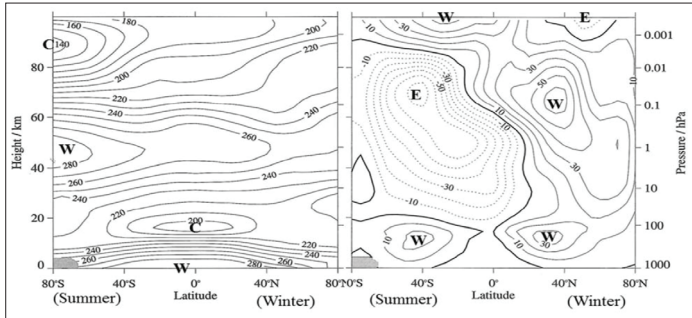
muson, tetapi yang terakhir (gelombang dingin) dapat menyebabkan hujan lebat di sepanjang pantai barat Laut Cina Selatan (Vietnam dan Melayu) dan di Benua Maritim bagian barat, khususnya saat gangguan siklon berskala sinoptik terbentuk di dekat Kalimantan dan Filipina selatan (misalnya, Cheang, 1977; Murakami dan Matsumoto, 1994; Tangang dan Juneng, 2004; Wu et al., 2007, 2011; Yokoi dan Matsumoto, 2008; Hattori et al., 2011; Chen et al., 2013, 2015; Matsumoto et al., 2017) dengan memperkuat siklus diurnal lokal (sebagaimana akan disebutkan di Bagian 6.1), bersama dengan variasi antartahunan (lihat Bagian 6.3). Tumpang tindih skala seperti itu membuat fitur musiman yang kompleks di atas wilayah ini.

Atmosfer dan lautan berinteraksi satu sama lain melalui musim hujan. Di satu sisi, karena (komponen 'geografis' utama dari) sirkulasi monsun didorong oleh gradien suhu benua-laut, cukup sensitif terhadap variasi suhu permukaan laut yang diketahui muncul secara aktual dan dominan terkait dengan variasi antartahunan (Bagian 5.3). Di sisi lain, karena cukup kuat dan hampir searah, angin dapat mendorong permukaan laut melalui gesekan Ekman, bidang suhu permukaan laut akan dapat terpengaruh oleh monsun. Oleh karena itu, musim hujan dan permukaan laut berinteraksi, dan musim panas-dingin perbedaan suhu ditekan melalui interaksi ini (Gambar 4.18) (lihat misalnya, Webster et al., 1998, 2002).



Ket.: Densitas ozon, pendinginan/pemanasan radiasi dengan penyusun minor dan definisi daerah vertikal atmosfer oleh profil suhu standar (dari kiri ke kanan). Disalin dari Andrews (2000), berdasarkan standar atmosfer CIRA 1986 (Rees et al., 1990 dgn modifikasi)

Gambar 4.18 Densitas ozon dan pendinginan radiasi



Ket.: Distribusi meridional suhu rata-rata zonal (kiri) dan angin zonal (kanan) dari CIRA 1986 atmosfer standar untuk Januari (Rees et al., 1990 dengan modifikasi).

Gambar 4.19 Distribusi meridional suhu rata-rata zonal

Perkembangan industri yang sangat pesat akhir-akhir ini, pada saat terjadi monsun Asia dapat menyebabkan meluasnya polutan udara (gas dan aerosol) di wilayah yang luas oleh musim hujan, dan juga interaksi antara musim hujan dan aerosol (misalnya, Lau et al., 2006; Reid et al., 2013). Misalnya, beberapa aerosol seperti karbon hitam dapat menyebabkan pemanasan atmosfer akibat penyerapan insolasi, yang berlawanan dengan efek payung dari aerosol lainnya. Mereka dipancarkan secara besar-besaran di Benua India, serta diangkut ke utara dan ke atas oleh sirkulasi monsun musim panas ke tengah troposfer di atas Dataran Tinggi Tibet. Pemanasan mereka mengintensifkan musim hujan, yang memberikan umpan balik positif ke peningkatan aerosol.

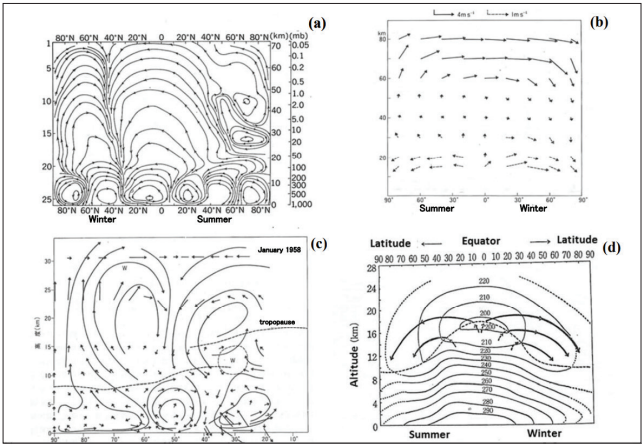
Catatan: Perbedaan utama dari tropis nyata (ekuator) adalah bahwa gugus awan diatur dalam (skala menengah, atau skala meso- β) siklon ekstratropis (karena gaya Coriolis) di depan stasioner. Di Jepang, sub-musim serupa lainnya (Shu-rin atau Aki-same) muncul juga setelah pertengahan musim panas, dan sering dikaitkan dengan topan/taifun (lihat Bagian 6.3).

E. Sirkulasi Brewer-Dobson

Sirkulasi Brewer–Dobson mengacu pada pola sirkulasi atmosfer global dari troposfer tropis yang naik ke stratosfer dan kemudian bergerak ke kutub saat turun. Sirkulasi Brewer–Dobson digerakkan oleh gelombang atmosfer berskala planet, yaitu gelombang Rossby, dengan hasil tarikan ke arah barat dan aksi dorongan ke arah kutub untuk menghambat momentum sudut. Di ‘atmosfer tengah’ atau stratosfer dan mesosfer (lihat Bagian 3.2), proses fotokimia seperti ozon pada dasarnya penting (Gambar 4.19). Jumlah ozon terlalu banyak untuk menyerap radiasi ultraviolet matahari, dan suhu maksimum yang dihasilkan secara vertikal atau stratopause adalah dipisahkan dengan jelas ke atas dari ketinggian maksimum ozon. Produksi ozon dikaitkan dengan komponen ultraviolet yang bergantung pada insolasi total, dan inilah mengapa suhu stratopause tertinggi muncul di kutub musim panas (Gambar 4.20) dengan insolasi terkuat (Gambar 4.5). Namun, daerah khatulistiwa mengalami insolasi sehingga di sebelah kutub musim panas tidak begitu banyak ozon dan tidak begitu hangat, serta kutub musim dingin tanpa insolasi ozon dan stratopause, yang menunjukkan bahwa proses dinamis mengangkut ozon dan panas dari musim panas belahan Bumi ke belahan Bumi musim dingin juga penting. Untuk bagian bawah stratosfer atau tropopause adalah tertinggi di ketinggian dan suhu terdingin (Gambar 4.2 dan 4.20), yang ditentukan oleh keseimbangan radiasi-konvektif. Angin zona rata-rata di atas batas atas pengamatan radiosonde biasa dan profiler angin biasanya berasal dari bidang suhu yang diamati satelit, berdasarkan kesetimbangan angin termal (Bagian 4.1). Oleh karena itu, timur dan barat didistribusikan di belahan Bumi musim panas dan musim dingin, meskipun wilayah khatulistiwa antara kedua belahan memiliki variasi perambatan ke bawah dari periode kuasi-dua tahunan dan setengah tahunan di stratosfer menengah ke bawah dan di sekitar stratopause/mesopause, berturut-turut (Bagian 5.4).

Brewer (1949) dan Dobson (1956) menganalisis distribusi material atmosfer yang kecil tetapi terkonservasi dengan baik, dan berspekulasi sirkulasi naik dari tropopause ekuator, mengalir baik

ke arah kutub di stratosfer bawah, dan turun melalui kedua kutub tropopause (Gambar 4.21(d)), seperti gaya Hadley yang digeser ke atas sirkulasi. Misalnya, stratosfer ekstrasfer sangat kering karena seluruh udara melewati suhu paling dingin (biasanya -80°C atau lebih rendah) di tropopause ekuator dan hampir semua uap air habis saat partikel es berjatuhan menjadi hujan di tanah. Banyak penelitian selama tahun 1970an–80an mengungkapkan adanya intrusi uap air ke stratosfer terkonsentrasi di wilayah konveksi paling aktif di sekitar Benua Maritim Indonesia, dan waktu pergantian untuk menggantikan udara stratosfer adalah sekitar dua tahun. Kontribusi sirkulasi Brewer-Dobson ini ke ozon terkait, pada dasarnya penting dalam struktur dan dinamika stratosfer. Melalui sirkulasi ini, troposfer tropis terhubung langsung ke stratosfer bawah ekstrasfer, dan kedua wilayah ini dianggap sebagai satu “dunia tengah” (Holton et al., 1995).



Ket.: Sirkulasi meridional dalam rata-rata zona Euler biasa (dua kiri) dan yang sesuai dengan rata-rata Euler yang diubah (kanan dua) untuk seluruh atmosfer menengah ke bawah (dua atas) dan stratosfer troposfer bawah (dua bawah): (a) numerik model untuk oleh Cunnold et al. (1975); (b) estimasi kualitatif oleh Prof. Matsuno dari ketidakseimbangan radiatif (Murgatroyd dan Singleton, 1961); (c) Analisis musim dingin belahan Bumi utara oleh Miyakoda (1963) diperoleh melalui Prof. Matsuno; dan spekulasi berdasarkan distribusi uap air oleh Brewer (1949).

Gambar 4.20 Sirkulasi meridional dalam rata-rata zona Euler

Studi radiasi menyarankan ketidakseimbangan anggaran energi radiasi murni di atmosfer tengah (Gambar 4.21(b)), yang membuat sirkulasi meridional di atas sekitar stratopause untuk mengangkut panas dari belahan Bumi musim panas ke belahan Bumi musim dingin yang lebih dingin. Selain itu, di stratosfer bawah menjadi dingin serta di tropopause antara ekuator dan kutub menjadi panas dari yang diharapkan jika tidak ada gerakan. Yang pertama mirip monsun 'astronomi' satu sel global yang dibahas di Bagian 4.4, dan yang terakhir persis seperti sirkulasi satu sel Brewer-Dobson hemisfer berspekulasi dari transportasi massal. Sirkulasi atmosfer tengah itu tampak jelas hanya di setiap aliran paling atas, dan bagian-bagian lain sebenarnya tidak dapat dilihat karena kecepatan yang lebih lemah untuk mengompensasi kerapatan atmosfer yang lebih besar dengan kekekalan massa.

Namun, sirkulasi meridional rata-rata zonal (Eulerian) (v , w), di stratosfer bawah memiliki dua sel di setiap belahan Bumi, yaitu sel yang secara termal langsung di garis lintang yang lebih rendah dan sel tidak langsung di garis lintang yang lebih tinggi, yang seperti perluasan ke atas dari sirkulasi Hadley dan Ferrel, masing-masing (Gambar 4.21(a), (c)), dan tidak identik dengan sirkulasi satu sel Brewer-Dobson hemisfer. Seperti disebutkan dalam Bagian 4.2, hal ini terjadi karena gaya G dan Q melibatkan suku kuadrat (nonlinier) akibat gangguan non-aksi-simetris. Di troposfer ekstras tropis, gangguan seperti itu tidak stabil (karena ketidakstabilan baroklinik), dan sirkulasi Ferrel selalu muncul kontribusinya pada transportasi massal lebih menyebar dibandingkan advectif (lihat, misalnya, Kida, 1983a,b). Di lintang tinggi stratosfer, gangguan tersebut hampir stabil (terkait dengan gelombang Rossby (Bagian 5.1) yang dipaksakan di troposfer oleh distribusi benua-laut), dan tidak berkontribusi pada transportasi massal.

Andrews dan McIntyre (1976) memperkenalkan formulasi *Transformed Eulerian Mean* (TEM) yang menyatakan proses perpindahan di bidang meridional secara lebih langsung. Fluks panas eddy meridional dimasukkan ke dalam suku pemanasan untuk memenuhi persamaan kontinuitas (4.5).

$$\bar{v}^* = \bar{v} - \frac{1}{\rho_0} \frac{R}{H} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_0 \langle T' v' \rangle}{N^2} \right) = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\psi}^*}{\partial z}, \quad \bar{w}^* = \bar{w} + \frac{1}{\rho_0} \frac{R}{H} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho_0 \langle T' v' \rangle}{N^2} \right) = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\psi}^*}{\partial y} \quad (4.44)$$

Maka persamaan *Transformed Eulerian Mean* (TEM) dinyatakan oleh,

$$\frac{\partial^2 \bar{\psi}^*}{\partial y^2} + \frac{f^2}{N^2} \rho_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\psi}^*}{\partial z} \right) = \frac{\rho_0}{N^2} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{R \bar{J}}{H C_p} \right) + f \frac{\partial \bar{G}^*}{\partial z} \right] \quad (4.45)$$

di mana

$$\bar{G}^* = \bar{F}_x + \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \bar{E}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial z} \right), \quad \bar{E}_y = -\rho_0 \langle u' v' \rangle, \quad \bar{E}_z = -\rho_0 \left(\langle u' w' \rangle + \frac{fR}{HN^2} \langle T' v' \rangle \right) \quad (4.46)$$

di mana (E_y, E_z) disebut fluks Eliassen-Palm, yang merupakan konsep pelopor dalam *study of wave-mean flow interaction* (Eliassen dan Palm, 1961). Ini menyatakan gaya mekanik yang membangkitkan fluks divergen.

Beberapa fitur dari sirkulasi Brewer-Dobson yang diturunkan dari Persamaan (4.25) secara matematis mirip dengan yang ada pada Sirkulasi Hadley (atau model satu sel aslinya) dari Persamaan (4.23) atau versi yang disederhanakan Persamaan (4.20). Diabatik pemanasan/pendinginan berlebih J dekat khatulistiwa/kutub menginduksi aliran TEM ke atas/ke bawah w^* . Fluks panas eddy (induksi gelombang) yang terlibat dalam Q membuat aliran rata-rata zonal Eulerian biasa w tidak menghasilkan TEM aliran vertikal w^* , tetapi dapat menghasilkan aliran meridional TEM v^* melalui divergensi fluks Eliassen-Palm di G . Oleh karena itu, sirkulasi Brewer-Dobson juga merupakan sirkulasi yang digerakkan oleh efek gelombang ekstratropis.

Dalam bentuk potensial (seperti potensial Ertel) maka berdasarkan Persamaan (4.15) kita peroleh,

$$\frac{\partial \bar{P}_g}{\partial t} = - \frac{\partial \langle P_g' v' \rangle}{\partial y} + \frac{R f_0}{H N^2 \rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 e^{\left(\frac{R}{C_p} H \right) z} \frac{\bar{J}}{C_p} \right) \quad (4.47)$$

dan

$$\bar{P}_g = f_0 + \beta y - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{Rf_0}{HN^2 \rho_0} \frac{\partial \rho_0 \bar{T}}{\partial z}, \quad \langle P_g, v' \rangle = \frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \bar{E}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial z} \right) \quad (4.48)$$

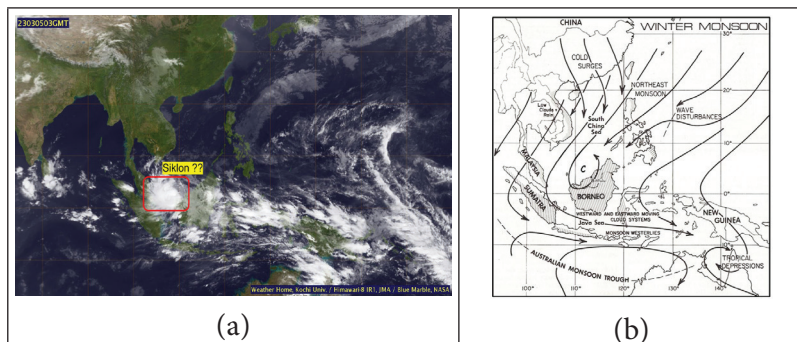
di mana P_g disebut vortisitas potensial geostropis, dan $f_0 = f(y=0)$ adalah harga referensi parameter Coriolis di dalam aproksimasi bidang beta. Untuk aproksimasi bidang beta ekuator, $f_0 = 0$ dan $P_g = \beta y - \partial u / \partial y$. Persamaan (4.47) adalah persamaan gerak untuk *wave-mean flow interaction* (interaksi gelombang-aliran rata rata) dan pada dasarnya mirip yang digunakan dalam prediksi numerik (lihat Holton pada Bab X).

Makna fisis dan ekspresi konkrit dari fluks Eliassen-Palm akan dijelaskan pada Bagian 5.4, tetapi di sini untuk memahami sirkulasi meridional, perlu diperhatikan bahwa sirkulasi terutama disebabkan oleh transien gelombang skala besar (memperkuat Rossby atau peluruhan troposfer baroklinik) dan gelombang skala meso (gravitasi). Tanaka dan Yamanaka (1985) menunjukkan bahwa gelombang gravitasi hampir stasioner dihasilkan oleh permukaan topografi harus melanggar dan membuat di stratosfer bawah, yang berkontribusi pada eksistensi sirkulasi Brewer-Dobson dan lapisan angin lemah. Skema serupa digunakan sebagai hambatan gelombang gravitasi di hampir semua model numerik, baik global maupun regional, termasuk daerah tropis (misalnya, Palmer et al., 1986; Iwasaki et al., 1989a, b). Karena gelombang stasioner “diserap” di bawah stratosfer tengah, bertahan ke arah timur/barat gelombang merambat ke mesosfer dan di atasnya, yang menyebabkan lapisan angin lemah dan musim panas ke musim dingin pada sirkulasi meridional di dekat mesopause dan angin zonal terbalik di termosfer bawah (Matsuno, 1982; Lindzen, 1981; Holton, 1982).

F. Borneo Vortex

Belakangan ini, ramai dibicarakan di media massa bahwa kejadian cuaca ekstrem di sekitar Sumatra bagian timur, barat Kalimantan, dan utara Jawa diasosiasikan dengan sebuah fenomena yang dike-

nal dengan nama Borneo Vortex (pusaran Kalimantan). *Vortex* ini berkembang di atas Laut Cina Selatan ekuator di bawah gelombang dingin (*cold surge*) pada bulan Desember selama musim dingin Asia. Analisis komposit menggunakan data reanalisis dan citra satelit telah mengungkapkan bahwa vortisitas absolut dan uap air diangkut oleh gelombang dingin yang kuat dari hulu Laut Cina Selatan hingga sekitar Khatulistiwa. Curah hujan meningkat secara spontan di atas garis khatulistiwa Laut Cina Selatan. Eksperimen dengan model numerik dan data reanalisis menunjukkan bahwa Borneo Vortex eksis di atas Laut Cina Selatan khatulistiwa selama gelombang dingin hadir (Koseki et.al., 2014). Borneo Vortex dimanifestasikan sebagai siklon meso- α dengan pita hujan berbentuk koma di timur laut sektor siklon. Analisis vortisitas *budget* menunjukkan pertumbuhan/pemeliharaan siklon meso- α (Borneo Vortex) tercapai terutama oleh peregangan pusaran. Peregangan pusaran ini disebabkan oleh gerakan ke atas yang dipaksakan oleh pelepasan panas laten di sekitar pusat siklon. Pita hujan berbentuk koma terdiri dari klaster sel curah hujan skala meso- β (*cumulus convection*). Curah hujan yang intens di kepala koma (*comma tail*) dihasilkan oleh pertemuan aliran siklon timur yang lebih hangat dan lebih basah (aliran tenggara *cyclonic*) dan lonjakan timur laut yang lebih dingin dan lebih kering di sektor barat laut (timur laut) *vortex*. Gerakan ke atas yang intens dan hujan lebat terjadi karena konvergensi tingkat rendah dan profil termodinamika yang menguntungkan di zona pertemuan. Secara khusus, konvergensi di sektor barat laut bertanggung jawab atas eksistensi utama sistem siklon meso- α . Baik pada meso- α maupun skala meso- β , konvergensi pada akhirnya disebabkan oleh regangan deviatorik (perubahan bentuk tanpa perubahan volume) dalam pola pertemuan angin, tetapi secara signifikan ditingkatkan sendiri oleh dinamika nonlinier.



Ket.: a) setelit Himawari, b) peta sinoptik eksistensi Borneo Vortex. Gelombang dingin (*cold surge*) menciptakan kondisi yang menguntungkan, baik secara dinamis maupun termodinamika untuk pembangkitan konveksi kumululus dan Borneo Vortex, serta hujan deras di Benua Maritim.

Sumber: Johnson dan House, 1987

Gambar 4.21 Borneo Vortex sering diasosiasikan dengan cuaca buruk

Baik konvergensi vortisitas absolut maupun fluks kelembapan statis di atas khatulistiwa Laut Cina Selatan, di bawahnya terdapat kondisi gelombang dingin (*cold surge*) yang kuat mungkin menguntungkan untuk terciptanya Borneo Vortex dan mempertahankan konveksi kumululus. Meningkatnya vortisitas absolut ambien, mendorong lebih kuat pembangkitan vortisitas melalui peregangannya pusaran, sementara ada pasokan energi statis yang cukup lembap untuk mempertahankan konveksi dan pelepasan panas laten, menyuplai daya apung parsel udara menyebabkan gerakan vertikal (*updraft*). Gerakan vertikal parsel udara yang lembap akan menciptakan awan kumululus sebagai sumber hujan. Eksistensi Borneo Vortex dan curah hujan dapat dilihat pada Gambar 4.21.

Dari beberapa observasi dan studi, menunjukkan bahwa Borneo Vortex merupakan siklon yang tidak memiliki mata (*no eyes*). Berbeda dengan siklon atau taifun yang kita kenal di belahan Bumi bagian utara atau selatan yang mempunyai mata. Semakin besar matanya, semakin kuat siklonnya.

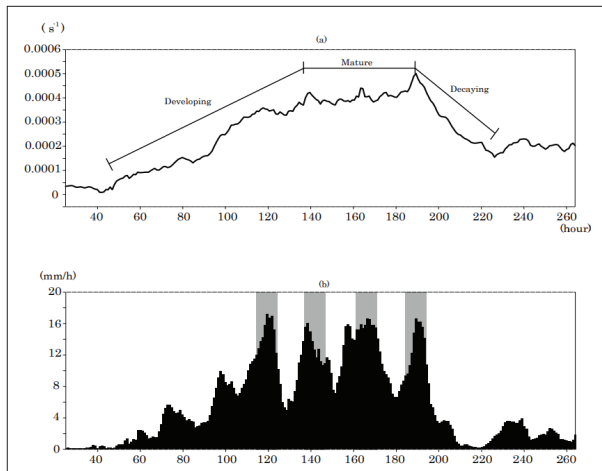
Dalam sudut pandang dinamika fluida, maka vortisitas dalam hal ini kita sebut saja *vortex* adalah suatu ukuran rotasi lokal di suatu aliran fluida yang didefinisikan sebagai berikut,

$$\vec{\zeta} = \nabla \times \vec{v} = \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \hat{i} + \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \hat{j} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) \hat{k} \quad (4.49)$$

Dengan menerapkan operasi *curl* pada persamaan gerak dalam bidang beta (kuasi geostropik), maka akan kita peroleh persamaan vortisitas dalam bidang beta (ekuator) sebagai berikut,

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + J(\psi, \zeta + \beta y) = Q(\bar{x}, t) \quad (4.50)$$

di mana ψ adalah *stream function*, Q adalah *external sources*, dan $J(a, b)$ adalah Jacobian.



Ket.: (a) vortisitas absolut pada 850 hPa dan (b) curah hujan per jam rata-rata dalam radius 200 km dari pusat dari siklon meso- α yang disimulasikan. Bilah abu-abu menunjukkan waktu dari 00:00 sampai 12:00 WIB.

Sumber: Koseki et al., 2014

Gambar 4.22 Urutan waktu

Jika hanya ingin melihat eksistensi pusarannya (*vortex*-nya) saja, maka dapat menggunakan persamaan perairan dangkal (*shallow water equation*) yang lebih sederhana sebagai berikut (Lim dan Chang, 1980),

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \beta y v = -g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (4.51)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \beta y u = -g \frac{\partial h}{\partial y} \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + H \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \Phi \quad (4.53)$$

dengan u dan v adalah kecepatan zonal dan meridional, h adalah ketinggian ekitensial, dan Φ adalah gaya eksternal yang memerikan sumber uap air. Karena siklon adalah lingkaran (*periodic*), maka kebergantungan terhadap variabel (x, t) dapat dinyatakan sebagai berikut,

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ h \end{pmatrix} = e^{i(kx - \omega t)} \begin{pmatrix} \bar{u}(y) \\ \bar{v}(y) \\ \bar{h}(y) \end{pmatrix} \quad (4.54)$$

Jika solusi 4.54 disubstitusikan ke Persamaan (4.51), (4.52), dan (4.53), maka diperoleh,

$$-i\omega \bar{u} - \beta y \bar{v} = -igk \bar{h} \quad (4.55)$$

$$-i\omega \bar{v} + \beta y \bar{u} = -igk \bar{h} \quad (4.56)$$

$$-i\omega \bar{h} + H \left(ik \bar{h} + \frac{d\bar{h}}{dy} \right) = \Phi \quad (4.57)$$

Jika Persamaan (4.55) disubstitusikan ke Persamaan (4.56), kemudian diturunkan terhadap y dan substitusi dh/dy dari Persamaan (4.57) diperoleh persamaan diferensial untuk fungsi v sebagai berikut,

$$\frac{d^2 \bar{v}}{dy^2} + \left(\frac{\omega^3 - k^2 g H \omega - k g H \beta}{\beta g H \omega} - y^2 \right) \bar{v} = \frac{g}{\sqrt{\beta g H}} \left(\frac{y k}{\omega} \Phi + \frac{1}{\sqrt{g H}} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \quad (4.58)$$

Jika gaya eksternal diabaikan, maka $\Phi=0$ sehingga Persamaan (4.58) akan mempunyai bentuk umum,

$$\frac{d^2 \phi_n(y)}{dy^2} + (E_n - y^2) \phi_n(y) = 0 \quad (4.59)$$

Ini merupakan suatu persamaan nilai eigen yang muncul dalam permasalahan osilator harmonis kuantum. Jika diambil solusi dalam bentuk,

$$\phi_0(y) = e^{-\frac{y^2}{2}} \quad (4.60)$$

Maka diperoleh,

$$E_0 = 1 \quad (4.61)$$

Kita dapat menduga bahwa solusi Persamaan (4.59) akan tergantung dari fungsi eksponen kuadrat negatif. Hal ini telah disadari oleh matematikawan Prancis, Charles Hermite. Hermite mempunyai murid bernama Henry Poincare yang merupakan guru bagi fisikawan abad ke-20, termasuk Albert Einstein. Solusi umum diambil dalam bentuk,

$$\phi_n(y) = e^{-\frac{y^2}{2}} H_n(y) \quad (4.62)$$

Substitusikan ke Persamaan (4.59), maka diperoleh,

$$\frac{d^2 H_n(y)}{dy^2} - 2y \frac{dH_n(y)}{dy} - (1 - E_n) H_n(y) = 0 \quad (4.63)$$

Ini dinamakan persamaan diferensial Hermite, dengan solusi yang dinyatakan dalam bentuk polynomial, dan dikenal dengan nama polinomial Hermite yang dinyatakan sebagai berikut,

$$\begin{aligned} H_0(y) &= 1, & H_1(y) &= 2y, & H_2(y) &= 4y^2 - 2, & H_3(y) &= 8y^3 - 12y \\ H_4(y) &= 16y^4 - 48y^2 + 12, & H_5(y) &= 32y^5 - 160y^3 + 120y, & \dots \end{aligned} \quad (4.64)$$

Bentuk polinomial atau fungsi ini sudah masuk dalam perangkat matematik, seperti Wolfram Mathematica, MATLAB, R, dan lain sebagainya. Jadi, solusi Persamaan (4.59) adalah

$$\phi_n(y) = Ae^{\frac{y^2}{2}} H_n(y) \quad (4.65)$$

di mana amplitudo A akan ditentukan dari syarat batas. Bagaimana dengan solusi Persamaan (4.58), yang terdapat suku gaya luar? Jawabannya adalah menggunakan suatu konsep yang dikenal dengan nama fungsi Green (lihat di apendiks untuk detailnya), yaitu,

$$\bar{v}_n(y) = \frac{g}{\sqrt{\beta g H}} \int G(y, y') \left(\frac{y' k}{\omega} \Phi(y') + \frac{1}{\sqrt{g H}} \frac{\partial \Phi}{\partial y'} \right) dy' \quad (4.66)$$

di mana $G(y, y')$ dinamakan fungsi Green yang memenuhi persamaan diferensial,

$$\frac{d^2 G(y, y')}{dy'^2} + \left(\frac{\omega^3 - k^2 g H \omega - k g H \beta}{\beta g H \omega} - y'^2 \right) G(y, y') = -2\pi \delta(y - y') \quad (4.67)$$

dengan solusi adalah (lihat apendiks 3),

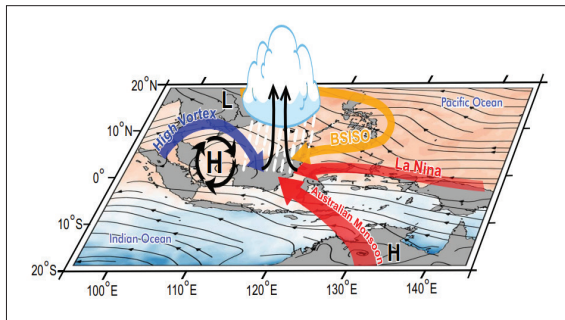
$$G(y, y') = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{H_m(y) H(y')}{\frac{\omega^3 - k^2 g H \omega - k g H \beta}{\beta g H \omega} - 2m + 1} \quad (4.68)$$

Fungsi Green akan selalu muncul dalam persamaan tak homogen, di mana dalam meteorologi tropis, persamaan diferensial yang

memerikan dinamika atmosfer selalu tak homogen karena hadirnya berbagai sumber penggerak, seperti konveksi, *diabatic heating*, panas laten, dan lain sebagainya. Penguasaan matematika terkait fungsi Green mutlak dikuasai untuk dinamika meteorologi tropis. Jaman sy (AS) menjadi mahasiswa, saya *dibully* karena mengemukakan gagasan bahwa meteorologi tidak bisa hanya dipelajari dengan kata kata tetapi mutlak harus dengan matematika. Sejarah membuktikan gagasan saya benar.

Borneo Vortex hanya bisa dideteksi eksistensinya melalui model cuaca dengan resolusi tinggi. Hasil studi model numerik resolusi tinggi menunjukkan bahwa melemahnya aliran musim tenggara menyebabkan troposfer bawah yang lembap di dorong ke atas di Laut China Selatan dan terakumulasi menjadi Borneo Vortex sehingga membuat Borneo Vortex individu lebih mengancam wilayah pesisir di Benua Maritim Indonesia (Liang et al., 2023). Beberapa studi lain menunjukkan bahwa cuaca ekstrem tidak hanya kontribusi dari Borneo Vortex saja. Misalnya, peristiwa hujan ekstrem yang jarang terjadi, pada 27-28 Agustus 2021 terjadi di wilayah calon ibu kota negara di Penajam Paser Utara. Curah hujan yang tinggi ini terjadi pada bulan Agustus, bulan terkering berdasarkan tahun data klimatologi bulanan, dan menyebabkan banjir serta tanah longsor yang parah. Berdasarkan sumber kelembapan dan proses transportasi menggunakan model Lagrangian HYSPLIT, diungkapkan bahwa kelembapan itu sebagian besar diangkut ke Nusantara melalui tiga rute utama: dari Pulau Kalimantan (BRN, 53,73%); Laut Banda dan sekitarnya (BSS, 32,03%); dan Pulau Sulawesi (SUL, 9,05%). Dua sumber yang pertama dan kedua merupakan sumber utama kelembapan terestrial, sedangkan BSS merupakan sumber utama kelembapan laut dan memiliki kontribusi yang lebih rendah daripada mitra terestrial. Transportasi kelembapan terestrial dari BRN terutama didorong oleh aliran pusaran tinggi skala besar (Borneo Vortex), sedangkan transportasi kelembapan dari SUL didorong oleh sirkulasi yang disebabkan oleh osilasi intramusiman musim panas boreal (BSISO) dan variabilitas frekuensi rendah yang terkait dengan La Niña. Kelembapan laut dekat permukaan trans-

portasi dari BSS terutama terkait dengan angin yang terjadi akibat sistem monsun Australia (musim tenggara). Wawasan tentang sumber dan jalur kelembapan ini berpotensi meningkatkan akurasi prediksi curah hujan musim panas yang ekstrem di wilayah tersebut (lihat Gambar 4.23).



Ket.: Diagram konseptual yang menggambarkan peran mode atmosfer dalam variabilitas daerah sumber kelembapan saat terjadi banjir di Nusantara pada tanggal 27–28 Agustus 2021. *Color shading* menunjukkan SST.

Sumber: Purwaningsih et al., 2022

Gambar 4.23 Diagram konseptual yang menggambarkan peran mode atmosfer

Bab V

Gelombang Ekuator

The laws of nature are written by the hand of God in the language of Mathematics (Galileo Galilei)

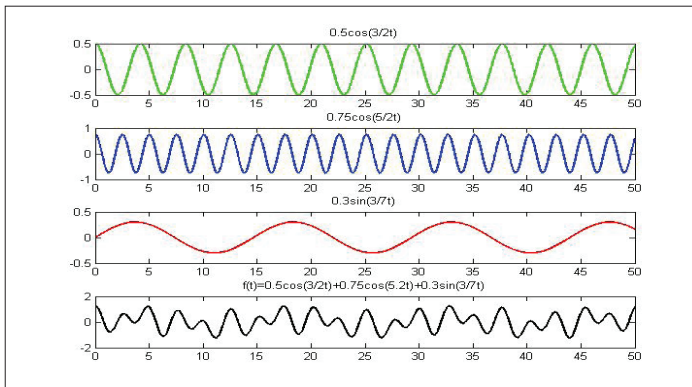
A. Klasifikasi Gelombang di Fluida Bumi

Suatu gangguan yang menjalar dinamakan gelombang, sehingga gelombang disebut sebagai penjararan energi. Akibat dari bentuk permukaan Bumi yang tidak rata dan tidak seragam, serta pemanasan Matahari yang juga tidak seragam, dapat menimbulkan banyak gangguan di atmosfer. Gangguan dari berbagai sumber menjalar ke seluruh permukaan Bumi termasuk daerah Tropis. Pada dasarnya, jika kita merekam gangguan atau osilasi pada suatu titik di permukaan Bumi, maka sebenarnya semua jenis gelombang yang masih saling tumpang tindih juga terekam sehingga sulit bagi kita untuk memilah (*decompose*) gelombang apa saja yang menerpa wilayah kita.

Kondisi ini sudah disadari oleh matematikawan abad ke-17, Joseph Fourier. Dia mengemukakan gagasan bahwa pada dasarnya semua gangguan yang terekam (sinyal) adalah superposisi dari gangguan (sinyal $f(t)$) periodik yang diungkapkan oleh sebuah fungsi deret yang disebut deret Fourier sebagai berikut,

$$f(t) \approx A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(\omega_n t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(\omega_n t) \quad (5.1)$$

Suatu ekspresi yang sangat sederhana tetapi cukup mendasar dan berguna. Contoh konkret Persamaan (5.1) diberikan oleh Gambar 5.1. Terlihat bahwa sebuah sinyal rumit dapat dibangkitkan oleh penjumlahan tiga fungsi periodik saja.



Gambar 5.1 Konsep sederhana tentang deret Fourier, sembarang sinyal atau gangguan merupakan penjumlahan fungsi periodik.

Dengan kondisi ini, kita mungkin yakin bahwa semakin banyak fungsi periodik yang terlibat akan menghasilkan sinyal yang semakin rumit dan kelihatannya permasalahannya sudah selesai. Ternyata tidak, banyak sinyal yang rumit tidak dibangkitkan oleh penjumlahan fungsi periodik, tetapi dibangkitkan oleh persamaan nonlinier. Kita akan mempelajarinya kelak di bab terakhir terkait pembahasan sistem disipasi dan teori Chaos.

Karena atmosfer pada umumnya memiliki homogenitas yang lebih baik dalam arah longitudinal (zonal atau rotasi), maka cukup masuk akal untuk memperluas kuantitas meteorologi (seperti insolasi) menjadi deret Fourier, yaitu superposisi gelombang dengan berbagai

bilangan gelombang dan frekuensi zonal (rasionya atau kecepatan fase zonal). Rata-rata komponen zonal gelombang seperti itu sendiri menjadi nol, seperti yang didefinisikan sebagai gangguan atau pusaran dalam Persamaan (4.1). Nonlinier yang direpresentasikan dalam suku kuadrat tidak hilang bahkan jika rata-rata zona diambil, tetapi dapat diabaikan dalam pendekatan orde pertama (linier) jika amplitudo komponen gelombang cukup kecil. Masalah linier seperti itu dapat diselesaikan relatif mudah dengan ekspansi Fourier. Untuk pendekatan global pada Bumi bulat, direpresentasikan dalam polinomial bola atau ekspansi Legendre, tetapi untuk penelitian di dekat ekuator, ekspansi Fourier yang paling sederhana menjadi pendekatan yang cukup berguna. Analisis Fourier merupakan teknik matematika untuk memecahkan persamaan gelombang dan pemrosesan data untuk menganalisis komponen gelombang yang merupakan analisis dasar penting untuk menerapkan konsep gelombang pada meteorologi dan klimatologi tropis. Penelitian tentang gelombang atmosfer disumbangkan oleh meteorolog Jepang bernama Taroh Matsuno.



Taroh Matsuno (lahir 17 Oktober 1934) adalah seorang ahli meteorologi Jepang dan profesor di Universitas Tokyo. Prof. Matsuno adalah seorang ilmuwan penelitian terkemuka dalam dinamika atmosfer dan pemimpin terkemuka dalam penelitian iklim. Tesis doktoralnya tentang dinamika atmosfer dan lautan di daerah khatulistiwa menunjukkan bahwa jenis gelombang tertentu merambat ke arah timur atau barat di sepanjang saluran khatulistiwa. Gerakan gelombang yang diprediksi secara teoretis itu ditemukan kemudian di atmosfer dan lautan; mereka memainkan peran penting dalam berbagai fenomena, seperti El Nino. Prof. Matsuno meraih gelar doktor dari University of Tokyo. Dia telah mengajar di Universitas Tokyo, Universitas Kyushu, Universitas Hokkaido, dan telah melayani sebagai ilmuwan tamu di Amerika Serikat di Universitas Washington, Universitas Princeton, dan Pusat Penelitian Atmosfer Nasional. Dia juga menjabat sebagai Direktur Pusat Penelitian Sistem Iklim di Universitas Tokyo, Direktur Jenderal Pusat Penelitian Perbatasan untuk Perubahan Global, dan Direktur Program Penelitian Pemodelan Terpadu. Dia adalah penerima berbagai penghargaan, termasuk medali Carl-Gustaf Rossby dari American Meteorological Society, Societal Award dan Fujiwara Award dari Meteorological Society of Japan dan Japan Academy Prize. Hadiah IMO, diberikan setiap tahun, berasal dari pendahulu WMO, Organisasi Meteorologi Internasional (IMO), yang didirikan pada tahun 1873. Penghargaan IMO ke-55, penghargaan paling bergengsi dari WMO, diberikan kepada Prof. Taroh Matsuno dari Jepang pada sesi ke-62 Dewan Eksekutif WMO pada bulan Juni 2010.

Dalam mekanika fluida secara umum, setiap gelombang harus memiliki gaya pemulih yang konkret (seperti daya apung, konservasi vortisitas, dan kompresibilitas) dan mekanisme penguatan (sumber, ketidakstabilan, dan mode normal bebas) ditentukan oleh karakteristik dan kondisi sistem fluida yang bersangkutan. Oleh karena itu, jika suatu fenomena terbukti terkait dengan gelombang, kita dapat mengklarifikasi penyebabnya di masa lampau dan dapat meramalkan pengulangnya di masa depan, meskipun nonlinier (*multiple wave interactivity*) dan ireversibilitas (transien, disipasi, dan lain-lain) membuat ini menjadi rumit. Selanjutnya, gelombang fluida mengangkut energi dan momentum (bukan transpor massa), seperti gelombang elektromagnetik (lihat Bab I) di ruang hampa udara, di mana tropis gelombang yang tereksitasi secara regional dapat menyebabkan cuaca/iklim ekstras tropis global yang abnormal, dan gelombang yang tereksitasi di troposfer dapat (berinteraksi dengan aliran rata-rata) menginduksi osilasi non-diurnal non-tahunan dari tengah dan atas atmosfer.

Meskipun begitu pentingnya, sejarah dinamika gelombang di daerah tropis masih sangat muda, hanya pada tahun setengah abad terakhir. Jelas karena wilayah khatulistiwa memiliki situasi khusus seperti gaya Coriolis yang menghilang, insolasi yang kuat, kelembapan tinggi, interaksi dengan lautan lebih luas dari garis lintang tengah utara, dan seterusnya, yang mana menghasilkan jenis khusus 'gelombang khatulistiwa' untuk dijelaskan dalam bab ini. Selain itu, banyak daerah di wilayah tropis belum diamati dengan baik hingga beberapa dekade yang lalu, karena politik yang tidak stabil, pembangunan ekonomi yang lambat, dan/atau teknologi pengukuran yang tidak memadai. Namun, khususnya situasi ekonomi/politik di Asia Selatan dan Tenggara, serta teknologi satelit jarak jauh yang sepenuhnya global, telah berkembang sangat pesat. Berkembangnya model resolusi atmosfer-laut ditambah juga telah dibangun. Sekarang kita mulai mempelajari meteorologi global termasuk daerah tropis hampir mulus.

Oleh karena gelombang adalah gangguan atau fluktuasi yang menjalar, maka persamaan gelombang diperoleh dengan mengurangi data/fungsi dengan rata-ratanya. Jadi, pengurangan persamaan rata-rata zonal (Persamaan 4.2–4.6) dari persamaan dasar (Persamaan 3.29–3.32) diperoleh,

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} + \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f \right) v' + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} w' + \frac{\partial \phi'}{\partial x} = G_x' \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + v' \frac{\partial v'}{\partial x} + f u' + \frac{\partial \phi'}{\partial y} = G_y' \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial z} = \frac{RT'}{H'} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + u' \frac{\partial T'}{\partial x} + v' \frac{\partial T'}{\partial y} + \left(\frac{\partial T'}{\partial z} + \Gamma \right) w' = Q' \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (\rho_0 w')}{\partial z} = 0 \quad (5.5)$$

Diasumsikan bahwa suku nonlinier dan suku nonsimetri masuk ke dalam suku gaya eksternal, yaitu G_x , G_y , dan Q .

Mari kita bahas untuk kasus yang paling sederhana, yaitu shear meridional dan vertikal cukup lemah sehingga dapat diabaikan ($\partial u/\partial y = \partial u/\partial z = 0$, sehingga $\partial T/\partial y = 0$). Jika kita gunakan aproksimasi bidang beta dan gaya eksternal diabaikan, maka Persamaan (5.1) hingga (5.5) menjadi,

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} - \beta y v' + \frac{\partial \phi'}{\partial x} = 0 \quad (5.6)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + v' \frac{\partial v'}{\partial x} + \beta y u' + \frac{\partial \phi'}{\partial y} = G_y' \quad (5.7)$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial z} = \frac{RT'}{H'} \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + u \frac{\partial T'}{\partial x} + \left(\frac{\partial T'}{\partial z} + \Gamma \right) w' = 0 \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (\rho_0 w')}{\partial z} = 0 \quad (5.10)$$

Substitusi Persamaan (5.8) ke Persamaan (5.9) dan (5.10), kemudian saling disubstitusikan sehingga diperoleh,

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} - \frac{1}{N^2 \rho_0} \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho_0 \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) = 0, \quad N^2 = \frac{R}{H} \left(\frac{\partial T}{\partial z} + \Gamma \right) \quad (5.11)$$

Persoalan kita sekarang hanya berurusan dengan tiga persamaan, yaitu Persamaan (5.6), (5.7), dan (5.11). Jika suku nonlinier diabaikan, maka Persamaan (5.6) dan (5.7) menjadi,

$$\frac{\partial u'}{\partial t} - \beta y v' + \frac{\partial \phi'}{\partial x} = 0 \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \beta y u' + \frac{\partial \phi'}{\partial y} = 0 \quad (5.13)$$

Karena dalam Persamaan (5.11), (5.12), dan (5.13) terdapat variabel bebas y , maka kita asumsikan bahwa dalam arah x , z , dan t periodik sehingga dapat dinyatakan dalam deret Fourier. Jika deret Fourier kita nyatakan dalam variabel kompleks, maka kita ambil solusi dalam bentuk,

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \\ \phi' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{\phi} \end{pmatrix} e^{\frac{z}{2H}} \exp(i(kx + mz - \omega t)) \quad (5.14)$$

di mana tanda bar untuk (u, v, ϕ) menyatakan amplitudo riil. Substitusi Persamaan (5.14) ke dalam Persamaan (5.11), (5.12), dan (5.13) kita peroleh,

$$\frac{d^2 \bar{v}}{dy^2} + \left[\left(\left(m^2 + \frac{1}{4H^2} \right) \frac{\varpi^2}{N^2} - k^2 - \frac{k\beta}{\varpi} \right) - \frac{\beta^2}{N^2} \left(m^2 + \frac{1}{4H^2} \right) y^2 \right] \bar{v} = 0, \quad \varpi = \omega - ku \quad (5.15)$$

Tugas: turunkan Persamaan (5.15)

Ini mempunyai bentuk seperti Persamaan (4.59), yaitu persamaan diferensial Hermite dengan solusi dinyatakan dalam polinomial Hermite sebagai berikut,

$$\bar{v}_n(y) = e^{-\frac{y'^2}{2}} H_n(y'), \quad y' = \frac{y}{\lambda}, \quad \lambda = \left[\frac{N^2}{\beta^2} \left/ \left(m^2 + \frac{1}{4H^2} \right) \right. \right]^{\frac{1}{4}} \quad (5.16)$$

Maka solusi untuk u dan ϕ diperoleh sebagai berikut,

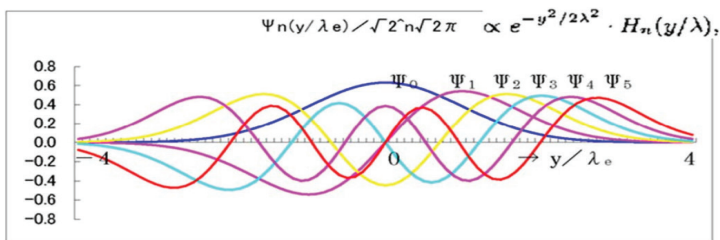
$$\bar{u} = i \frac{k \frac{d}{dy} \left(e^{-\frac{y'^2}{2}} H_n(y') \right) - \left[\left(m^2 + \frac{1}{4H^2} \right) \varpi \beta y / N^2 \right] e^{-\frac{y'^2}{2}} H_n(y')}{k^2 - \left(m^2 + \frac{1}{4H^2} \right) \varpi \beta y / N^2} \quad (5.17)$$

$$\bar{\phi} = i \frac{\varpi \frac{d}{dy} \left(e^{-\frac{y'^2}{2}} H_n(y') \right) - k \beta y e^{-\frac{y'^2}{2}} H_n(y')}{k^2 - \left(m^2 + \frac{1}{4H^2} \right) \varpi \beta y / N^2} \quad (5.18)$$

Kedua bentuk ini sering disebut relasi polarisasi karena mirip dengan bentuk polarisasi dalam medan elektromagnetik. Persamaan (5.15) pertama kali diturunkan oleh Matsuno tahun 1966, yang mana menjadi terobosan penting terkait gelombang atmosfer. Anehnya, pada tahun yang sama, peneliti lain juga menurunkan hasil yang sama tetapi dengan kasus yang berbeda, seperti Kato (1966) untuk *upper* atmosfer dan Lindzen (1966) untuk laut. Karena Persamaan (5.11)-(5.13) dinamakan persamaan perairan dangkal (*shallow water equation*), maka kita akan berurusan dengan kecepatan fase gelombang, yaitu

$$c^2 = gH = N^2 \left[m^2 + \frac{1}{4H^2} \right]^{-1} \quad (5.19)$$

yang menjadi nilai negatif untuk atmosfer, dalam kasus mode eksternal (meluruh ke atas) dengan imajiner bilangan gelombang $m=im_i$. Mode internal (gelombang merambat vertikal) diberi label dengan bilangan riil m dan bilangan positif ketinggian H . Nanti kita lihat, misalnya gelombang gravitasi dengan periode diurnal (terkait dengan pasang surut global dan siklus diurnal lokal) bersifat internal dan eksternal pada garis lintang yang lebih rendah dan lebih tinggi dari 30°. Estimasi untuk gelombang yang dibahas di sini adalah $H \sim 100$ m, sesuai dengan panjang gelombang vertikal $2\pi/m \sim 10$ km.



Gambar 5.2 Plot polinomial Hermite sebagai solusi meridional Persamaan (5.16).

Matsuno (1966) mengambil syarat batas $v \rightarrow 0$ untuk $y \rightarrow \pm\infty$, di mana ini terkait dengan solusi yang akan menghilang saat menuju

kutub. Dengan kata lain, gelombang akan terbak di ekuator, di mana hal ini merupakan ciri solusi persamaan gelombang dalam bidang beta. Jika suku tak homogen diperhitungkan, maka solusi umum akan dinyatakan dalam bentuk fungsi Green seperti Persamaan (4.66). Sebagai contoh, untuk $H=100$ m maka akan mempunyai ekuivalen kecepatan gelombang air dangkal $c=\sqrt{gH}=30$ m/s atau 2600 km/hari dengan radius deformasi $\lambda=(gH/\beta^2)^{1/4}=1000$ km. Nilai eigen yang bersangkutan dinyatakan oleh,

$$\lambda^2 \left(\frac{\omega^2}{\lambda^4 \beta^2} - k^2 - \frac{k\beta}{\omega} \right) = 2n + 1, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (5.20)$$

di mana plot dalam bidang ω - k dinyatakan pada Gambar 5.3.

Rumus seperti Persamaan (5.20) tentang relasi antarparameter gelombang disebut relasi dispersi, dan secara matematis juga diberikan oleh persamaan sederhana aturan pengganti operator diferensial ($\partial/\partial x$) pada persamaan pengatur (Persamaan 5.11–5.13). Jika kita ekspresikan bilangan gelombang lokal dengan mempertimbangkan perkiraan solusi seperti gelombang $v(y) \sim \exp(i\lambda y)$ untuk arah meridional, maka

$$l(y)^2 = \frac{2n+1}{\lambda^2} - \frac{y^2}{\lambda^4}, \quad (5.21)$$

di mana ini menyatakan bahwa relasi dispersi menunjukkan struktur dasar gelombang dari suatu sistem gelombang yang kita bahas.

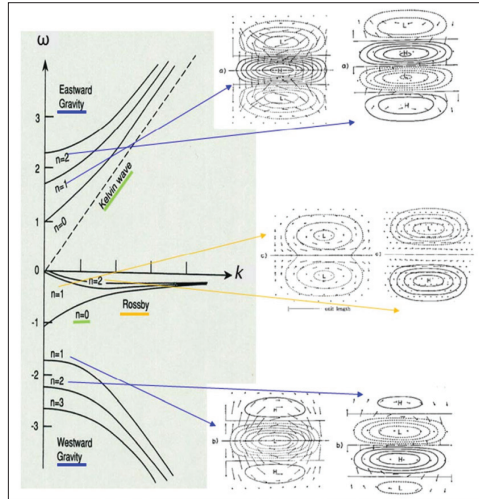
Kita lihat bahwa dalam solusi Persamaan (5.16)-(5.18) terdapat faktor $\exp(-y^2/\lambda)$ yang menyatakan bahwa peluruhan gelombang sepanjang meridional. Hal ini menunjukkan bahwa ekuator sebagai penjebak gelombang. Hal ini akan dibahas lebih lanjut pada pembahasan gelombang Kelvin. Jika dalam Persamaan (5.15) kita ambil $\beta=0$, maka kita peroleh,

$$\frac{d^2\bar{v}}{dy^2} + \left[\left(m^2 + \frac{1}{4H^2} \right) \frac{\varpi^2}{N^2} - k^2 \right] \bar{v} = 0, \quad \lambda \rightarrow \infty, \quad \left(m^2 + \frac{1}{4H^2} \right) \frac{\varpi^2}{N^2} - k^2 = l^2 \quad (5.22)$$

Ini menunjukkan gelombang gravitasi tanpa rotasi Bumi (lihat Gambar 5.4). Jika perairan sangat dalam $H \rightarrow \infty$,

$$\frac{d^2\bar{v}}{dy^2} - \left[k^2 + \frac{k\beta}{\varpi} \right] \bar{v} = 0, \quad \lambda \rightarrow \infty, \quad -k^2 - \frac{k\beta}{\varpi} = l^2 \quad (5.23)$$

Kita mempunyai sebuah gelombang Rosby.



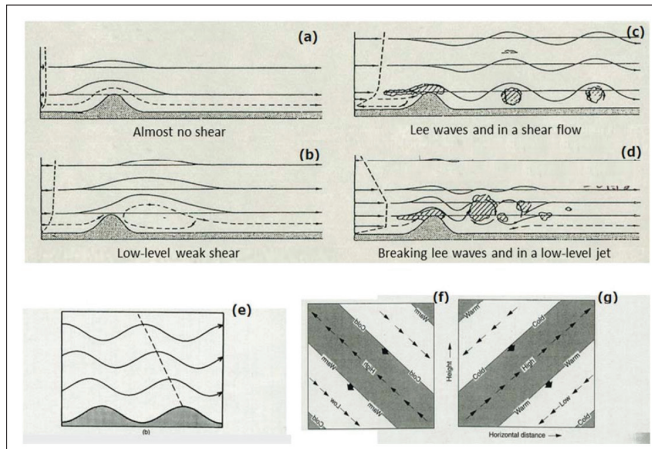
Gambar 5.3 Diagram relasi dispersi gelombang perairan dangkal ekuator (Matsuno 1966) dengan struktur horizontal adalah gelombang inersia-gravitasi dan Rosbby.

Lebih lanjut jika $\omega \gg \beta/k$ maka,

$$\varpi^2 - \beta^2 y^2 = \frac{k^2 + l(y)^2}{m^2 + \frac{1}{4H^2}} N^2 \quad (5.24)$$

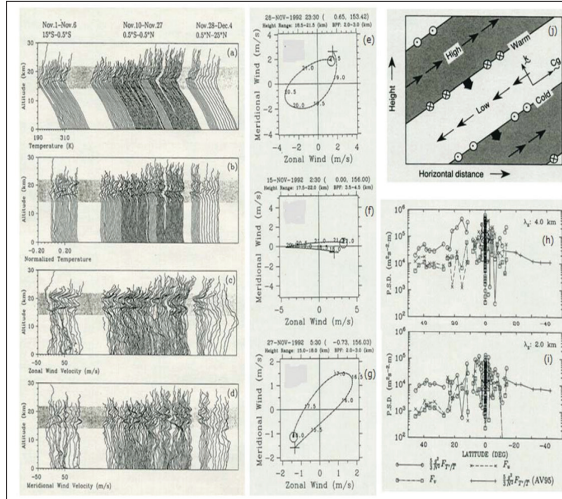
Ini merupakan relasi dispersi untuk gelombang inersia-gravitasi di bidang beta (lihat Gambar 5.5), di mana frekuensi dari mode internal (propagasi vertikal) dengan bilangan gelombang vertikal riil ($m^2 > 1$) harus memenuhi,

$$f(=|\beta y|) < |\omega| < N \quad (5.25)$$



Ket.: gelombang (a)–(d) gunung (sisi bawah) untuk berbagai aliran (Corby, 1954); (e) gelombang internal dalam aliran geser (Durrant, 1990); dan (f)–(g) struktur phae pada bidang vertikal termasuk arah rambat dan dengan tanda yang sama serta berlawanan arah (Holton, 1992)

Gambar 5.4 Gelombang gravitasi internal (tanpa efek inersia (rotasi Bumi))



Gambar 5.5 Gelombang inersia-gravitasi

Gelombang inersia-gravitasi menjalar di sembarang arah horizontal tergantung tanda dari (k, l) pada ekuator ($y=0$) dan kecepatan fase horizontalnya relatif terhadap media yang bergerak dengan kecepatan rata-rata zonal yang diberikan oleh relasi,

$$\left| \frac{\omega}{\text{horizontal wavenumber}} \right| = \sqrt{\frac{\omega^2}{k^2 + l^2}} \approx \sqrt{\frac{N^2}{m^2 + \frac{1}{4H^2}}} = \sqrt{gH} \quad (5.26)$$

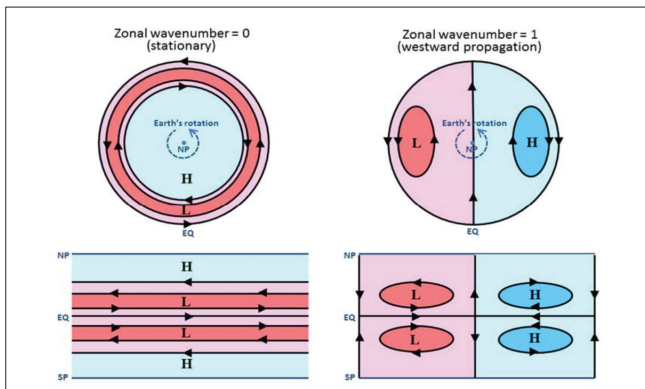
di mana ini menyatakan gelombang gravitasi di perairan dangkal dengan kedalaman rata-rata H . Akar-akar positif/negatif ω untuk sebuah nilai parameter lain yang diberikan sesuai dengan gelombang yang merambat simetris ke arah timur/barat relatif ke media. Frekuensi dan kecepatan fase zonal ω/k relatif terhadap tanah tidak simetris. Dengan kata lain, pada aliran dasar, gelombang yang merambat ke arah timur/barat dengan kecepatan yang sama memiliki nilai frekuensi yang berbeda. Oleh karenanya, struktur dan karakteristik yang berbeda, pada dasarnya penting dalam interaksi aliran rata-rata dan gelombang. Meskipun deskripsi terperinci tentang gelombang yang

umum di ekstras tropis berada di luar jangkauan, tetapi pada dasarnya, relasi dispersi di atas menunjukkan bahwa kecepatan horizontal yang terganggu akan membuat osilasi eliptik sepanjang sumbu penjalaran gelombang. Pada saat di ekuator maka osilasi ini menjadi linier.

Jika kita mempunyai $\omega \ll N$ maka kita memperoleh relasi dispersi,

$$\omega \approx \frac{-k\beta}{k^2 + l(y)^2 + (\beta^2 y^2 / N^2) \left(m^2 + \frac{1}{4H^2} \right)} \quad (5.27)$$

Jelas gelombang ini hilang jika $\beta=0$ (homogen atau tanpa rotasi). Kecepatan fase propagasi dalam arah zonal selalu ke arah barat. Jika ω kecil atau hilang, maka suku D/Dt juga hilang sehingga kita mempunyai aproksimasi geostropik, yaitu $v \sim i(k/\beta y)\phi$ dan $u \sim -(l/k)v = -i(l/\beta y)\phi$. Untuk $n \gg 1$ berkaitan dengan gelombang inersia-gravitasi di wilayah ekstras tropis (lihat Gambar 5.6).



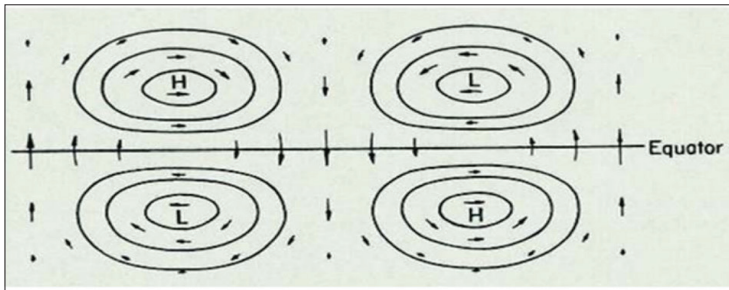
Ket.: Bentuk kutub dan ekuator dari tekanan dan pola angin untuk gelombang Rossby (planet) untuk $n=1$ dan bilangan gelombang zonal $2\pi kR=0$ (lihat Shigehisa, 1983, untuk derivasi) dan 1 (sama seperti pada Gambar 5.1)

Gambar 5.6 Bentuk kutub dan ekuator dari tekanan dan pola angin

Sementara untuk $n=0$ maka kita peroleh profil meridional seperti Gaussian, di mana ekuator sebagai pusatnya dengan bentuk,

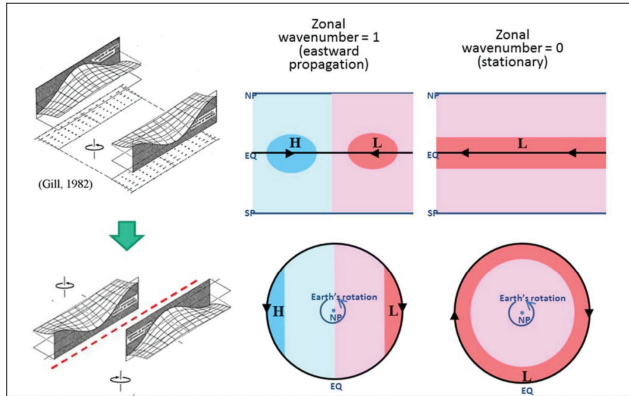
$$\varpi = \frac{k\beta\lambda^2}{2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4}{k^2\lambda^2}} \right) = \frac{kN}{\left(m^2 + \frac{1}{4H^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \left(\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\beta \left(m^2 + \frac{1}{4H^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{k^2 N}} \right) < 0 \quad (5.28)$$

tanda positif menggantikan tanda negatif dalam tanda kurung (depan akar) yang merupakan gelombang inersia-gravitasi yang menyebar ke timur. Gelombang merambat ke arah barat diberikan oleh Persamaan (5.18) menjadi serupa dengan gelombang Rossby pada batas panjang gelombang zonal pendek ($k \rightarrow \infty$), dan juga menjadi gelombang inersia-gravitasi dalam batas panjang gelombang ($k \rightarrow 0$). Oleh karena itu, gelombang dengan $n=0$ dan negatif ϖ ini disebut oleh Matsuno (1966) sebagai gelombang campuran Rossby-gravitasi (Gambar 5.7), atau dinamai berdasarkan penemuan pengamatan (Yanai dan Maruyama, 1966) sebagai Gelombang Yanai (-Maruyama).



Sumber: Matsuno, 1966

Gambar 5.7 Tekanan horizontal teoretis dan distribusi angin gelombang Rossby-gravitasi campuran.



Ket.: Gelombang Kelvin pesisir (kiri) dan ekuator (tengah dan kanan): Jika kasus pesisir untuk kedua gelombang digabungkan akan mirip dengan kasus di katulistiwa.

Sumber: Gill, 1982

Gambar 5.8 Gelombang Kelvin pesisir dan ekuator

Kita melihat bahwa persamaan gelombang diturunkan dari ketergantungan pada fungsi kecepatan meridional, sedangkan kondisi $v=0$ tidak diperhitungkan. Matsuno (1966) memperoleh relasi lain, yaitu

$$\omega = \frac{kN}{\left(\omega^2 + \frac{1}{4H^2}\right)^{\frac{1}{2}}}; \quad \frac{\omega}{k} \tilde{u} = \tilde{\phi} \square e^{-\frac{y^2}{2\lambda^2}} \quad (5.29)$$

dengan memulai kembali dari sistem persamaan awal (Persamaan 5.1, 5.2, dan 5.7) dengan menempatkan $v=0$. Tambahan seperti itu merupakan solusi yang diharapkan juga dari kelengkapan matematis ortonormalitas polinomial Hermite, dan dilabeli dengan $n=1$ yang memenuhi Persamaan (5.14). Relasi dispersi pada Persamaan (5.19) adalah gelombang-gravitasi non-inersia, tetapi hanya mencakup satu akar yang merambat ke arah timur. Profil meridional dari u dan ϕ adalah seperti fungsi Gaussian yang berpusat di ekuator dengan lebar

e-folding $\sqrt{2\lambda} = \sqrt{(2c/\beta)}$. Hubungan polarisasinya adalah diperoleh sebagai $u \sim -(l/k)v \sim -(l/\beta y)\phi$ yang mana hanyalah geostropik dan bentuk lengkap lain dari gelombang gravitasi. Fitur-fitur ini secara matematis umum untuk gelombang Kelvin yang merambat di atas permukaan laut sepanjang garis pantai (selalu melihatnya di sisi kanan/kiri di belahan Bumi utara/selatan), dan gelombang yang diberikan oleh Persamaan (5.29) disebut gelombang Kelvin ekuatorial (Gambar 5.8). Ekuator dengan perubahan tanda Coriolis parameter memainkan peran perangkap pantai mode khusus ini di kedua sisi. Di stratosfer bawah, mode dominan dengan bilangan gelombang zonal 1 atau 2 di lingkaran khatulistiwa (yaitu panjang gelombang zonal 40.000 atau 20.000 km; lihat Bagian 5.4) disebut sebagai gelombang Wallace-Kousky menurut nama penemunya, sedangkan di stratosfer atas dan mesosfer, periode lebih pendek dan panjang gelombang vertikal lebih panjang (Hirota, 1978). Di troposfer bagian ekuator, variasi intramusiman paling dominan (Madden dan Julian, 1971) dibangun oleh gelombang Kelvin khatulistiwa dengan periode dan zonal panjang gelombang beberapa puluh hari dan beberapa ribu kilometer, dan yang serupa atau lebih pendek diamati juga sebagai kesenjangan tropopause (Shimizu dan Tsuda, 1997).

Dua kategori khusus ini, yaitu gelombang campuran Rossby-gravitasi dan Kelvin khatulistiwa, secara kolektif disebut gelombang ekuator. Keduanya telah dipelajari dengan baik secara observatif terkait dengan berbagai jenis variasi antartahunan dan intramusiman (Bab V.C-D dan VI.D) yang merupakan fenomena yang tidak hanya terbatas pada daerah tropis, tetapi juga berdampak bagi iklim global. Kemajuan jaringan pengamatan resolusi tinggi dan model numerik telah berkontribusi dalam pembentukan dinamika gelombang dan penerapannya sukses untuk memahami fenomena tersebut. Konsep penting dalam dinamika gelombang adalah kecepatan kelompok, yang diberikan secara umum oleh

$$\bar{u} + \frac{\partial \varpi}{\partial k} = 0 \quad (5.30)$$

yang diperkenalkan sebagai kecepatan perkembangan dari seluruh paket gelombang yang terlokalisasi secara spasial dan spektral, serta menunjukkan bahwa energi gelombang dan momentum (tepatnya, aksi gelombang). Jika kita mengamati parameter gelombang dan menentukan jenisnya (hubungan dispersi dan polarisasi), kita dapat memahami/memprediksi perkembangan/dampaknya dengan menghitung kecepatan kelompok/grup (Persamaan 5.20).

Sejak tahun 1990-an, pengamatan tropo-stratosfer yang lebih intens, terutama di kawasan Indo-Pasifik di sekitar Benua Maritim oleh radiosonde dan/atau profil angin telah mengungkapkan gelombang dengan periode lebih lama dari beberapa hari yang teramati, terutama pada angin zonal ($|u| \ll |v|$), disebabkan oleh propagasi Kelvin ekuator ke arah timur gelombang yang disebutkan di atas. Sementara gelombang yang lebih pendek dari beberapa hari biasanya dengan polarisasi elips terutama gelombang Rossby-gravitasi atau inersia-gravitasi campuran yang menyebar ke barat. Hal ini ditumpangkan dan diatur menjadi struktur terlokalisasi sementara, yang muncul sebagai struktur hierarkis dari gugus awan (*supercluster*) (Bab VI.D).

B. Gelombang Kelvin Ekuator

Sebelumnya, kita telah menyinggung eksistensi gelombang Kelvin berdasarkan relasi dispersi. Kelihatannya cukup membingungkan, oleh karena itu, supaya lebih jelas kita akan mendeskripsikan mulai dari persamaan gerak secara langsung. Kita akan membahas kondisi jika kecepatan meridional hilang atau dikenal dengan gelombang Kelvin ekuator, di mana persamaan perairan dangkal menjadi,

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\partial \phi'}{\partial x} = 0 \quad (5.31)$$

$$\beta y u' + \frac{\partial \phi'}{\partial y} = 0 \quad (5.32)$$

$$gH \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial \phi'}{\partial t} = 0 \quad (5.33)$$

Jika kita mengambil solusi dalam bentuk,

$$\begin{pmatrix} u' \\ \phi' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{\phi} \end{pmatrix} \exp(i(kx - \omega t)) \quad (5.34)$$

Substitusikan Persamaan (5.34) ke ketiga persamaan di atas, kita peroleh,

$$-i\omega\tilde{u} + ik\tilde{\phi} = 0 \quad (5.35)$$

$$\beta y\tilde{u} + \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial y} = 0 \quad (5.36)$$

$$ikgH\tilde{u} - i\omega\tilde{\phi} = 0 \quad (5.37)$$

Jika kita substitusikan Persamaan (5.35) ke Persamaan (5.37) diperoleh,

$$\left(\frac{\omega}{k}\right)^2 = c^2 = gH \quad (5.38)$$

Ini bentuk kecepatan fase gelombang perairan dangkal atau kecepatan fase gelombang Kelvin ekuator. Jika kita substitusikan Persamaan (5.35) ke Persamaan (5.36), akan kita peroleh,

$$\beta y\tilde{u} + c \frac{\partial \tilde{u}}{\partial y} = 0 \quad (5.39)$$

Persamaan diferensial ini mempunyai solusi,

$$\tilde{u} = u_0 \exp\left(-\beta \frac{y^2}{2c}\right) \quad (5.40)$$

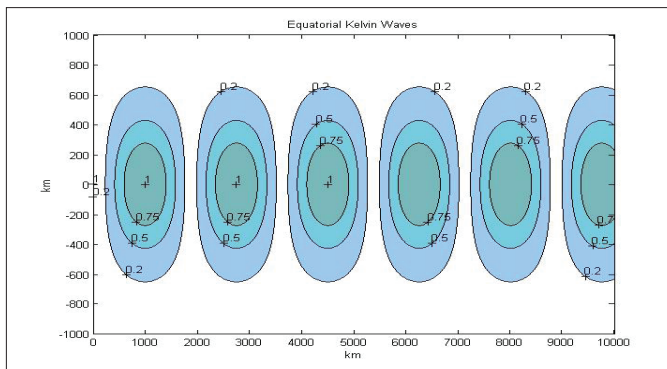
di mana u_0 adalah amplitudo kecepatan zona perturbasi di ekuator. Persamaan (5.39) menunjukkan bahwa jika solusi meluruh jauh dari ekuator harus ada, maka kecepatan fase harus positif ($c > 0$). Jadi, gelombang Kelvin merambat ke arah timur dan memiliki kecepatan zonal dan gangguan geopotensial yang bervariasi dalam garis lintang fungsi Gaussian berpusat di ekuator. Batas peluruhan diberikan oleh,

$$Y_K = \sqrt{\frac{2c}{\beta}} \quad (5.41)$$

Misalnya, untuk kecepatan fase 30 m/s maka jarak gelombang dari ekuator ke amplitudo nol adalah $Y_K \sim 1600$ km. Definisi gelombang Kelvin sebenarnya merujuk kepada jenis gelombang yang terpandu. Misalnya untuk gelombang laut, jika dia terpandu di pantai (*coastal*) maka disebut sebagai gelombang Kelvin pantai (*Coastally-trapped Kelvin Waves*). Solusi lengkap gelombang Kelvin ekuator diberikan oleh,

$$\begin{pmatrix} u' \\ \phi' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_0 \\ \phi_0 \end{pmatrix} \exp\left(-\beta \frac{y^2}{2c}\right) \exp(i(kx - \omega t)) \quad (5.42)$$

dengan nilai $\beta = 2.287 \times 10^{-13}$. Gambaran contoh gelombang Kelvin ekuator dinyatakan dalam Gambar 5.9.



Gambar 5.9 Contoh gelombang Kelvin ekuator yang diplot dengan MATLAB, di mana amplitudo telah dinormalisasi.

C. Gelombang Equatorial Rossby dan Rossby-Gravity Modes

Pengembangan lengkap teori gelombang ekuator secara formal agak rumit. Untuk memperkenalkan gelombang khatulistiwa dalam konteks yang paling sederhana, di sini menggunakan model air dangkal, analog yang diperkenalkan di subbab sebelumnya, dan berkonsentrasi pada struktur horizontal. Untuk situasi vertikal, akan dibahas dalam bab gelombang gravitasi. Untuk kesederhanaan, kita gunakan momentum linier dan persamaan kontinuitas untuk sistem fluida dengan kedalaman rata-rata dalam dasar tak bergerak. Kelakukan nonlinier akan dibahas pada Bab VIII. Karena kita terfokus pada daerah tropis, maka kita menggunakan sistem koordinat kartesian pada bidang β ekuatorial. Persamaan perairan dangkal dalam koordinat beta dinyatakan sebagai berikut,

$$\frac{\partial u'}{\partial t} - \beta y v' + \frac{\partial \phi'}{\partial x} = 0 \quad (5.43)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \beta y u' + \frac{\partial \phi'}{\partial y} = 0 \quad (5.44)$$

$$gH \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) + \frac{\partial \phi'}{\partial t} = 0, \quad \phi' = gh' \quad (5.45)$$

Kembali kita gunakan solusi gelombang jalan (*traveling waves*) sebagai berikut,

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \\ \phi' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{u}(y) \\ \bar{v}(y) \\ \bar{\phi}(y) \end{pmatrix} \exp[i(kx - \omega t)] \quad (5.46)$$

Substitusi solusi ini ke Persamaan (5.43)-(5.45), maka kita peroleh,

$$-i\omega\bar{u} - \beta y\bar{v} + ik\bar{\phi} = 0 \quad (5.47)$$

$$-i\omega\bar{v} + \beta y\bar{u} + ik\bar{\phi} = 0 \quad (5.48)$$

$$gH \left(ik\bar{u} + \frac{d\bar{v}}{dy} \right) - i\omega\bar{\phi} = 0, \quad (5.49)$$

Ketiga persamaan ini dapat digabungkan sehingga menjadi satu persamaan dalam y sebagai berikut,

$$\frac{d^2\bar{v}}{dy^2} + \left[\left(\frac{\omega^2}{gH} - k^2 - \frac{\beta k}{\omega} \right) - \frac{\beta^2}{gH} y^2 \right] \bar{v} = 0 \quad (5.50)$$

Anda sudah familiar dengan persamaan ini yang merupakan persoalan nilai eigen dengan solusi dalam bentuk polinomial Hermite sebagai berikut,

$$\frac{\sqrt{gH}}{\beta} \left(\frac{\omega^2}{gH} - k^2 - \frac{\beta k}{\omega} \right) = E_n = 2n + 1, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5.51)$$

$$\bar{v}_n(\xi) = v_0 H_n(\xi) \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right), \quad \xi = \sqrt{\frac{\beta}{\sqrt{gH}}} y \quad (5.52)$$

Solusi ini mempunyai syarat batas $y \rightarrow \pm\infty$ maka $v_n = 0$. Persamaan (5.51) dinamakan nilai eigen dan Persamaan (5.52) dinamakan fungsi eigen.

Secara umum, ketiga solusi dari Persamaan (5.52) dapat diinterpretasikan sebagai gelombang gravitasi yang terperangkap ke arah timur dan barat, serta gelombang Rossby ekuator yang bergerak ke arah barat. Kasus $n=0$ (yang memiliki gangguan kecepatan meridional distribusi Gaussian yang berpusat di ekuator) harus diperlakukan secara terpisah. Persamaan nilai eigen (5.50) memberikan relasi antarparameter gelombang yang dikenal dengan nama relasi dispersi.

Fungsi ω akan membentuk persamaan kuadrat dengan dua akar. Akar positif sesuai dengan gelombang inersia-gravitasi ekuatorial yang menyebar ke timur, sedangkan akar negatif akan bersesuaian dengan propagasi gelombang ke barat yang dinamakan gelombang inersia-gravitasi, di mana untuk skala zona panjang ($k \rightarrow 0$) akan menyerupai gelombang Rossby untuk karakteristik gangguan skala sinoptik. Mode ini umumnya disebut sebagai gelombang Rossby-gravitasi. Struktur horizontal solusi $n=0$ yang merambat ke barat, sedangkan hubungan antara frekuensi dan bilangan gelombang zonal (k) untuk ini dan beberapa mode gelombang ekuator lainnya ditunjukkan oleh Gambar 5.3.

D. Pola Matsuno-Gill

Pola Gill-Matsuno merupakan jenis pola gelombang atmosfer yang berkembang di daerah tropis. Dinamakan setelah dua ilmuwan atmosfer, Andrian Gill dan Taroh Matsuno, yang secara independen menemukan pola tersebut. Gill menemukannya pada tahun 1980-an, sedangkan Taroh Matsuno menemukannya pada tahun 1960. Jika dilihat dari tahun penemuannya, seharusnya dinamakan pola Matsuno saja. Akan tetapi, karena hegemoni barat maka dinamakan pola Gill-Matsuno. Pola Gill-Matsuno merupakan salah satu jenis gelombang ekuator, yang berarti terjadi di wilayah dekat ekuator. Secara spesifik merupakan jenis gelombang Kelvin, yaitu gelombang yang merambat di sepanjang ekuator dan digerakkan oleh perubahan suhu permukaan laut. Pola Gill-Matsuno dicirikan oleh sepasang gelombang Rossby yang merambat balik, yaitu gelombang yang bergerak dari barat ke timur di atmosfer. Gelombang ini dapat berdampak signifikan pada cuaca dan iklim di daerah yang terkena dampaknya. Misalnya, mereka dapat menyebabkan perubahan intensitas dan lokasi presipitasi, serta perubahan pola angin dan suhu permukaan laut. Pola Gill-Matsuno penting untuk memahami dinamika atmosfer tropis, serta untuk memprediksi dan memodelkan perilaku sistem cuaca tropis, seperti siklon tropis.

Pada tahun 1960 (kira-kira bersamaan dengan Indonesia memutuskan hubungan diplomatik dengan Belanda untuk memulai operasi pembebasan Irian Barat), seorang ilmuwan muda Jepang, Taroh Matsuno, mengemukakan makalahnya dengan judul *Quasi-Geostrophic Motions in the Equatorial Area* yang dimuat di Journal of the Meteorological Society of Japan, Vol. 44, No. 1, sekitar 19 halaman. Makalah tersebut berisi penelitian teoretis gelombang yang menjalar di ekuator. Meskipun gelombang yang terjadi merupakan konsekuensi matematis, fenomena tersebut dikonfirmasi pada pengamatan terbaru, setelah banyaknya pengamatan yang dilakukan, baik insitu maupun berbasis satelit. Makalah Matsuno dipandang sebagai pendobrak studi dinamika atmosfer wilayah tropis. Matsuno menggunakan persamaan perairan dangkal dalam makalahnya, di mana berdasarkan relasi dispersi, diprediksi terdapat tiga jenis gelombang, yaitu (1) gelombang inersia-gravitasi yang merambat ke arah timur, (2) gelombang inersia-gravitasi yang merambat ke arah barat, dan (3) gelombang Rossby yang merambat ke arah barat dengan kecepatan lambat. Matsuno lebih lanjut mengemukakan gagasan bahwa di wilayah tropis selalu terdapat gaya eksternal yang mengatur dinamika perairan dangkal karena sifat tropis yang secara intensif menerima pemanasan Matahari. Maka Persamaan (5.47)-(5.49) dengan gaya eksternal menjadi,

$$-i\omega\bar{u} - \beta y\bar{v} + ik\bar{\phi} = F_x \quad (5.53)$$

$$-i\omega\bar{v} + \beta y\bar{u} + ik\bar{\phi} = F_y \quad (5.54)$$

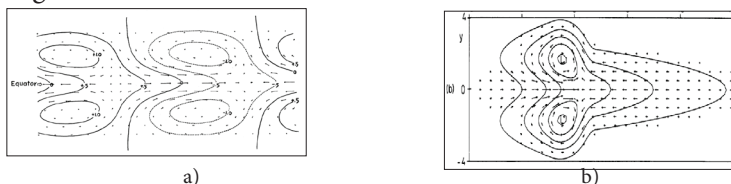
$$gH \left(ik\bar{u} + \frac{d\bar{v}}{dy} \right) - i\omega\bar{\phi} = Q \quad (5.55)$$

Persamaan tersebut akan diselesaikan dengan syarat batas,

$$\lim_{y \rightarrow \pm\infty} (u, v, \phi) = 0 \quad (5.56)$$

Secara formal, dengan adanya gaya eksternal, maka kita akan mendapatkan kembali suku tak homogen, di mana kita akan men-

dapatkan solusi formal dengan fungsi Green. Baik Matsuno maupun Andrian Gill, dalam makalahnya yang berjudul *Some Simple Solutions for Heat-Induced Tropical Circulation* yang dimuat di Quart. J. R. Met. SOC Vol. 106, Tahun 1980 , sekitar 15 halaman, tidak menggunakan fungsi Green.



Ket.: a) Matsuno 1960 dan b) Gill 1980.

Gambar 5.10 Pola sirkulasi stasioner yang disebabkan oleh hadirnya suku massa dan sink.

Baik Matsuno maupun Gill, kompak menggunakan teori gangguan untuk menyelesaikan persamaan dengan suku tak homogen. Matsuno menggunakan ekspansi fungsi eigen untuk mendapatkan solusi tak homogen sebagai berikut,

$$\chi = \sum a_n \xi_n \quad , \quad \sigma = \sum b_n \xi_n \quad (5.57)$$

di mana χ adalah solusi homogen dan σ adalah solusi tak homogen. Matsuno menemukan relasi antara a_n dan b_n sebagai berikut,

$$a_n = \frac{b_n}{\alpha - i\omega_n} \quad (5.58)$$

Koefisien b_n diperoleh dengan relasi fungsi eigen sebagai berikut,

$$b_n = \left[\int \xi_n(y) \sigma(y) dy \right] / \left[\int |\xi_n(y)|^2 dy \right] \quad (5.59)$$

Plot solusi Persamaan (5.57) dinyatakan dalam Gambar 5.10(a). Berbeda dengan Matsuno, Gill mengubah persamaan diferensial

Hermite untuk kasus homogen menjadi persamaan *parabolic cylinder functions* untuk kasus tak homogen. Dengan mengintroduksi fungsi,

$$q = \phi' + u' \quad , \quad r = \phi' - u' \quad (5.60)$$

Maka Persamaan (5.53)-(5.55) dapat dinyatakan dalam persamaan,

$$\frac{\partial q}{\partial y} + \frac{1}{2} y q + \frac{\partial r}{\partial y} - \frac{1}{2} y r = 0 \quad (5.61)$$

Solusi persamaan ini dinyatakan dalam bentuk fungsi silinder parabolik,

$$D_a(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} 2^{\frac{a}{2}} e^{-\frac{y^2}{4}} \Gamma\left(\frac{a+1}{2}\right) F_1\left(-\frac{a}{2}; \frac{1}{2}; \frac{y^2}{2}\right) + \sqrt{2} y \sin\left(\frac{a\pi}{2}\right) \Gamma\left(\frac{a+1}{2}\right) F_1\left(\frac{1}{2} - \frac{a}{2}; \frac{3}{2}; \frac{y^2}{2}\right) \quad (5.62)$$

Jika kita substitusikan solusi ini ke Persamaan (5.61), (5.60), dan (5.53)-(5.55) maka kita peroleh solusi,

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \\ \phi' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} q_2(x) (1 + y^2) \\ F(x) + \varepsilon 4 q_2(x) \\ \frac{1}{2} q_2(x) (1 + y^2) \end{pmatrix} e^{-\frac{y^2}{4}} \exp[i(kx - \omega t)] \quad (5.63)$$

Plot solusi ini dinyatakan dalam Gambar 5.10(b). Hal yang mengejutkan bahwa ternyata mereka mendapatkan gambar yang mirip.

Tugas: Cari solusi persoalan pola Gill-Matsuno menggunakan fungsi Green. Jika anda dapat melakukan ini maka anda dapat memublikasikan di *Journal of the Atmospheric Sciences* yang bereputasi global.

E. Sirkulasi Zonal-Vertikal (Walker)

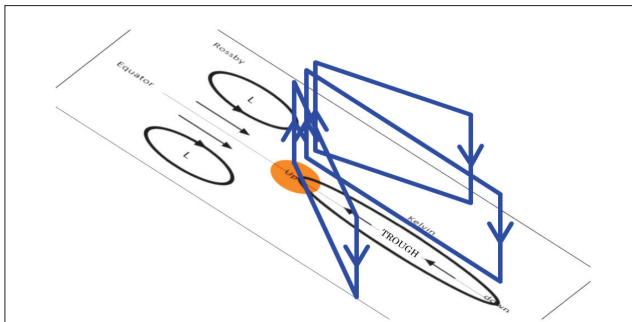
Pemanasan diabatik tropis yang sebenarnya sangat berbeda dari simetri zonal, karena kontras darat-laut serta variasi di darat (menurut topografi, fisiografi, vegetasi, dan lain-lain) dan di laut (terutama oleh arus yang digerakkan oleh angin), serta sirkulasinya juga berbeda dengan sirkulasi Hadley rata-rata zonal. Secara khusus, distribusi tanah yang ada di Benua Afrika dan Amerika serta Benua Maritim Indonesia (Bagian 4.4) dan keseimbangan geostropik yang lemah di sekitar khatulistiwa (lihat Bagian 4.2) dapat menyebabkan sirkulasi zona yang stabil, selain Sirkulasi Hadley dan mampu membalikkan monsun musiman. Misalnya, gaya gradien tekanan ke arah barat antara tekanan permukaan yang relatif rendah di atas Benua Maritim dan tekanan permukaan yang tinggi di Pasifik tengah mendorong *trade* angin timur yang lebih kuat di Pasifik barat khatulistiwa. Angin kencang ini membuat air permukaan laut menjadi hangat lebih tebal di sisi barat, serta transpor Ekman ke arah kutub dan menghasilkan apa yang disebut *upwelling* khatulistiwa, yaitu air dalam yang dingin muncul di atas Pasifik khatulistiwa tengah ke timur. Di atas permukaan laut bagian timur mengangkut uap air.

Oleh karena itu, sirkulasi stabil yang dihasilkan antara Benua Maritim dan Pasifik, oleh Bjerknes (1969) disebut sirkulasi Walker, “karena dapat ditunjukkan sebagai bagian penting dari mekanisme “Osilasi Selatan” Walker” (lihat Bagian 5.3). Gilbert Walker menerbitkan banyak makalah tentang variasi antartahunan dari iklim dunia termasuk musim hujan selama 20 tahun tinggal di Departemen Meteorologi British di India, tapi sirkulasi Walker itu memang menunjukkan pola tekanan dan bukan sirkulasi zonal itu sendiri. Tepatnya, seperti yang dibahas pada Bagian 4.3, distribusi pemanasan/pendinginan di seluruh troposfer diperlukan untuk menghitung sirkulasi apa pun, tetapi ciri-ciri penting dari sirkulasi ekuator yang hampir stabil dapat dijelaskan terutama oleh kondisi lapisan batas, yang sebagian besar dipertahankan oleh penguapan dan konvergensi kelembapan, dan sistem konvektif. Meskipun itu adalah hasil dari berbagai interaksi di lapisan batas dan di permukaan bumi, kita dapat

mempertimbangkan pemanasan diabatik eksternal untuk meninjau masalah menjadi sederhana. Selanjutnya, dapat diasumsikan bahwa kemantapan dipertahankan oleh hambatan turbulen, seperti redaman Rayleigh (Persamaan 4.12) dan pendinginan Newtonian (Persamaan 3.6). Selanjutnya jika operator $\partial/\partial t$ diganti menjadi $-i\omega$ (ekspansi Fourier) dengan koefisien drag ($\alpha > 0$) maka dengan mengabaikan kecepatan rata-rata zonal, Persamaan (5.15) menjadi,

$$\frac{d^2 \bar{v}}{dy^2} + \left[- \left(m^2 + \frac{1}{4H^2} \right) \frac{\alpha^2 + \beta^2 y^2}{N^2} - k^2 + \frac{ik\beta}{\alpha} \right] \bar{v} = -\tilde{Q}, \quad (5.63)$$

Kita dapat melakukan ekspansi dari v dan Q dalam deret fungsi ortonormal $H_n(y/\lambda)$, dan memperoleh faktor dari v_n dengan Q_n sembarang. Perhatikan bahwa persamaan di atas tidak melibatkan gelombang Kelvin (paling penting) adalah komponen ($n=-1$), yang harus ditentukan dari ekspansi serupa untuk hubungan polarisasi.



Gambar 5.11 Sirkulasi Hadley dan Walker yang diasosiasikan dengan pola Gill-Matsuno.

Matsuno (1966) dan Gill (1980) menghitung sirkulasi semacam itu yang diinduksi oleh sumber panas tetap (n) sejajar dan terisolasi di ekuator, masing-masing (Gambar 5.10). Gill membuat model Benua Maritim Indonesia dengan luas tak terhingga. Spesifikasi siklus Matsuno sesuai dengan kasus benua yang saling memengaruhi, atau

satu benua di Bumi bulat. Pada dasarnya, keduanya memperoleh hasil yang sama, yang disebut pola Matsuno-Gill dengan angin zonal mirip gelombang Kelvin di sepanjang ekuator dan vortisitas mirip gelombang Rossby kembar di kedua subtropis. Di sekitar pemanasan sumber (konvergensi) punggung zonal dengan barat dan palung dengan timur masing-masing muncul di barat dan timur, serta vortisitas siklon kembar di kedua sisi utara dan selatan punggung barat. Hasil Matsuno terlibat juga pendinginan (divergensi), di mana semua fituranya benar-benar simetris dengan yang ada di sekitar pemanasan.

Hasil di sekitar sumber pemanas terisolasi Gill secara zonasi tidak simetris; sisi timur sekitar tiga kali lebih luas secara longitudinal daripada sisi barat, dan yang terakhir sekitar tiga kali lebih kuat dari yang pertama (yang sebenarnya diamati sebagai semburan barat). Gill berspekulasi bahwa sirkulasi pada penampang meridional dan zonal di sekitar sumber panas sesuai dengan yang diamati sebagai sirkulasi Hadley dan Walker (Gambar 5.11).

Struktur vertikal gelombang Kelvin ($\omega > 0$) dekat ekuator diharapkan naik ke timur ($k/m < 0$) karena kecepatan grup vertikal (tanpa *vertical mean flow*),

$$W \equiv \frac{\partial \varpi}{\partial m} = -\frac{m\varpi}{m^2 + \frac{1}{4H^2}} \approx -\frac{\varpi}{m} \quad (5.64)$$

Mempunyai kecepatan fase yang berlawanan dan harus positif, yaitu $m < 0$. Namun, relasi dispersi menyatakan bahwa $m \sim N$ yang mana sangat kecil di tropopause tropis sehingga sirkulasi Walker hampir mempunyai struktur vertikal.

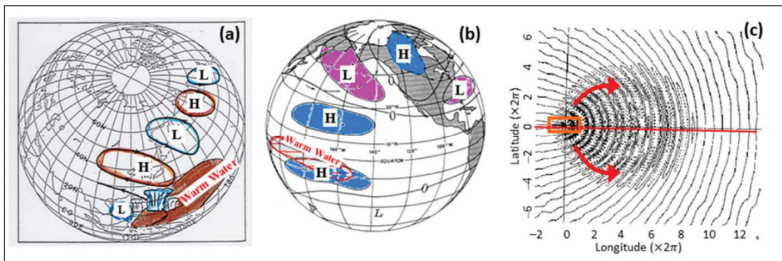
Singkatnya, sirkulasi tropis antara skala intramusiman dan antartahunan merupakan superposisi dari sirkulasi Hadley, Walker, dan Monsoon. Berdasarkan teorema Helmholtz, menyatakan bahwa dalam sirkulasi skala besar, di mana sirkulasi dapat dipisahkan dalam aliran nondivergen oleh fungsi *stream* (ψ) dan medan irrotasional yang diberikan dalam potensial kecepatan (χ) sebagai berikut,

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (5.65)$$

Mudah ditunjukkan bahwa divergensi dari kecepatan horizontal (atau persamaan kontinuitas horizontal) akan memenuhi,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial^2 \chi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial y^2} \quad (5.66)$$

kita dapat memperoleh aliran potensial yang tegak lurus terhadap kontur, yang melibatkan sirkulasi Hadley, Walker, dan Monsoon (misalnya, Krishnamurti, 1971; Krishnamurti et al., 1973; lihat Gambar 4.14 (a) dan (b)). Pada musim dingin utara, sel Hadley di belahan Bumi utara diperkuat oleh monsun 'astronomi' (Bagian 4.4), sedangkan pada musim dingin di troposfer yang lebih rendah, mereka dan sirkulasi Walker semuanya dipindahkan ke sisi belahan selatan Benua Maritim untuk membuat musim hujan yang sangat aktif dan divergensi troposfer atas di sana. Di musim panas utara, sirkulasi Walker yang berpusat di Benua Maritim Indonesia memiliki arah yang sama sebagai bagian dari musim panas 'geografis' monsun berpusat di Dataran Tinggi Tibet, serta sel Hadley selatan yang diperkuat oleh monsun 'astronomi', dan divergensi yang sangat kuat muncul di troposfer atas Tibet.



Ket.: (a) Telekoneksi Pasifik-Jepang (PJ) (Nitta, 1986) dan (b) Pasifik-Amerika Utara (PNA) (Horel dan Wallace, 1981) pola, dan (c) perambatan gelombang Rossby air dangkal sepanjang lingkaran besar (Hayashi, 1987).

Gambar 5.12 Telekoneksi antara iklim dari tempat yang jauh.

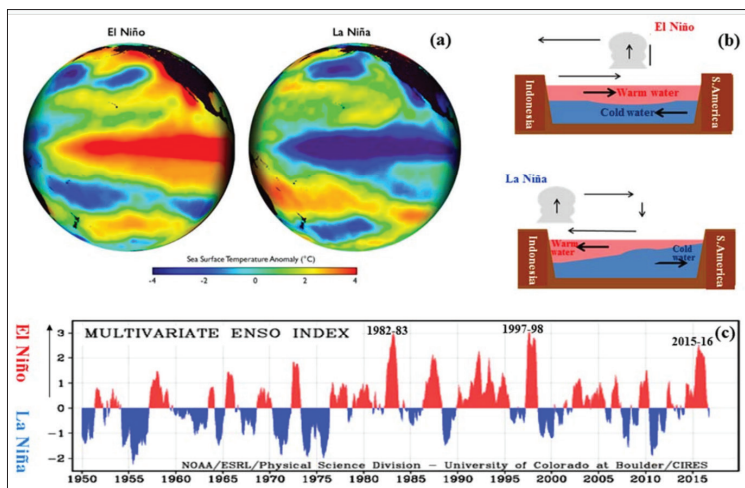
Sel kembar yang dihasilkan di kedua sisi subtropis pola Matsuno-Gill disebabkan oleh gelombang Rossby adalah mode yang terjebak di dekat ekuator dengan kondisi batas yang diberikan. Jika kita mengabaikan kondisi ini, terdapat mode gelombang Rossby menyebar secara global di sepanjang lingkaran besar (Hoskins dan Karoly, 1981; Simmons et al., 1983; Hayashi dan Matsuno, 1984), yang mentransfer sinyal anomali iklim tropis (Gambar 5.12). Disebut telekoneksi antara iklim dari tempat jauh yang telah diprediksi sejak lama oleh Walker dan Bliss (1923, dan banyak lagi) dan kemudian oleh Bjerknes (1969). Sekarang dijelaskan secara dinamis oleh perambatan gelombang Rossby. Melalui mekanisme fenomena tropis yang intensif ini menyebabkan cuaca dan iklim yang tidak normal di seluruh dunia.

F. Interaksi Atmosfer-Laut (ENSO dan IOD)

Sekarang kita membahas bab yang banyak dibicarakan banyak orang, di mana mereka dianggap sebagai kambing hitam yang bertanggung jawab atas bencana hidrometeorologis terutama kebakaran hutan dan banjir di Indonesia. Seperti disebutkan di bagian sebelumnya, sirkulasi Walker (searah dengan angin pasat) mendorong permukaan air Pasifik yang hangat ke arah barat, yang menyebabkan apa yang disebut sebagai *upwelling* pantai di Amerika Selatan sekitar Peru. Arus ekuator yang dingin di sepanjang pantai Amerika, tetapi lingkungan cukup sesuai (relatif dingin) untuk plankton dan ikan yang memburu plankton, sehingga menjadi wilayah laut perikanan yang sangat baik, biasanya terjadi dari Maret hingga Desember. Dari Desember, monsun barat dari Samudra Hindia ke Benua Maritim menjadi jauh lebih kuat daripada angin pasat Pasifik, dan arus pantai naik dan dingin yang relatif melemah membuat perairan Peru menjadi lebih hangat dan aktivitas perikanan terhenti. Ini awalnya disebut El Niño (artinya bayi laki-laki) (paling lambat sejak awal era kolonial Spanyol beberapa ratus tahun yang lalu; fenomena sendiri mungkin dikenal sejak Era Kekaisaran Inca), karena semua nelayan Peru yang saleh merayakan Natal (hari lahir Bayi Suci Yesus). Ini 'El Niño biasa yang asli' pulih paling lambat hingga Maret, terkait dengan penarikan hujan

di Indonesia bagian musim selatan. Namun, setiap beberapa tahun, air laut sangat hangat dan beberapa cuaca abnormal seperti curah hujan yang deras datang ke daerah ini lebih awal dari Desember dan sering berlanjut selama setahun. Oleh karena penyebabnya berbeda dari yang biasa, yang abnormal awalnya dibedakan dan disebut seperti fenomena El Niño dan lain-lain, tetapi sekarang hanya kondisi yang tidak normal inilah (termasuk cuaca tidak normal) yang disebut El Niño.

Secara independen, dari studi tentang variasi monsun antartahun dan fenomena yang berkorelasi di India, Departemen Meteorologi, Direktur Jenderal Walker (1923) menemukan osilasi selatan, yaitu anomali tekanan permukaan (jangka panjang) di Darwin, Australia dan Pulau Tahiti di tengah Pasifik yang memiliki variasi jelas berkorelasi negatif satu sama lain pada interval 2–5 tahun. Hampir setengah abad kemudian, Bjerknes (1969) berspekulasi adanya sirkulasi Walker yang bervariasi dengan Darwin-Tahiti (dan seluruh Indo-Pasifik) anomali tekanan, dan semuanya terkait dengan El Niño (dan fase berlawanan). Di timur Pasifik, selama fase angin pasat, sirkulasi Walker yang lebih lemah dari osilasi selatan, khatulistiwa, dan *upwelling* pesisir samudra berkurang, termoklin semakin dalam, dan suhu permukaan laut naik, yang disebut sebagai El Niño. Sebaliknya, angin pasat yang lebih kuat menginduksi *upwelling* yang lebih kuat, termoklin yang lebih dangkal dan suhu permukaan laut yang lebih dingin di Pasifik ekuator timur, sedangkan termoklin lebih dalam dan permukaan lebih hangat di Pasifik barat dan laut pedalaman/sekitar Benua Maritim, yaitu (awalnya disebut anti-El Niño tapi sekarang menggunakan kata Spanyol lain untuk bayi perempuan) La Niña. Seluruh siklus peristiwa ini disebut El Osilasi Niño-selatan (ENSO).



Ket.: (a) distribusi suhu permukaan laut tropis (Fiondella, 2009), (b) skematik penampang zona Pasifik khatulistiwa, dan (c) variasi indeks 65 tahun (<http://www.esrl.noaa.gov/psd/enso/mei/>).

Gambar 5.13 El Niño dan La Niña

ENSO, tepatnya, bukan ‘osilasi’ tetapi variasi antartahunan yang agak tidak teratur sebagai interval (tidak ‘periodik’, lebih tepat kuasi-periodik) berubah dalam kisaran 2-5 tahun (Gambar 5.13). Ini seperti skala global “jungkit-jungkit” dalam tekanan atmosfer dan di termoklin laut. Kedua fase El Niño dan La Niña adalah dua situasi ‘stabil’ dari gergaji laut ini, dan tidak boleh dianggap bahwa yang satu normal dan yang lainnya tidak normal. ENSO biasanya gabungan atmosfer-lautan (berinteraksi), dan tidak boleh dianggap atmosfer atau lautan mana yang menjadi penyebab. Intinya, terkait dengan ENSO, regional (Benua Maritim, Pasifik, dan Amerika Selatan) iklim, seperti curah hujan dan suhu bervariasi setiap tahun (seperti yang terlihat hanya sebagian pada Gambar 4.18). Selanjutnya, anomali atmosfer dapat disebarkan secara global oleh gelombang Rossby, seperti yang ditunjukkan nanti. Oleh karena itu, ENSO adalah salah satu isu utama untuk memahami dan memprediksi variabilitas iklim antartahunan (skala beberapa tahun) di seluruh dunia, dan ini adalah salah satu alasan utama mengapa meteorologi/klimatologi tropis menjadi subjek penelitian yang hangat/seksi.

Untuk mempelajari fenomena gabungan atmosfer-laut ini, kita dapat menggunakan Persamaan (5.1), (5.2), dan (5.7) untuk proses atmosfer, serta menambahkan sistem persamaan serupa lainnya untuk proses samudra. Pertama-tama, mari kita buat sketsa solusi mantap paling sederhana dari sistem persamaan enam variabel ini. Untuk atmosfer, di satu sisi, kita asumsikan sumber pemanas (laten dan/atau sensibel) tergantung pada suhu permukaan laut, dan pengabaian gaya mekanik untuk penyederhanaan ($G_{x(atmosfer)} = G_{y(atmosfer)} = 0$). Respons atmosfer tunak diberikan dalam pola Gill-Matsuno. Untuk laut, kita juga asumsikan pemanasan laut diabaikan ($Q_{ocean} = 0$) dan asumsikan gaya mekanik ($G_{x(ocean)}, G_{y(ocean)}$) = $\alpha(u_{(atmosfer)}, v_{(atmosfer)})$ akibat stres angin. Selain itu, asumsikan juga bahwa dasar laut rata sehingga,

$$u'_{(ose)} \approx \frac{G_{y(ose)}}{\beta y} = \frac{\alpha}{\beta y} v'_{(atm)} \quad , \quad v'_{(ose)} \approx \frac{G_{x(ose)}}{\beta y} = -\frac{\alpha}{\beta y} u'_{(atm)} \quad (5.68)$$

yang serupa dengan aliran meridional dalam sirkulasi meridional paksa (*forced meridional*) tunak (Persamaan 4.20). Persamaan (5.24) menunjukkan air laut bergerak ke sisi kanan/kiri angin yang menarik arah di belahan Bumi utara/selatan ($y > 0 / y < 0$).

Pada fase La Niña dengan pusat konveksi di atas Benua Maritim, dihasilkan antiklon kembar di sisi utara dan selatan dari perbedaan atas Pasifik khatulistiwa tengah (sebagaimana dihitung oleh Matsuno), yang mengintensifkan kedua zona tekanan tinggi subtropis dan konvergensi ($v'_{(oce)} \leq 0$ untuk $y \leq 0$) pada khatulistiwa di lepas pantai Amerika Selatan, sedangkan air laut diangkut ke arah barat ($u'_{(atm)} < 0$) untuk keduanya belahan seperti pada Persamaan (5.24), dan untuk mengompensasinya, *upwelling* pantai dihasilkan. Dekat khatulistiwa, karena diintensifkan angin pasat ($u'_{(atm)} < 0$) mengangkut air laut ke arah kutub ($v'_{(oce)} \geq 0$ untuk $y \leq 0$), yaitu dikompensasi oleh *upwelling* khatulistiwa. Dengan proses ini, wilayah air yang relatif lebih dingin memanjang dari Pantai Amerika Selatan ke arah barat sepanjang

khatulistiwa, dan permukaan air hangat diangkut dan terakumulasi (seperti disebut kolam air hangat) di ujung barat Pasifik. Oleh karena itu, proses ini memberi umpan balik untuk mempertahankan Pola Matsuno-Gill untuk La Niña secara stabil. Pada fase El Niño dengan pusat konveksi di Pasifik tengah, pola Matsuno-Gill sebaliknya masuk akal untuk fase La Niña dipertahankan sama. Oleh karena itu, situasi La Niña dan El Niño mungkin terjadi dipertahankan secara stabil sebagai solusi mantap. Jika kita ingin mempelajari kefanaan antara La Niña dan El Niño, kita perlu memecahkan persamaan bergantung waktu dengan nonlinier dan disipasi. Bahkan dalam hal ini, kita dapat berasumsi bahwa atmosfer merespons dengan cepat suhu permukaan laut melalui $Q_{(atmo)}$, dan menghasilkan pola Matsuno-Gill. Kita harus menyelesaikan persamaan kelautan disipatif nonlinier ($G_{x(atmosfer)} = G_{y(atmosfer)} = 0$) bergantung waktu untuk diberikan oleh pola Matsuno-Gill atmosfer. Integrasi langsung dari persamaan tersebut hanya dapat dilakukan secara numerik, dan hasil prediksi operasional oleh berbagai institusi dunia diperoleh, misalnya di situs web milik Columbia University of US, yaitu <http://iri.columbia.edu/our-expertise/climate/forecasts/enso/current/> serta dari masing-masing lembaga asal. Untuk studi semi-analitik atau teoretis, beberapa persamaan yang disederhanakan untuk memprediksi suhu perubahan yang diusulkan, seperti yang dijelaskan di bawah ini.

Beberapa studi menggunakan model sederhana, yaitu hanya menggunakan satu parameter saja. Model yang paling terkenal adalah menggunakan parameter suhu muka laut sehingga persamaan pengerak menjadi lebih mudah seperti,

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = -au + bh - cT', \quad a, b, c > 0 \quad (5.69)$$

di mana T' adalah anomali ($T' = T - \text{mean}(T)$), tiga suku di sisi kanan adalah adveksi zonal (a adalah gradien suhu zonal), pemanasan akibat untuk kedalaman (h) dari lapisan permukaan, dan disipasi yang dinyatakan oleh pendinginan Newtonian. Dari Persamaan (5.25) menentukan $Q = aT'$ di mana respons Matsuno-Gill di atmosfer di-

hitung untuk menentukan u dan T' . Variasi 'Lambat' dari u dan h disebabkan oleh gelombang laut Kelvin dan Rossby, yang netral (tidak berkembang) solusi dari persamaan samudra. Namun, Philander et al. (1982) menunjukkan bahwa ditambah dengan atmosfer, mereka mungkin tidak stabil dan berkembang sendiri. Bila dua suku terakhir dari Persamaan (5.68) dominan adalah $h=(c/b)T$ maka sebuah anomali hangat lautan ($T'>0$) membuat pemanasan atmosfer ($Q>0$) untuk menghasilkan (mirip pola Matsuno-Gill) konvergensi atmosfer, yang membuat gaya samudra Q untuk menghasilkan konvergensi samudra (gelombang Kelvin). Di dalam hal ini, arus samudra (seperti gelombang Kelvin) ke arah timur dan atmosfer (vortisitas kembar Rossby) ke arah barat berada di arah yang sama, serta sistem konveksi (awan) aktif air hangat yang digabungkan akan berkembang dengan cepat. Jika ini mekanisme pengembangan kopling bekerja, sebenarnya, konvergensi angin atmosfer dengan inersia kecil harus dipertahankan cukup lama untuk menjaga korelasi positif untuk menginduksi konvergensi arus laut dengan inersia yang besar. Proses kuncinya adalah dinamika skala kecil dan termodinamika di lapisan permukaan laut untuk merespons *atmospheric forcing*, serta gelombang laut untuk memperluas variasi lokal untuk wilayah yang lebih luas. Dalam proses terakhir, setiap gelombang ekuator dibatasi dalam arah propagasi, dan gelombang laut tidak dapat merambat di luar pantai.

Mungkin saja suatu gelombang dipantulkan menjadi jenis gelombang lain. Misalnya, gelombang Rossby yang merambat ke arah barat mencapai di pantai barat kemudian dipantulkan sebagai gelombang Kelvin merambat ke timur. Ketika anomali 'hangat' digabungkan merambat ke arah timur, anomali berlawanan (dingin) akan dipancarkan sebagai gelombang Rossby, yang dipantulkan sebagai gelombang balik terbalik (hangat, sama seperti aslinya) anomali dari gelombang Kelvin. Untuk mengungkapkan proses ini, suku ketiga dari Persamaan (5.69) dipisahkan menjadi respons yang bergantung langsung pada $T(t)$ dan satu lagi $T(t-\tau)$ karena putaran gelombang dengan waktu tunda (τ). Suku kedua dari Persamaan (5.68) dinyatakan dengan suku linier yang bergantung pada T dan (bila h diampifikasi) istilah

nonlinear tergantung pada T^3 . Suku pertama (adveksi) sebagian besar tergantung pada T . Oleh karena itu, persamaan yang direvisi dapat ditulis sebagai,

$$\frac{\partial T'}{\partial t} = -bT'(t-\tau) + c_1T' - c_2T'^3, \quad b, c_1, c_2 > 0 \quad (5.70)$$

Ini dinamakan *delay oscillator model* (Battisti dan Hilst, 1989). Jika kondisi tunak ($\partial/\partial t=0$) untuk waktu yang cukup panjang sehingga ($t \gg \tau$), maka kita peroleh solusi,

$$T' \approx \pm \sqrt{(c_1 - b)/c_2} \equiv \pm T_0 \quad (5.71)$$

yang berkaitan dengan kondisi La Nina dan El Nino. Persamaan (5.69) banyak diselesaikan secara numerik dan dalam kerangka teori Chaos dan bifurkasi. Salah satu cara yang paling sederhana untuk membahas stabilitas adalah dengan substitusi $T - T_0 = \epsilon \exp(-i\omega t)$ sehingga diperoleh relasi dispersi $\omega = b \sin(\omega\tau)$.

Anomali iklim tropis seperti ENSO dapat memengaruhi secara global melalui telekoneksi gelombang Rossby, mekanisme yang disebutkan di akhir bagian sebelumnya. Telekoneksi yang sering diamati adalah pola Pasifik-Amerika Utara (PNA), yaitu di musim dingin utara mentransfer anomali yang diinduksi El Niño dan menyebabkan cuaca abnormal di AS (Horel dan Wallace, 1981). Satu lagi adalah pola Pasifik-Jepang (PJ) di musim panas utara (Nitta, 1986) dan di musim dingin utara (Chen, 2002). Sebaliknya, situasi ekstratropis dapat memengaruhi dan berinteraksi dengan fenomena tropis dengan mekanisme serupa. Misalnya, anomali tekanan antartahun (dan apa yang disebut pusaran kutub di bawah keseimbangan geostropik) di lintang tinggi utara (disebut osilasi Arktik (AO); Thompson dan Wallace, 1998) dapat menyebar ke arah ekuator, dan memodifikasi efek ENSO di garis lintang tengah.

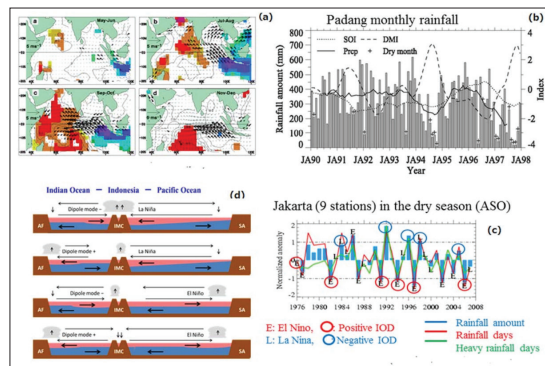
Seperti disebutkan di bagian sebelumnya, musim panas utara yang dipaksakan oleh Dataran Tinggi Tibet penting untuk dihubungkan dengan sirkulasi Walker, dan karenanya juga secara langsung atau tidak langsung dengan ENSO (misalnya, Lukas et al., 1996; Webster et al., 1998). Seperti penemuan osilasi selatan oleh Walker (1923), ENSO berinteraksi langsung dengan

dan permulaan, aktivitas, dan monsun, serta banyak penelitian masih dalam proses. Koneksi tidak langsung adalah melalui arus lintas Indonesia dari Pasifik ke Samudra Hindia (misalnya, Gordon, 2005), yang merupakan bagian dari sirkulasi laut global (lihat Gambar 4.10) dan diketahui bervariasi secara sensitif dengan variasi angin seperti monsun dan variasi intramusiman (Bagian 6.4).

Pengamatan ENSO dengan cakupan dan keandalan yang memadai telah dilanjutkan sejak tahun 1950-an. Definisi dari El Niño dan La Niña sedikit berbeda antarnegara (badan operasional nasional), institusi dan penyelidik, serta detailnya berada di luar cakupan buku teks yang sebagian besar teoretis ini. Menurut Badan Meteorologi Jepang Agency (<http://ds.data.jma.go.jp/tcc/tcc/products/elnino/index.html>), periode El Niño terjadi pada tahun 1951/52, 1953, dan 2014–16, dan di antaranya tiga peristiwa terbesar adalah 1982/83, 1997/98 dan 2014–16. Periode La Niña terjadi pada 1949/50, 1954–56, 1964/65, 1967/68, 1970–72, 1973/74, 1975/76, 1984/85, 1988/89, 1995/96, 1998–2000, 2005/06, 2007/08, dan 2010/11 (lihat Gambar 5.13(c)). Varietas peristiwa yang luar biasa telah disarankan, misalnya El Niño Modoki51, di mana Pasifik barat menyerupai El Niño, tetapi di timur tidak (Ashok et al., 2007).

Sebuah fenomena yang mirip dengan ENSO Pasifik telah diamati sebagai mode dipol Samudra Hindia (IOD) (Saji et al., 1999). Pada fase ‘IOD positif’, air permukaan laut secara anomali mendingin/menghangat di bagian timur/barat Samudra Hindia khatulistiwa, dan dalam fase ‘IOD negatif’ semuanya berlawanan. Untuk Benua Maritim barat korelasi curah hujan dengan ENSO dan IOD memiliki musiman dan lokalitas. Di pantai barat (Samudra Hindia), curah hujan Sumatra bagian tengah (khatulistiwa) berkorelasi dengan IOD daripada ENSO

(Gambar 5.12(b)). Awal musim hujan datang kemudian (lebih awal) di El Niño (La Niña) tahun dari rata-rata di banyak stasiun belahan Bumi selatan sisi (lihat panel bawah Gambar 4.17; Hamada et al., 2002), dan di barat laut Jawa kekeringan pada musim kemarau (Mei–Oktober) terjadi bersamaan dengan perkembangan simultan dari IOD positif dan El Niño, sedangkan kondisi basah cenderung muncul pada IOD negatif, dengan atau tanpa La Niña (Gambar 5.12(c); Hamada et al., 2012). Skala besar divergensi (konvergensi) dan kandungan uap air atmosfer yang lebih rendah (lebih tinggi) cenderung menekan (menginduksi) curah hujan di barat laut Jawa pada musim kemarau selama tahun IOD positif (negatif) dengan permukaan laut yang lebih dingin (hangat).

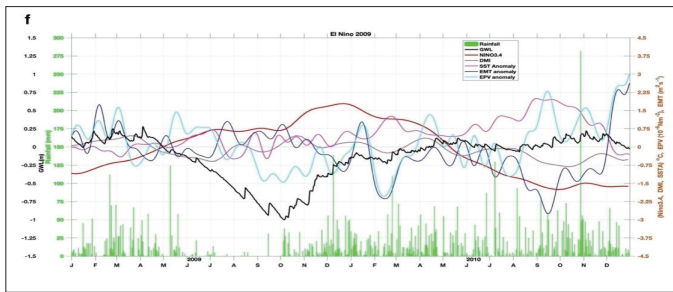


Ket.: (a) Mode dipol Samudra Hindia (IOD) (Saji et al., 1999) dan korelasinya serta ENSO dengan (b) curah hujan bulanan di Padang (Hamada et al., 2008), dan (c) curah hujan musim kemarau (Agustus–Oktober) di Jakarta (Hamada et al., 2012). (d) Gambar skematis Benua Maritim dan lautan sekitarnya dengan kombinasi IOD dan ENSO (Yamanaka, 2016).

Gambar 5.14 Mode dipol samudra Hindia (IOD)

Namun, korelasi yang begitu jelas tidak terlihat pada musim hujan dan jumlah curah hujan sepanjang musim hujan tidak bergantung pada lamanya musim hujan (antara permulaan dan penarikan) di banyak daerah. (Haylock dan McBride, 2001; Hamada et al., 2002; McBride et al., 2003). Korelasi rendah seperti itu mungkin disebabkan

kan oleh anomali pola sirkulasi Walker di sisi Samudra Hindia dan pegunungan terjal di sana (Chang et al., 2004a), dan karena pengaruh yang lebih langsung oleh gelombang musim dingin dari garis lintang tengah utara (Tangang et al., 2008; Hamada et al., 2012). Untuk Benua Maritim timur (kira-kira di sebelah timur pegunungan Kalimantan Tengah), korelasi dengan ENSO relatif lebih kuat (Aldrian dan Susanto, 2003; Kubota et al., 2011; Lestari et al., 2016) karena musim hujan serta efek langsung dari suhu air Pasifik.

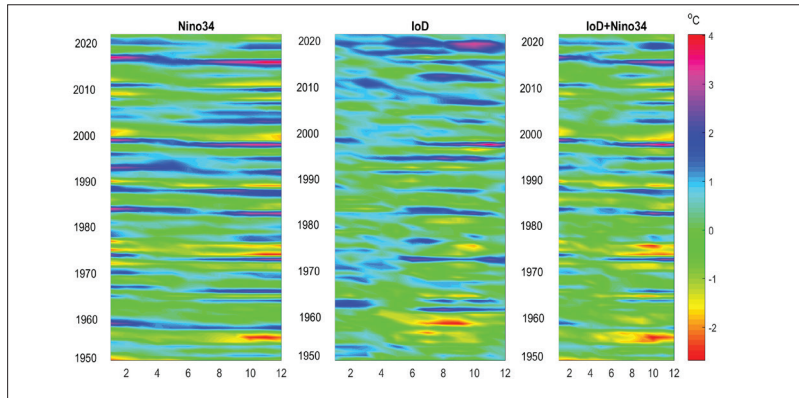


Sumber: Sulaiman et al 2023

Gambar 5.15 Groundwater level gambut minimum lebih dulu daripada puncak El Nino.

Secara umum, diketahui bahwa kondisi iklim ekstrem, seperti El Nino dan dipol Samudra Hindia positif (IOD+) menyebabkan kekeringan berkepanjangan di lahan gambut tropis Indonesia sehingga muka air tanah tinggi (GWL) drop dan gambut rawan kebakaran (Sulaiman et al., 2023). Namun, selama 27 tahun pengukuran GWL di Kalimantan Tengah, hutan gambut menunjukkan kondisi sebaliknya, yaitu GWL terendah terjadi beberapa minggu sebelum El Niño dan setelah IOD+ mencapai puncaknya. Hal ini menunjukkan bahwa anomali suhu permukaan laut yang turun diinduksi oleh anomali angin timur sepanjang selatan Jawa-Sumatra, yang terjadi beberapa minggu sebelum GWL turun ke nilai terendah. Curah hujan lokal menurun dan GWL turun tajam sebesar 1,0 hingga 1,5 m, selama peristiwa super El Niño pada tahun 1997/98 dan 2015, serta peristiwa IOD+ yang luar biasa pada tahun 2019. Diduga sistem ekohidrologi la-

han gambut tropis (diwakili oleh GWL), El Niño Southern Oscillation (ENSO), dan IOD+ adalah telekoneksi. Oleh karena itu, memantau variabilitas GWL dari lahan gambut di atas IMC adalah kemungkinan peringatan untuk peristiwa iklim ekstrem yang terkait dengan El Niño dan/atau IOD+ sedang. Singkatnya, fenomena El Niño dengan iklim di Benua Maritim Indonesia terkait melalui fenomena umpan balik.



Gambar 5.16 Plot deret waktu Nino34, IOD, dan Nino34+IOD dalam diagram seperti Holmoller.

G. Interaksi Gelombang-Aliran Rata-Rata: Quasi-biennial oscillation (QBO) and semi-annual oscillation (SAO)

Interaksi antara gelombang dan aliran rata-rata memainkan peran penting dalam memahami aspek jangka panjang pemodelan atmosfer dan oseanografi. Memang, kemampuan kita untuk memprediksi perubahan iklim bergantung pada kemampuan kita untuk membuat model gelombang secara akurat. Secara matematik, ini adalah bab yang rumit dan silakan pembaca dianjurkan untuk mempelajari secara formal di Oliver Buhler, *Wave and Mean Flow*, Cambridge University Press, 2009. Akan tetapi, untuk keperluan pedagogic, kita akan membahas dengan cara yang lebih mudah.

Perintis pengamatan balon tropis oleh van Bemmelen (1913) di Batavia (sekarang Jakarta) pada awal abad ke-20 telah memperhatikan variasi angin zonal stratosfer bawah yang tidak sinkron dengan troposfer siklus musiman (lihat panel kanan atas Gambar 3.4). Hampir setengah abad kemudian, Reed et al. (1961) dan Veryard dan Ebdon (1961) secara independen menemukan bahwa angin zona rendah-stratosfer khatulistiwa memiliki osilasi kuasi-dua tahunan (QBO) dengan fitur rezim timur/barat berturut-turut muncul di atas ketinggian 30 km setiap sekitar 24 hingga 30 bulan, merambat ke bawah sekitar 1 km/bulan tanpa kehilangan amplitudo, dan menghilang dengan cepat di bawah 23 km (Gambar 5.16). Osilasi ini bersifat simetris zonal dan juga simetris di sekitar ekuator dengan amplitudo maksimum sekitar 20 m/s dan setengah lebar sekitar 12° . Karena simetrisitas zona, sirkulasi meridional rata-rata sangat kecil, dan bidang suhu memenuhi keseimbangan angin termal (Persamaan 4.11) (atau versi aturan L'Hospital) dengan angin zonal. Berdasarkan pengamatan, rata-rata angin geser vertikal zonal yang besar, di ekuator adalah ~ 5 m/s/km, maka amplitudo gangguan suhu pada lebar meridional ~ 1200 km diperkirakan ~ 3 K. Dari L'Hospital versi tentang turunan kedua suhu dengan tanda kebalikan dari suhu di ekuator, zona geser barat dan timur masing-masing memiliki anomali temperatur ekuator hangat dan dingin.

Fenomena ini menunjukkan perilaku periodik yang tidak terkait dengan gaya periodik, dan menjadi masalah besar dalam dinamika atmosfer. Secara kuantitatif, perkiraan periodisitas dua tahunan dan propagasi ke bawah tanpa hilangnya amplitudo harus dijelaskan. Terjadinya zona simetris barat (superrotasi; lihat Bagian 4.1) di ekuator juga merupakan misteri, serta mekanisme pasokan dan akumulasi momentum sudut yang masuk akal (akibat gelombang apa pun, dan jenis gelombang apa yang cukup bertanggung jawab) harus dipertimbangkan untuk menjelaskan fase barat dari gelombang/osilasi tersebut.

Penjelasan teori gelombang-aliran rata-rata (*wave-mean flow*) dalam meteorologi dijelaskan dalam makalah oleh Lindzen dan

Holton (1968), Holton dan Lindzen (1972), Plumb dan McEwan (1978), dan lain sebagainya. Versi yang paling sederhana adalah persamaan momentum zonal yang dinyatakan sebagai berikut,

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{E}_z}{\partial z} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (\rho_0 \langle u'w' \rangle)}{\partial z} \quad (5.72)$$

di mana suku sebelah kanan menyatakan gradien stres Reynold (turbulen), yang sebanding dengan shear fluks momentum dan juga sebanding dengan percepatan angin zonal. Karena u adalah kecepatan maka dia merupakan turunan kedua dari jarak atau osilasi yang menyatakan amplitudo gelombang. Berdasarkan teori gelombang ini, tak lain adalah hukum kekekalan aksi gelombang yang dinyatakan oleh (Andrew dan McIntyre, 1976),

$$\frac{\partial A}{\partial t} = - \frac{\partial B}{\partial z}, \quad A = \frac{E}{\omega}, \quad B = AW \quad (5.73)$$

di mana A adalah densitas aksi gelombang, B adalah fluks aksi gelombang vertikal, E adalah densitas energi, dan W adalah kecepatan grup gelombang vertikal. Untuk gelombang Kelvin dan gravitasi, maka kA dan kB disebut sebagai momentum gelombang dan fluks momentum gelombang berturut-turut. Karena $kB = \rho_0 \langle u'w' \rangle$ diperoleh dari solusi gelombang gravitasi, maka dapat ditulis,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 \bar{u} - kA) = 0 \quad (5.74)$$

Dengan demikian, kita memiliki $kB = kAW = kEW/\omega$ dan mendapatkan A dari solusi Persamaan (3.72), yang menyiratkan bahwa A terkait secara langsung dengan ω (frekuensi gelombang). Dari Persamaan (5.73), gelombang dengan $|\omega|$ yang lebih kecil memiliki kecepatan grup yang lebih lambat $|W|$ dan tinggal di sana untuk durasi yang lebih lama. Oleh karena itu, mereka lebih mudah dipengaruhi oleh redaman, seperti viskositas dan/atau pendinginan Newtonian

(bahkan jika disederhanakan, persamaan tidak memasukkannya secara eksplisit). Dari hubungan dispersi Persamaan (5.16), gelombang dengan $|\omega|$ lebih kecil memiliki $|m|$ lebih besar, yaitu panjang gelombang vertikal lebih pendek dan gradien vertikal lebih besar (laju geser dan/atau selang). Oleh karena itu, bersifat lokal sehingga ketidakstabilan dan *wave breaking* terjadi lebih mudah. Dari Persamaan (5.11), jika perambatan horizontal searah sebagai aliran rata-rata, khususnya

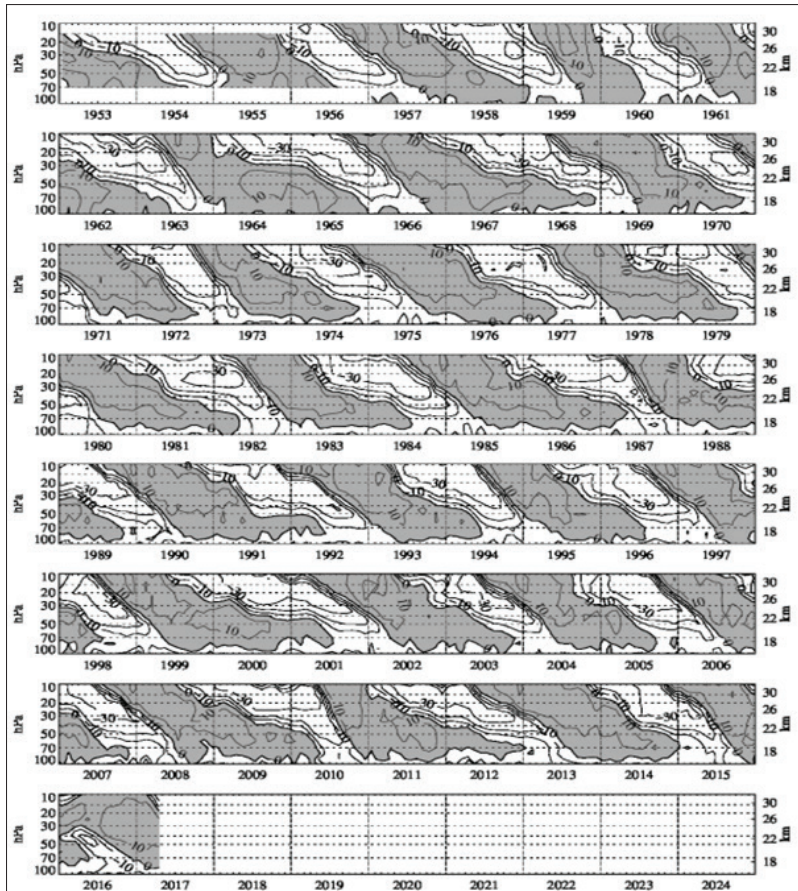
$$\text{jika } \omega \rightarrow \omega\bar{u}, \quad c \rightarrow \bar{u} \quad \text{maka } \omega \rightarrow 0, \& \quad |m| \rightarrow \infty \quad (5.75)$$

dan gelombang akan pecah. Jika medium mendekati tanpa disipasi dan secara horizontal homogen maka ω , k , dan c kekal, tetapi jika ada shear vertikal maka di sana akan terjadi '*critical level*' sehingga Persamaan (5.72) dipenuhi. Pembahasan lengkap dapat dilihat dalam makalah Lindzen dan Holton (1968) serta Booker dan Bretjeeton (1967). Beberapa meteorolog ada yang tidak suka dengan QBO ini dan menganggap mereka tidak ada. Jika anda tidak suka yang rumit, anggap saja mereka tidak ada.

Hal ini (serta yang serupa untuk gelombang lain) disebut teorema non-percepatan. Sebagai contoh, di arah barat (ke arah timur; $u > 0$), gelombang ke arah barat ($c < 0$) dari bawah merambat ke atas dengan sangat cepat dan memindahkan momentum ke arah barat ($kA < 0$) ke ketinggian atas, sedangkan gelombang ke arah timur ($c < 0$) mungkin menemui tingkat kritisnya di suatu tempat dan melepaskan momentum ke arah timur ($kA > 0$), di sana dengan penurunan fluks momentum ($\partial k B / \partial z < 0$) dan mempercepat aliran rata-rata ($\partial u / \partial t > 0$). Saat ombak pecah, amplitudo mungkin terbatas untuk menjaga keadaan marginal (yang disebut saturasi gelombang), dan kita mungkin membuat parameter difusivitas eddy (K) untuk mewujudkan faktor peluruhan ($K \partial^2 / \partial z^2 = -K m^2$) untuk mempertahankan amplitudo saturasi (Lindzen, 1981). Persamaan (5.31) juga menyiratkan amplifikasi gelombang untuk mengompensasi penurunan densitas, yang lebih efektif (lebih mudah pecah) untuk gelombang yang merambat ke arah aliran rata-rata, tetapi tidak diabaikan untuk gelombang yang menyebar berlawanan yang tiba di dekat puncak. Proses terakhir

yang disebutkan sebelumnya membuat berlawanan (ke timur, yaitu ke barat) dan dipercepat.

Setelah timuran dihasilkan di dekat bagian atas, ia memainkan peran tingkat kritis untuk gelombang arah barat. Kemudian proses yang berlawanan dengan yang disebutkan di atas dimulai, dan dilanjutkan hingga lapisan timur tiba di dasar troposfer. Tepat setelah gelombang ke arah barat selesai untuk mempercepat gelombang ke timur di ketinggian yang lebih rendah, dan gelombang ke arah timur mulai lagi akselerasi ke barat dari atas. QBO hanya mengulangi proses ini (Gambar 5.18). Keduanya, studi observasional dan model teoretis, menegaskan bahwa Kelvin khatulistiwa merambat ke atas dengan kuat dan gelombang menyuplai momentum barat yang mungkin cukup untuk menghasilkan setidaknya sebagian besar dari fase barat QBO. Namun, meskipun gelombang campuran Rossby-gravitasi dapat memberikan fraksi yang signifikan dari momentum ke arah barat yang diperlukan untuk mendorong QBO, kontribusi gelombang Rossby garis lintang tengah dan gelombang gravitasi inersia yang menyebar ke arah barat khatulistiwa tak terelakkan diperlukan.

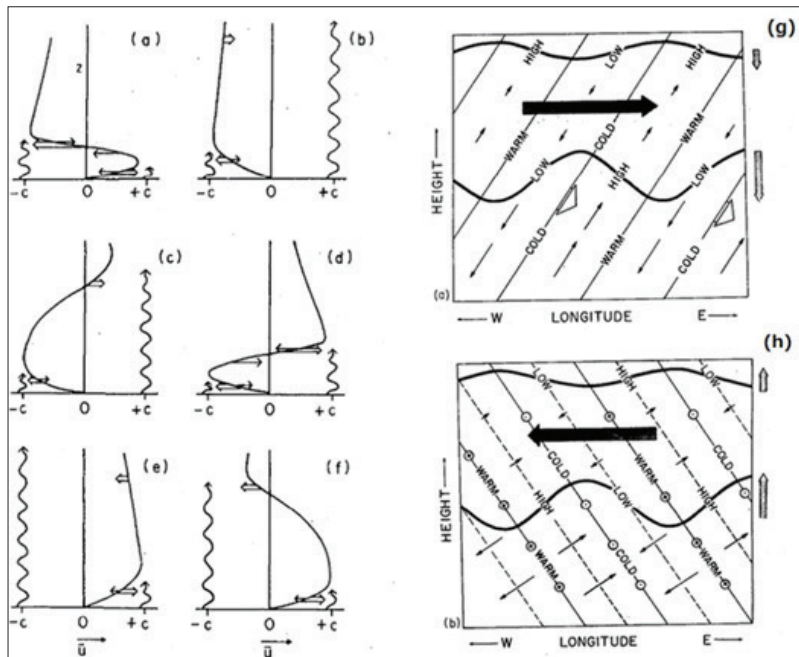


Ket.: interval 10 m/s; berbayang barat di Kanton (Januari 1953-Agustus 1967), Maledve (September 1967-Desember 1975) dan Singapura (Januari 1976). (diperbarui dari Naujokat, 1986; <http://www.geo.fu-berlin.de/en/met/ag/strat/produkte/qbo/>)

Gambar 5.17 Angin zona rata-rata bulanan

Asal usul momentum seperti itu terkait erat dengan mekanisme pembangkitan gelombang ekuator dan gelombang lainnya memper-tahankan QBO. Kemajuan pesat dari resolusi tinggi spasial-sementara dan observasi berkelanjutan, (misalnya, Tsuda et al., 1994(a, b), 2000; Sato et al., 1994, 1999; Ogino et al., 1995, 2016), serta pemodelan

numerik (misalnya, Horinouchi dan Yoden, 1996; Horinouchi et al., 2002, 2003), mengungkapkan maksimum yang jelas dari aktivitas gelombang gravitasi stratosfer tropis, khususnya di atas Benua Maritim Indonesia, tempat awan konvektif troposfer maksimum. Fluks momentum gelombang gravitasi seperti itu telah disimulasikan untuk stratosfer, seperti osilasi kuasi-dua tahunan ekuatorial (Sato et al., 1999; Kawatani et al., 2010a, b). Efek global pemanasan pada QBO (misalnya, Kawatani dan Hamilton, 2013) dan perilaku abnormal terbaru dari QBO (misalnya, Osprey et al., 2016) juga dipelajari mengenai variabilitas gelombang terkait.



Ket.: (a)–(f) Mekanisme siklus QBO yang disarankan oleh eksperimen laboratorium oleh Plumb dan McEwan (1978): panah bergelombang adalah gelombang ke arah timur dan barat; panah lurus ganda dan tunggal adalah percepatan yang digerakkan oleh gelombang dan viskositas (Plumb, 1984). Struktur bujur-tinggi (g) Kelvin sepanjang ekuator dan (h) campuran Rossby-gravitasi (sepanjang garis lintang utara ekuator) gelombang dan akselerasinya yang terintegrasi secara lintang (panah horizontal tebal) (Andrews et al., 1987).

Gambar 5.18 Mekanisme siklus QBO

Di atas wilayah QBO, pengamatan di garis lintang rendah sangat terbatas, oleh masing-masing satelit dalam jumlah kecil (terutama estimasi angin termal), lidar, radar VHF (di atas mesosfer tengah), balon plastik besar (di bawah stratopause) dan rocketsonde (hingga sekitar tahun 2000). Di stratosfer atas-mesosfer bawah (35–60 km ketinggian) di sekitar stratopause dan di termosfer mesosfer atas-bawah (ketinggian 70–90 km) di sekitar mesopause, ada *semiannual oscillations* (SAOs) anti-fase satu sama lain (Reed, 1965; Hirota, 1978). Mekanisme pembangkitan pada dasarnya dianggap mirip dengan QBO, tetapi dengan gelombang Kelvin yang lebih cepat (gelombang vertikal lebih panjang) ke arah timur (Hirota, 1979) dan musim dingin pertengahan garis lintang barat gelombang Rossby (Dunkerton, 1979, 1982), serta gelombang inersia-gravitasi. Mungkin karena gelombang ini berasal dari atmosfer yang lebih rendah, SAO adalah dimodulasi oleh QBO dan sirkulasi meridional (misalnya, Garcia dan Sassi, 1999). Di wilayah yang jauh lebih tinggi (90–110 km ketinggian) timuran dominan sepanjang tahun, yang dianggap karena efek pasang surut termal diurnal dihasilkan di lapisan ozon stratosfer (Miyahara, 1981). Pasang surut merupakan fenomena dominan dan penting di atmosfer atas Indonesia (Kato, 1980). Pasang surut juga dihasilkan oleh penyerapan uap air dari radiasi inframerah di troposfer, dan muncul sebagai variabilitas semidiurnal dari tekanan atmosfer permukaan. Struktur global-vertikal dari pasang diurnal juga dipelajari, khususnya pada eksitasi/amplifikasinya di daerah tropis (misalnya, Sakazaki et al., 2012).

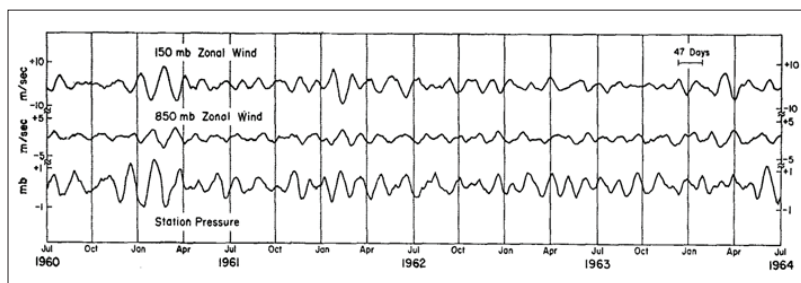
Catatan: Karena sirkulasi laut-darat sebagai mode yang paling dominan di Benua Maritim adalah konveksi horizontal, yaitu superimposisi gelombang gravitasi internal yang menyebar ke atas dan ke bawah, mereka dapat dimodifikasi jika angin latar diubah. Migrasi siklus diurnal dari zona konvergensi-awan menyiratkan juga pembangkitan gelombang gravitasi, baik ke darat maupun ke laut. Lihat Yamanaka (2016) dan Yamanaka et al. (2017).

H. Osilasi Madden-Julian

Nah, di sini kita juga akan mempelajari salah satu kambing hitam bencana hidrometeorologi di Indonesia, yaitu Madden-Julian Oscillation (MJO). Pada dasarnya, MJO adalah pola cuaca tropis yang dicirikan oleh penggabungan skala besar antara konveksi dan sirkulasi atmosfer. Nama ini diambil dari nama penemunya, yaitu Roland Madden dan Paul Julian, yang pertama kali mengidentifikasi osilasi pada tahun 1971. MJO dicirikan oleh suatu wilayah (biasanya diidentifikasi dari kandungan uap air, SST, dan lain-lain) yang merambat ke arah timur dengan curah hujan yang intensif serta sirkulasi atmosfer di daerah tropis Samudra Hindia dan Pasifik. Osilasi ini biasanya berlangsung selama 30 hingga 60 hari, dan dapat berdampak signifikan pada pola cuaca di seluruh dunia. Selama fase aktif MJO, terjadi peningkatan konveksi dan curah hujan di daerah tropis yang dapat menyebabkan banjir, tanah longsor, dan bahaya terkait cuaca lainnya. MJO juga dapat memengaruhi perkembangan siklon tropis dan memengaruhi waktu monsun. Di sisi lain, pada fase inaktif MJO terjadi penurunan konveksi dan curah hujan yang dapat menyebabkan kekeringan dan gelombang panas di beberapa daerah. MJO diyakini juga dapat memengaruhi pembentukan peristiwa El Niño dan La Niña, yang dapat berdampak signifikan pada pola cuaca global. Secara keseluruhan, Osilasi Madden-Julian merupakan fenomena penting yang dapat memengaruhi pola cuaca di seluruh dunia dan dipantau secara ketat oleh ahli meteorologi dan ilmuwan iklim.

Dalam makalahnya, Madden dan Julian menggunakan data radiosonde harian selama 10 tahun di Pulau Canton dengan analisis spektrum dan cross-spektrum. Mereka menemukan bahwa pada data angin zonal dengan ketinggian 850 dan 150 mb, ditemukan adanya osilasi (periodik) dengan periode 41-53 hari. Spektrum kuat di troposfer bawah (850 mb) dan lemah (*non existence*) di lapisan 700-400 mb dan kembali menguat di lapisan atas (150 mb). Pada ketinggian di atas 80 mb tidak ditemukan bukti adanya osilasi meridional. Mereka berspekulasi bahwa osilasi ini terkait dengan sirkulasi sel skala besar dengan orientasi bidang zonal dan terpusat

di tengah Samudra Pasifik. MJO terdiri dari fenomena skala besar yang digabungkan dengan pola dalam sirkulasi atmosfer dan konveksi, dengan MJO berupa sinyal koheren di banyak variabel lain, semuanya menyebar ke arah timur secara perlahan (dengan kecepatan 5 m/s) melalui Samudra India, Benua Maritim Indonesia dan Samudra Pasifik yang permukaan lautnya hangat. Dia terus berinteraksi dengan lautan yang mendasarinya dan memengaruhi banyak sistem cuaca dan iklim. Meskipun setelah itu banyak riset terkait MJO, tetapi ilmuwan menghadapi kesulitan besar dalam menyimulasikan secara akurat dan memprediksi MJO menggunakan model cuaca global dan model iklim, serta tidak dapat menjelaskan kesulitan tersebut berdasarkan teori MJO yang ada. MJO tetap menjadi tantangan yang belum terpenuhi tentang pemahaman atmosfer tropis dan kemampuan kita untuk menyimulasikan dan memprediksi variabilitasnya.



Sumber: Madden dan Julian, 1971

Gambar 5.19 Komponen zonal (u) pada ketinggian 850 mb dan 150 mb di Pulau Canton dari Juli 1960 sampai Juni 1964.

Ternyata, terdapat banyak teori tentang MJO. Menurut Wang, ada tiga teori, sedangkan menurut Zhang ada empat teori. Berbeda dengan penemuan partikel Higgs atau ‘partikel Tuhan’, di mana para fisikawan telah mempunyai model standar atau teori yang mapan untuk menjelaskan eksistensi partikel tersebut. Tidak demikian dengan MJO. Oleh karena itu, masih banyak tantangan dan peluang untuk mengembangkan model baru.

Membangun teori MJO harus dimulai dengan diskusi tentang karakteristik penting MJO yang harus dijelaskan oleh sebuah teori. Teori umum harus dibangun dalam upaya untuk mengintegrasikan model teoretis utama yang ada, kemudian ditambah gelombang Kelvin-Rossby, mode kelembapan, mode kelembapan dinamis yang digabungkan efek gaya gesek, dan interferensi gelombang gravitasi, yang diperlihatkan sebagai kasus khusus dari model MJO umum. Karakteristik penting dari sistem MJO dapat mencakup aspek berikut.

- 1) MJO adalah sistem sirkulasi berskala planet (dominan *zonal wave-number* 1 dan 2) digabungkan dengan konvektif yang kompleks berskala besar (*zonal wavenumber* 3–5).
- 2) MJO bergerak ke arah timur dengan kecepatan kurang lebih 5 m/s di atas kolam hangat Indo-Pasifik dan sekitar 15 m/s di atas belahan Bumi barat dengan osilasi 30-60 hari.
- 3) Sirkulasi MJO memperlihatkan pasangan Kelvin dan struktur gelombang Rossby. MJO menunjukkan struktur sirkulasi baroklinik paling kuat dengan gerakan vertikal dan lembap dengan tekanan rendah *Boundary-layer* (BL) dan konvergensi dominan.
- 4) Sistem MJO menguat di kolom hangat Indo-Pasifik dan meluruh di atas lidah dingin (*cold tongue*) di Pasifik tengah dan Pasifik timur, menyiratkan adanya mekanisme ketidakstabilan.

Teori-teori ini dikategorikan secara subjektif sebagai empat kelompok teori dasar, ditambah empat kelompok teori spesifik. Pertama adalah teori gelombang Kelvin–Rossby yang digabungkan dengan fenomena konvektif. Teori ini berpusat pada interaksi antara pemanasan konvektif, gelombang khatulistiwa frekuensi rendah, dan konvergensi kelembapan dengan gesekan lapisan batas (BL), yang mengintegrasikan mekanisme umpan balik ketidakstabilan bersyarat antara gelombang non-linear dengan ketakstabilan konvektif jenis kedua (*convective instability of second kind* (CISK)), dan penguapan. Mekanisme ini kemudian digabungkan menjadi teori gelombang Kelvin-Rossby lembap. Singkatnya, MJO adalah fenomena gelombang.

Teori ini menjelaskan mengapa MJO yang diamati menampilkan struktur gabungan Kelvin-Rossby, dan menjelaskan mengapa tekanan permukaan laut yang rendah dan konvergensi kelembapan BL membangun konveksi yang muncul dalam pengamatan, dan mengapa MJO bergerak ke timur dan bisa menjadi tidak stabil dalam skala planet. Peran umpan balik kelembapan gaya gesekan juga menyiratkan peran potensial penting dari interaksi konveksi-BL. Hasilnya, kecepatan propagasi ke arah timur adalah 10–15 m/s, yang juga demikian cepat untuk suhu permukaan laut yang hangat (SPL) 29°C. Seperti yang disarankan oleh Moskowitz dan Bretherton (2000), besarnya kecepatan dapat dikurangi dengan membuat redaman akibat gesekan BL mungkin dibesarkan, tetapi mungkin tidak realistis di alam.

Kedua adalah Teori mode kelembapan. Teori ini menganggap kelembapan (atau energi statis lembap) sebagai gaya penggerak utama. Ini menekankan umpan balik kelembapan-konveksi dan transportasi kelembapan. Sebuah model empiris sederhana diusulkan (Sobel dan Maloney 2012, 2013), yang diterapkan lebih lanjut oleh Adames dan Kim (2016) menunjukkan ketidakstabilan MJO terutama berasal dari umpan balik radiasi awan dengan mekanisme “stabilitas lembap kotor efektif” bernilai negatif. Hal ini menghasilkan propagasi ke arah timur terutama didorong oleh adveksi meridional kelembapan rata-rata dan efek konvergensi BL. Teori ini menghasilkan mode MJO yang dispersif dengan kecepatan grup ke arah barat. Dalam model ini, satu-satunya variabel prognostik adalah anomali kelembapan; sirkulasinya seperti insang pasif. Eksperimen numerik dari Prita dan Yang (2016) menunjukkan bahwa adveksi energi horizontal statis lembap tidak signifikan untuk propagasi ke arah timur dari mode mirip MJO, jadi modelnya mungkin tidak memperhitungkan umpan balik dari dinamika gelombang.

Teori ketiga adalah mode kelembapan dinamis yang digabungkan dengan gesekan (akibat interaksi dengan permukaan Bumi). Gelombang Kelvin–Rossby yang digabungkan secara konvektif menangkap interaksi antara konveksi dan dinamika gelombang-BL, tetapi mengabaikan umpan balik kelembapan. Di sisi lain, teori mode kelembapan

menangkap umpan balik konveksi-kelembapan, tetapi mengabaikan interaksi antara pemanasan konvektif dan dinamika gelombang. Kombinasi dari dua jenis di atas menghasilkan teori ketiga, yaitu teori mode kelembapan dinamis yang digabungkan secara gesekan (Wang dan Chen, 2016; Liu dan Wang, 2016b). Model kelembapan dinamis ini menggunakan penyederhanaan skema parameterisasi kumululus Betts–Miller (B-M) untuk menggambarkan umpan balik kelembapan. Trio-interaksi di antara pemanasan konvektif, kelembapan, dan dinamika gelombang-BL menghasilkan gelombang kelembapan dinamis yang digabungkan secara gesekan (Wang et al., Geosci. Lett., 2016) menghasilkan paket gelombang yang menyerupai MJO. Teori ini juga dikenal dengan nama *trio-interaction model*.

Keempat adalah teori interaksi multiskala. Konvektif MJO yang kompleks terdiri dari aktivitas konvektif multiskala dan gelombang skala sinoptik (Nakazawa, 1988). Bagaimana mesoskala ini dan gerakan skala sinoptik berinteraksi serta berkontribusi pada dinamika MJO telah menjadi isu kontroversial. Banyak perbedaan pemikiran telah diusulkan dalam hal ini. Singkatnya, terlepas dari kerumitan penjelasan di atas, MJO selalu terkait dengan dinamika gelombang, konvensi, dan kelembapan (muncul dalam bentuk gugusan awan konvektif besar, yaitu seperti awan cumulonimbus).

Teori khusus yang pertama disebut Model kerangka MJO. Efek sinoptik gelombang terhadap MJO melalui momentum, panas, dan transportasi kelembapan dianggap sebagai *driver* potensial (teori ini dipelopori oleh matematikawan Majda dari Yale University). Model kerangka MJO yang digerakkan oleh gelombang sinoptik adalah model paling sederhana yang menggeneralisasikan mekanisme MJO. Dalam model kerangka (skeleton), kecenderungan paket gelombang skala planet terkait dengan anomali kelembapan tingkat rendah, yang pada dasarnya adalah semacam parametrisasi pemanasan konvektif. Model kerangka dapat menghasilkan mode propagasi lambat ke arah timur dengan sebuah fitur dispersi, di mana frekuensi hampir tidak bergantung pada bilangan gelombang. Terlepas dari ketersederhanaannya, model ini mampu menghasilkan mode netral yang

dapat merambat ke arah timur atau barat. Liu dan Wang (2012a) memperluas model kerangka asli dengan memasukkan BL umpan balik gesekan. Hasilnya menunjukkan munculnya mode propagasi ke arah timur yang tidak stabil dan berskala planet, sedangkan mode propagasi gelombang teredam ke arah barat. Model kerangka juga diperluas untuk memasukkan stokastik dalam aktivitas sinoptik dan konvektif, mereproduksi intermitensi, pertumbuhan dan peluruhan, variasi musiman, dan sifat vertikal MJO.

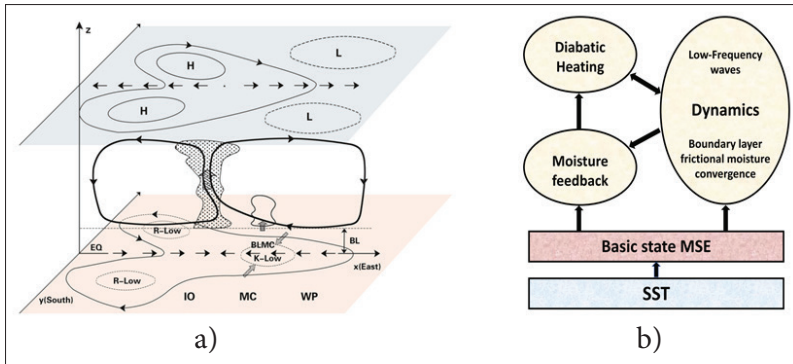
Teori khusus kedua dinamakan model interaksi gelombang-sinoptik. Di dalam model ini, efek momentum, panas, dan kelembapan transportasi oleh gerakan skala sinoptik diparametrisasi dalam persamaan gerak MJO. Jenis model ini memungkinkan interaksi dua arah antara gelombang frekuensi tinggi (gelombang gravitasi inersia, gelombang Kelvin) dan MJO. Dampak transpor momentum, panas, dan kelembapan ditemukan bergantung pada lokasi relatif dari gangguan sinoptik yang diasosiasikan dengan pusat konvektif MJO. MJO ditemukan menguat ketika gelombang Kelvin lembap terletak di sebelah barat pusat konvektif, sedangkan gelombang inersia-gravitasi (yang menjalar ke arah barat) dapat memiliki umpan balik positif ketika mereka berada di sebelah timur pusat konvektif.

Model khusus ketiga dinamakan model multi-awan. MJO memiliki apa yang disebut struktur awan “kemiripan diri (*self-organized*)” yang merupakan gugusan awan besar. Untuk memahami struktur multi-awan MJO, model multi-awan telah dibuat oleh Khouider dan Majda (2006, 2007). Fitur utamanya adalah (a) konvergensi kelembapan tingkat rendah (dekat permukaan) terintegrasi secara vertikal dan (b) penggunaan tiga jenis awan cumulus (*congestus*, *stratiform*, dan *deep convective*) bersama dengan struktur pemanasan vertikal yang berbeda. Model multi-awan ini berhasil menyimulasikan propagasi MJO dari arah timur yang lambat, struktur vertikal “kemiripan diri” dan struktur horizontal multiskala (Majda et al., 2007). Bilangan gelombang yang tidak stabil, di mana ketidakstabilan ini datang dari mode baroklinik vertikal kedua. Lebih lanjut, interaksi awan-

gelombang atau mekanisme kelembapan *stratiform*-gelombang juga telah ditemukan untuk mendukung pertumbuhan MJO.

Teori khusus keempat adalah model interferensi gelombang gravitasi. Termotivasi oleh keberadaan yang relatif berumur pendek, ke arah timur dan gangguan yang bergerak ke arah barat dalam dinamika MJO, maka MJO dianggap sebagai paket gelombang dengan pola interferensi yang dihasilkan oleh frekuensi pita sempit dari gelombang campuran Rossby-gravitasi atau gelombang inersia-gravitasi. Dalam model ini, MJO diperlakukan sebagai selubung skala besar dari gelombang gravitasi skala kecil yang dipicu oleh gelombang gravitasi individu (akibat sel konvektif). Perambatan ke arah timur muncul dari asimetri zonal dalam gelombang gravitasi inersia dan MJO skala planet tergantung pada faktor skala konvektif melawan kecepatan gelombang gravitasi. Teori paket gelombang ini menjelaskan hanya sebagian kecil dari varian MJO dalam data radiasi gelombang panjang keluar (OLR). Selain teori MJO dasar tersebut, terdapat teori khusus lainnya yang berfokus pada karakteristik MJO, dengan memasukkan kejadian musim panas boreal dan atmosfer osilasi intramusiman (ISO) dan interaksi atmosfer-laut. Penulis sendiri percaya pada teori alternatif, yaitu MJO sebagai perwujudan solusi persamaan Schrodinger Nonlinier. Ini akan dibahas kelak pada Bab VIII.

Teori yang ada dan populer adalah teori interaksi-trio dengan model yang disederhanakan dalam skema parametrisasi kumulat Betts–Miller (B-M). Teori interaksi-trio ini memperluas teori Matsuno-Gill dengan menggabungkan interaksi trio antara dinamika konveksi, kelembapan, dan lapisan batas (BL). Dengan teori interaksi-trio, sejumlah isu mendasar dari dinamika MJO dibahas: mengapa MJO memiliki struktur gelombang Kelvin-Rossby campuran dan bagaimana gelombang Kelvin dan Rossby yang merambat dalam arah berlawanan dapat digabungkan dengan konveksi memunculkan osilasi yang perambatan ke arah timur; apa yang membuat MJO bergerak ke arah timur secara perlahan dengan periodisitas 30–60 hari; mengapa MJO menguat selama berada di lautan dengan kolam hangat (laut Pasifik) dan meluruh saat melintasi daratan?



Ket.: a) Diagram skematik yang menggambarkan struktur tiga dimensi dari modus MJO. BLMC mewakili konvergensi kelembapan lapisan batas, b) *Schematic diagram illustrating the essential large-scale dynamics of the MJO.*

Gambar 5.20 Diagram Skematik

Kita harus ingat kembali bahwa prinsip-prinsip untuk pembentukan model teoritis adalah sebagai berikut: (1) model harus diturunkan dari prinsip pertama dan masuk akal/dapat dibenarkan asumsinya, (2) model ini dirancang untuk memasukkan proses penting saja untuk dinamika MJO, (3) hasil model dapat diverifikasi terhadap pengamatan, serta (4) model harus dapat menjelaskan mekanisme fundamental di tempat yang kita bahas. Model interaksi-trio mengadopsi model Gill-Matsuno sehingga kita bisa menggunakan struktur vertikal atmosfer, di mana stuktur ini yang paling sederhana adalah 1 dan 1/2 lapis model bidang beta ekuatorial, yang terdiri dari mode baroklinik pertama di troposfer bebas dan dinamika BL barotropik, yang dinyatakan sebagai berikut (Wang et al., 2016),

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \beta y v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} - \varepsilon u \quad (5.76)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \beta y u = -\frac{\partial \phi}{\partial y} - \varepsilon v \quad (5.77)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + D + dD_b = -(P_r - R) - \mu \phi \quad (5.78)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \bar{Q}D + \bar{V} \cdot \nabla \bar{Q} + d(\bar{Q}_b D_b + \bar{V}_b \cdot \nabla \bar{Q}_b) = E_v - P_r \quad (5.79)$$

$$\frac{\partial u_b}{\partial t} - \beta y v_b = -\frac{\partial \phi}{\partial x} - E_k u_b \quad (5.80)$$

$$\frac{\partial v_b}{\partial t} + \beta y u_b = -\frac{\partial \phi}{\partial y} - E_k v_b \quad (5.81)$$

Persamaan (5.77) merupakan kombinasi hidrostatik, kontinuitas, dan persamaan termodinamika. Persamaan (5.78) adalah persamaan kelembapan yang diintegrasikan secara vertikal. Persamaan (5.79) dan (5.80) adalah persamaan momentum *barotropic boundary layer*. (u , v) dan ϕ menyatakan angin zonal, meridional, dan geopotensial untuk troposfer bawah. V menyatakan vektor angin troposfer bawah, V_b menyatakan vektor angin *boundary layer*. Model MJO tergantung pemilihan bentuk R , D , dan lain-lain serta persamaan mana saja yang berperan. Sebagai contoh, sebuah model dinamakan *frictionally coupled* Kelvin-Rosby, diperoleh dengan memilih P_r dalam bentuk,

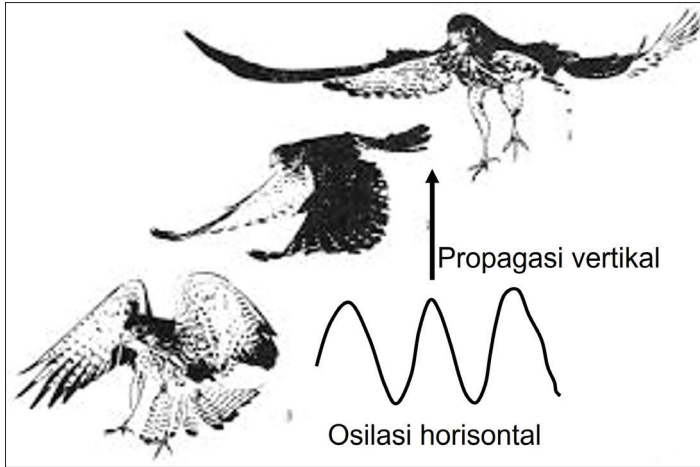
$$P_r = H \left[b(E_v - \bar{Q}D - d\bar{Q}_b D_b) \right] \quad (5.82)$$

Oleh karena itu, model MJO yang muncul di banyak penelitian (*paper*) pada dasarnya adalah kasus khusus dari model MJO umum.

I. Gelombang Gravitasi

Gelombang gravitasi adalah gelombang yang sangat unik, di mana arah penjaran dan osilasinya saling tegak lurus. Osilasi dalam arah horizontal, tetapi penjarannya vertikal. Kondisi ini dapat dibayangkan seperti burung terbang yang kepakan sayapnya menyebabkan osilasi horizontal, tetapi burung terbang ke atas. Gambaran umum *atmospheric gravity waves* (AGW) adalah jenis gelombang yang terjadi di atmosfer bumi, terutama di wilayah antara permukaan dan atmosfer bagian atas. Mereka disebabkan oleh perpindahan massa udara dari posisi kesetimbangannya, yang menciptakan gaya pemulih

yang mendorong udara kembali ke posisi semula (seperti gaya pegas). Gelombang ini biasanya diciptakan oleh berbagai proses, termasuk pergeseran angin, konveksi, dan gaya topografi. Mereka dapat memiliki skala spasial yang luas, mulai dari beberapa meter hingga beberapa ratus kilometer, dan dapat menyebar secara horizontal atau vertikal melalui atmosfer. Gelombang gravitasi berbeda dari jenis gelombang atmosfer lainnya, seperti gelombang Kelvin atau gelombang Rossby, karena terutama didorong oleh daya apung atmosfer dan gaya gravitasi yang memulihkan. Dalam hal ini, gaya gravitasi dipandang sebagai gaya pegas. Ini berarti bahwa mereka dapat terjadi di semua jenis atmosfer, terlepas dari komposisi atau suhunya. Gelombang gravitasi atmosfer dapat berdampak signifikan pada pola cuaca dan iklim, termasuk pembentukan awan dan badai, pengangkutan polutan, dan penyebaran energi melalui atmosfer. Mereka juga memainkan peran penting dalam dinamika atmosfer bagian atas, di mana mereka dapat memengaruhi perambatan gelombang radio dan perilaku satelit serta pesawat ruang angkasa lainnya. Jika AGW menabrak lapisan Ionosfer akan melahirkan fenomena *Traveling Ionospheric Disturbance* (TID). Baru-baru ini, letusan Gunung Api Tonga menghasilkan AGW yang besar dan mampu mencapai lapisan Ionosfer. Pembahasan lengkap gelombang ini dapat dilihat di Kato, S *Dynamics of The Upper Atmosphere*, D Reidel, London, 1980.



Gambar 5.21 Gelombang gravitasi atmosfer (*Acoustic/Atmospheric Gravity Waves (AGW)*) mempunyai arah osilasi tegak lurus arah propagasi.

Seperti dijelaskan pada bab sebelumnya, bahwa perumusan gelombang diperoleh berdasarkan persamaan gerak (Navier-Stokes) dengan mengayakan aliran dalam komposisi rata-rata dan fluktuasi (atau gelombang). Misalnya angin zonal, maka $u = \langle u \rangle + u'$. Nama lain dekomposisi di atas adalah gangguan orde satu. Dalam AGW, variabel yang berperan adalah tekanan ($p = p_0 + p'$), densitas ($\rho = \rho_0 + \rho'$), temperatur (T_0), dan kecepatan vertikal ($w = \langle w \rangle + w'$). Di sini kita hanya menggunakan teori gangguan sampai orde satu, di mana ini cukup baik untuk kondisi atmosfer dari permukaan hingga ketinggian 60 km. Jika kita hanya melihat kondisi dua dimensi, yaitu kita memperhitungkan arah zonal dan vertikal serta atmosfer dianggap isothermal, maka persamaan Navier-Stokes dalam arah zonal dan vertikal berturut-turut menjadi,

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (5.83)$$

$$\rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \quad (5.84)$$

di mana kita telah menghilangkan tanda ' untuk u , ρ , p , dan w agar tidak menjadi semakin rumit, serta ρ_0 dan p_0 dihubungkan melalui persamaan hidrostatis untuk atmosfer isothermal, yaitu

$$\frac{p_0}{p_{00}} = \frac{\rho_0}{\rho_{00}} = \exp\left(-\frac{z}{H}\right), \quad H = \frac{RT_0}{g} \quad (5.85)$$

Sementara persamaan untuk densitas (persamaan kontinuitas) dan untuk tekanan (termodinamika) menjadi,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} - \rho_0 \frac{\partial w}{\partial z} - w \frac{d\rho_0}{dz} \quad (5.86)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = C^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{d\rho_0}{dz} \right) - w \frac{dp_0}{dz} \quad (5.87)$$

Jika kita lakukan transformasi Fourier,

$$f \rightarrow \tilde{f} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad f = (u, w, \rho, p), \tilde{f} = (\tilde{u}, \tilde{w}, \tilde{\rho}, \tilde{p}) \quad (5.88)$$

Maka Persamaan (5.83), (5.84), (5.86), dan (5.87) menjadi,

$$-i\omega \rho_0 \tilde{u} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \quad (5.89)$$

$$-i\omega \rho_0 \tilde{w} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} - \tilde{\rho} g \quad (5.90)$$

$$-i\omega \tilde{\rho} = -\rho_0 \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \right) - \tilde{w} \frac{d\rho_0}{dz} \quad (5.91)$$

$$-i\omega \tilde{p} = -i\omega C^2 \tilde{\rho} + (C^2 - 1) w \frac{dp_0}{dz} \quad (5.92)$$

Persamaan (5.89) dan Persamaan (5.90) digabungkan menjadi,

$$\tilde{w} = \left[-\rho_0 \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \right) - i \frac{\omega}{g} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} \right] / \left[\frac{\omega^2 \rho_0}{g} + \frac{d\rho_0}{dz} \right] \quad (5.93)$$

Jika Persamaan (5.91) disubstitusikan ke Persamaan (5.92), maka diperoleh,

$$\tilde{w} = -\left(\frac{i\omega}{\rho_0}\right)\left[C^2 \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} + g\tilde{p}\right] / \left[C^2 (\omega_s^2 - \omega^2)\right], \quad \omega_s^2 = -\left(\frac{1}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz} + \frac{g}{C^2}\right) \quad (5.94)$$

Tugas: Turunkan Persamaan (5.93)

Jadi, variabel yang lain dapat diketahui dalam bentuk $\tilde{p}$. Jika kita gunakan transformasi,

$$\tilde{p} = e^{-\frac{z}{2H}} \tilde{\phi} \quad (5.95)$$

Maka Persamaan (5.94) digabung ke Persamaan (5.91) dan juga gunakan Persamaan (5.89) akan kita peroleh bentuk,

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial x^2} + A \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial z^2} + B\tilde{\phi} = 0 \quad (5.96)$$

di mana

$$A = \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_s^2}, \quad B = \frac{\omega^2 - \omega_\alpha^2}{\omega^2 - \omega_s^2} \left(\frac{\omega^2}{C^2}\right), \quad \omega_\alpha = \frac{\kappa g}{2C} \quad (5.97)$$

Jika ω tinggi/besar, maka kita peroleh aproksimasi $A=1$, $B=\omega^2/C^2$ sehingga Persamaan (5.96) menjadi,

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{C^2} \tilde{\phi} = 0 \quad (5.98)$$

Jika kita lakukan invers transformasi Fourier, maka diperoleh persamaan,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (5.99)$$

Ini dinamakan persamaan gelombang akustik. Jika $\omega > \omega_\alpha > \omega_g$, maka kita akan memperoleh persamaan gelombang sehingga gelombang akustik tetap dipertahankan. Namun, jika $\omega_\alpha > \omega > \omega_g$ maka akan diperoleh persamaan,

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial z^2} - b^2 \tilde{\phi} = 0 \quad (5.100)$$

Dengan invers transformasi Fourier menjadi,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - b^2 \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (5.101)$$

Yang menyatakan suatu persamaan difusi, di mana entitas yang memenuhi persamaan difusi akan meluruh dan menyebar. Dengan kata lain, tidak ada fenomena gelombang. Akan tetapi, untuk $\omega < \omega_g$, maka $A = -a^2$ dan $B = b^2$ sehingga persamaan menjadi,

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial z^2} + b^2 \tilde{\phi} = 0 \quad (5.102)$$

Dengan transformasi Fourier untuk koordinat (x, z) ,

$$\tilde{\phi} \rightarrow \Phi = \frac{1}{2\pi} \iint \tilde{\phi}(x, z) e^{-i(\alpha x + \gamma z)} dx dz \quad (5.103)$$

Maka kita peroleh,

$$\frac{\alpha^2}{B} + \frac{\gamma^2}{(B/A)} = 1 \quad (5.104)$$

yang menyatakan persamaan elips. Persamaan elips ini menyatakan wilayah mana AGW dapat tercipta. Mudah ditentukan kecepatan fase AGW, yaitu

$$V = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}} = C \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_g^2 \sin^2 \theta}{\omega^2 - \omega_\alpha^2}} \quad (5.105)$$

di mana θ adalah sudut antara arah propagasi gelombang (k) dengan sumbu $-z$.

Selanjutnya, kita akan pelajari contoh sederhana efek AGW di atmosfer atas. (Bagian ini ditujukan khusus bagi pencinta matematika). Jika kita memperhitungkan sumber dari AGW, maka kita harus mulai dari persamaan gerak dengan suku sumber atau gaya eksternal yang ditulis sebagai berikut,

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + F_x \quad (5.106)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial y} + F_y \quad (5.107)$$

$$\rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g + F_z \quad (5.108)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{d\rho_0}{dz} + \rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (5.109)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + w \frac{dp_0}{dz} - C^2 \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + w \frac{d\rho_0}{dz} \right) = (\kappa - 1) Q_0 \quad (5.110)$$

Dengan cara yang sama, yaitu gunakan transformasi Persamaan (5.94) maka kita dapatkan persamaan tunggal,

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial y^2} + A \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial z^2} + B \tilde{\phi} = \tilde{P} \quad (5.111)$$

di mana gaya eksternal atau sumber AGW adalah,

$$\begin{aligned}\tilde{P} = & \frac{e^{-\frac{z}{2H}}}{(\omega^2 - \omega_g^2)} \left[\omega^2 \left(\frac{\partial \tilde{F}_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{F}_y}{\partial y} + \frac{\partial \tilde{F}_z}{\partial z} \right) - \frac{\omega^2}{\kappa H} \tilde{F}_z - \omega_g^2 \left(\frac{\partial \tilde{F}_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{F}_y}{\partial y} \right) \right] \\ & - \frac{i\omega(\kappa - 1)e^{-\frac{z}{2H}}}{C^2(\omega^2 - \omega_g^2)} \left[\left(\omega^2 - \frac{\kappa g^2}{C^2} \right) \tilde{Q}_0 + g \frac{\partial \tilde{Q}_0}{\partial z} \right]\end{aligned}\quad (5.112)$$

Pada dasarnya, terdapat solusi umum dari Persamaan (5.111) melalui fungsi Green sebagai berikut,

$$\tilde{\phi}(x, y, z) = \iiint G(x, y, z | x', y', z') \tilde{P}(x', y', z') dx' dy' dz' \quad (5.113)$$

di mana fungsi Green $G(x, y, z, x', y', z')$ memenuhi persamaan,

$$\frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + A \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} + BG = -4\pi\delta(x - x')\delta(y - y')\delta(z - z') \quad (5.114)$$

Dalam buku teks ini, kita akan memberikan satu contoh saja, yaitu *infinite-line harmonic-oscillator*, yaitu menyatakan sumber dalam bentuk,

$$\tilde{P} = P_0 \delta(x) \delta(z) \quad (5.115)$$

Dengan bentuk ini maka Persamaan (5.111) menjadi,

$$\frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial x^2} + A \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial z^2} + B\tilde{\phi} = P_0 \delta(x) \delta(z) \quad (5.116)$$

Persamaan ini dapat diselesaikan dengan memilih fungsi yang ortogonal sehingga integrasi persamaan ini akan membuat suku sebelah kanan menjadi berhingga. Ingat suku sebelah kanan adalah fungsi delta Dirac dengan sifat ada dan tidak ada. Gunakan pasangan transformasi Fourier sebagai berikut,

$$\tilde{\phi} \rightarrow \Phi = \frac{1}{2\pi} \iint \tilde{\phi}(x, z) e^{-i(\alpha x + \gamma z)} dx dz, \quad \Phi \rightarrow \tilde{\phi} = \frac{1}{2\pi} \iint \Phi(\alpha, \gamma) e^{i(\alpha x + \gamma z)} dx dz \quad (5.117)$$

Maka Persamaan (5.116) menghasilkan.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{1}{2\pi} \iint \Phi(\alpha, \gamma) e^{i(\alpha x + \gamma z)} dx dz \right) + A \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{1}{2\pi} \iint \Phi(\alpha, \gamma) e^{i(\alpha x + \gamma z)} dx dz \right) \\ & + \frac{B}{2\pi} \iint \Phi(\alpha, \gamma) e^{i(\alpha x + \gamma z)} dx dz = P_0 \delta(x) \delta(z) \end{aligned} \quad (5.118)$$

Menghasilkan,

$$-\alpha^2 \tilde{\phi} - A\gamma^2 \tilde{\phi} + B\tilde{\phi} = P_0 \delta(x) \delta(y) \quad (5.119)$$

Jika kita terapkan lagi transformasi Fourier, maka diperoleh

$$\begin{aligned} & -\alpha^2 \frac{1}{2\pi} \iint \tilde{\phi}(x, z) e^{-i(\alpha x + \gamma z)} dx dz - A\gamma^2 \frac{1}{2\pi} \iint \Phi(\alpha, \gamma) e^{-i(\alpha x + \gamma z)} dx dz \\ & + B \frac{1}{2\pi} \iint \Phi(\alpha, \gamma) e^{-i(\alpha x + \gamma z)} dx dz = P_0 \iint \delta(x) \delta(z) e^{-i(\alpha x + \gamma z)} dx dz \end{aligned} \quad (5.120)$$

dengan transformasi Fourier, fungsi delta sebagai berikut,

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \delta(x) e^{-i\alpha x} dx = 1 \quad (5.121)$$

Maka diperoleh,

$$(B - \alpha^2 - A\gamma^2) \Phi(\alpha, \gamma) = P_0 \quad (5.122)$$

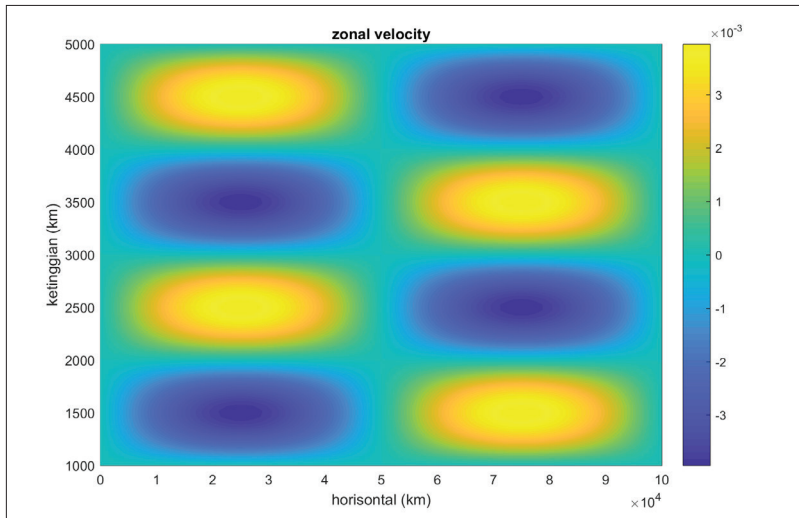
Kembali kita terapkan transformasi Fourier inversi maka diperoleh,

$$\tilde{\phi} = \frac{1}{2\pi} \iint \frac{P_0}{(B - \alpha^2 - A\gamma^2)} e^{i(\alpha x + \gamma z)} dx dz \quad (5.123)$$

Integral fungsi kompleks ini tidak sederhana karena di bawah pembagi memungkinkan menghasilkan nilai nol sehingga integral menjadi tak hingga. Salah satu cara mencari solusinya adalah dengan menggunakan teorema residu untuk integral kompleks. Berdasarkan teorema residu integral di atas menjadi,

$$\tilde{\phi} = iP_0 \frac{\pi^2}{a} H_0^{(2)} \left(b \sqrt{x^2 + \frac{z^2}{a^2}} \right) \quad (5.124)$$

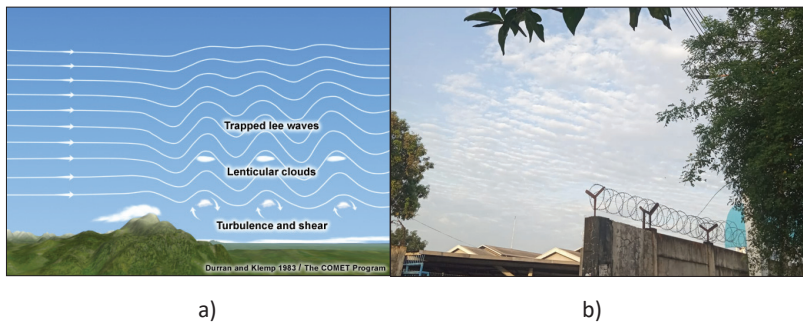
di mana a , b adalah konstanta dan $H_0^{(2)}$ adalah fungsi Henkel order nol macam ke dua.



Gambar 5.22 Kecepatan zonal dari gelombang gravitasi atmosfer linier.

J. Gelombang Gunung

Gelombang gunung atau sering disebut gelombang Lee adalah gelombang yang terjadi ketika udara mengalir di pegunungan, menciptakan serangkaian osilasi di atmosfer. Osilasi ini dapat menyebabkan turbulensi yang signifikan dan dapat memiliki efek penting pada pola cuaca. Turbulen ini terkadang tidak tampak di radar dan terjadi ketika cuaca cerah sehingga disebut *clear air turbulence* (CAT) yang sedikit menjengkelkan jika kita naik pesawat. Ketika udara mengalir di atas pegunungan, ia dipaksa untuk naik ke puncak pegunungan. Saat udara naik, ia mendingin dan mengembun, membentuk awan, dan presipitasi. Namun, udara juga mengalami serangkaian osilasi saat naik dan turun di pegunungan. Osilasi ini dapat menciptakan serangkaian gelombang di atmosfer, dengan area naik dan turun udara yang bergantian. Jadi, ciri gelombang ini dapat kita lihat sebagai awan yang lurus bergantian. Lihat Gambar 5.23.



Ket.: a) Skematik proses terjadinya gelombang gunung, b) awan akibat gelombang gunung di Depok akibat aliran yang melewati Gunung Salak.

Gambar 5.23 Serangkaian Gelombang di Atmosfer

Salah satu efek terpenting dari gelombang gunung adalah terciptanya angin kencang, yang dapat menjadi bahaya signifikan bagi penerbangan. Saat udara naik di atas pegunungan, ia dapat menciptakan “kereta gelombang” (*wave train*) dari area udara naik dan turun yang bergantian. Area udara yang tenggelam ini dapat menghasilkan aliran udara ke bawah yang kuat (*down draft*), sedangkan area udara yang naik dapat menghasilkan aliran udara ke atas yang kuat. Ini

dapat menciptakan turbulensi yang signifikan, yang dapat berbahaya bagi pesawat. Gelombang gunung juga dapat memiliki efek penting pada pola cuaca. Mereka dapat menyebabkan curah hujan lebat yang terlokalisasi di sisi angin pegunungan, sedangkan sisi bawah angin dapat mengalami kondisi cerah dan kering. Osilasi di atmosfer juga dapat berdampak pada pembentukan awan dan pencampuran massa udara, yang dapat memengaruhi pola iklim setempat.

Gelombang gunung dibangkitkan oleh aliran yang menabrak gunung atau sering disebut aliran topografi. Seperti bab sebelumnya, maka formulasi gelombang diperoleh dengan memecahkan persamaan Navier stokes dengan mengomposisi kecepatan zonal, meridional, vertikal, potensial temperatur, densitas, dan tekanan dalam bentuk rata-rata dan fluktuasi (gelombang) $u=\langle u \rangle + u'$, $v=\langle v \rangle + v'$, $w=\langle w \rangle + w'$, $\theta=\theta_0 + \theta'$, $\rho=\rho_0 + \rho'$, $p=p_0 + p'$, maka persamaan Navier Stokes kita tuliskan sebagai berikut,

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial u'}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z} w' - \beta y v' = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (5.131)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial v'}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial z} w' + \beta y u' = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} \quad (5.132)$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial w'}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial w'}{\partial y} - g \frac{\theta'}{\theta_0} + \frac{p'}{\rho_0 H} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} \quad (5.133)$$

dengan memasukkan persamaan kontinuitas dan termodinamika maka diperoleh,

$$\frac{1}{c_p} \left(\frac{\partial p'}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial p'}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial p'}{\partial y} + \rho_0 \beta y (\langle v \rangle u' - \langle u \rangle v') \right) - \frac{\rho_0}{H} w' + p_0 \nabla \cdot \langle \vec{u} \rangle = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} \quad (5.134)$$

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial \theta'}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \theta'}{\partial y} + \rho_0 \beta y (\langle v \rangle u' - \langle u \rangle v') + \frac{N^2 \theta_0}{g} w' = \frac{\langle \theta \rangle}{c_p \langle T \rangle} q' \quad (5.135)$$

Untuk kasus yang sederhana, di mana suku nonlinier kita abaikan dan nilai rata-rata $\langle a \rangle$ kita ganti dengan huruf besar. Misalnya $\langle u \rangle = U$, aliran meridional tidak kita perhatikan, variasi tekanan kecil, kondisi tunak, dan tak ada sumber termal maka kelima persamaan di atas menjadi,

$$U \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} w' = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} \quad (5.136)$$

$$U \frac{\partial w'}{\partial x} - g \frac{\theta'}{\theta_0} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} \quad (5.137)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (5.138)$$

$$U \frac{\partial \theta'}{\partial x} + \frac{N^2 \theta_0}{g} w' = 0 \quad (5.139)$$

Persamaan kontinuitas (5.137) muncul dari suku $p_0 \text{Div} \langle u \rangle$ di Persamaan (5.133). Empat persamaan tersebut dapat saling disubstitusi untuk mendapatkan persamaan tunggal, misalnya dalam w sebagai berikut,

$$\frac{\partial^2 w'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w'}{\partial z^2} + m^2(z) w' = 0, \quad m^2(z) = \frac{N^2}{U^2} - \frac{1}{U} \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \quad (5.140)$$

dinamakan persamaan Scorer atau persamaan Taylor-Goldstein yang merupakan persoalan nilai eigen.

Tugas: turunkan Persamaan (5.140)

Teknik mencari solusi Persamaan (5.140) menggunakan aproksimasi WKB yang umumnya dipelajari di *textbook* mekanika kuantum dasar. Pada dasarnya, dengan persamaan kontinuitas (5.138) maka anda dapat menggunakan fungsi *stream* sehingga gerombolan persamaan di atas dibuang menjadi persamaan skalar dengan bentuk yang lebih *excited*.

Untuk mengetahui aliran dengan efek topografi, kita harus menggunakan syarat batas. Syarat batas ditentukan oleh bentuk topografi $h(x)$. Sebagai contoh, jika topografi berbentuk gunung kembar (seperti Sindoro dan Sumbing) dinyatakan dalam fungsi sinus,

$$h(x) = h_0 \sin(kx) \quad (5.141)$$

di mana h_0 adalah ketinggian gunung dan k adalah 'bilangan gelombang' dari deretan gunung. Langkah selanjutnya adalah memasukkan fungsi topografi ke persamaan untuk aliran atau persamaan gerak. Caranya adalah dengan menggunakan syarat batas. Karena aliran tidak dapat menembus tanah, maka kecepatan akan sekali nol di topografi. Karena topografi bervariasi terhadap sumbu x , maka kecepatan aliran harus memenuhi,

$$\frac{w'}{u} = \frac{w'}{U + u'} = \frac{dh}{dx} \quad \text{pd} \quad z = h(x) \quad (5.142)$$

Syarat batas yang harus dipenuhi adalah aliran pada $z=0$, yaitu

$$w' = U \frac{dh}{dx} \quad \text{pd} \quad z = 0 \quad (5.143)$$

Kondisi ini menyatakan bahwa ketinggian gunung tidak terlalu tinggi dibandingkan dengan amplitudo gelombang. Dikarenakan topografi bergelombang, maka secara natural kita juga akan mendapatkan aliran yang bergelombang sehingga kita boleh mengambil solusi Persamaan (5.40) sebagai berikut,

$$w'(x, z) = W_1(z) \cos(kx) + W_2(z) \sin(kx) \quad (5.144)$$

Substitusi ke Persamaan (5.140) menghasilkan,

$$\begin{aligned} & -k^2 [W_1 \cos(kx) + W_1 \cos(kx)] + \left[\frac{d^2 W_1}{dz^2} \cos(kx) + \frac{d^2 W_2}{dz^2} \sin(kx) \right] \\ & + m^2(z) [W_1 \cos(kx) + W_1 \cos(kx)] = 0, \end{aligned} \quad (5.145)$$

Persamaan ini dapat kita tulis,

$$\frac{d^2 W_1}{dz^2} + (m^2(z) - k^2) W_1 = 0 \quad , \quad \frac{d^2 W_2}{dz^2} + (m^2(z) - k^2) W_2 = 0 \quad (5.146)$$

Jika kita asumsikan $m(z)$ adalah konstanta m_0 , maka persamaan ini mempunyai solusi,

$$W_i = A_i e^{\lambda z} + B_i e^{-\lambda z}, \quad i = 1, 2, \quad \lambda = \sqrt{k^2 - m_0^2} \quad (5.147)$$

Karena pada ketinggian tak hingga angin harus nol, maka $A_i = 0$, sedangkan dari syarat batas Persamaan (5.143) diperoleh,

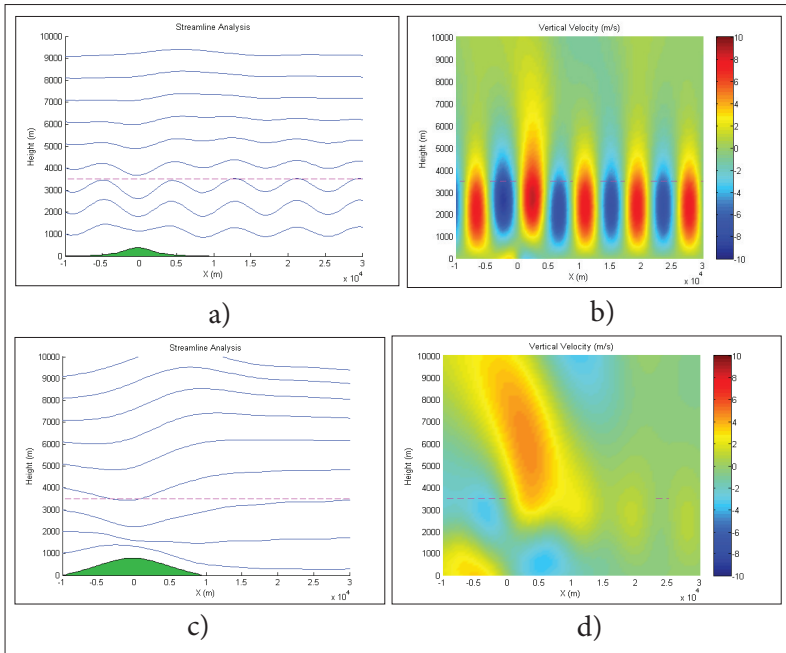
$$B_1 = U h_0 k \quad , \quad B_2 = 0 \quad (5.148)$$

Sehingga solusi untuk aliran menjadi,

$$w'(x, z) = U h_0 k \exp \left[-\sqrt{k^2 - m_0^2} z \right] \cos(kx) \quad (5.149)$$

Gelombang gunung dinyatakan dalam bentuk variasi elevasi yang dinyatakan oleh,

$$w' = U \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \rightarrow \quad \eta(x, z) = h_0 \sin(kx) e^{-\sqrt{k^2 - m_0^2} z} \quad (5.150)$$



Ket.: a) gunung landai, b) bentuk kecepatan vertikal gunung landai, c) gunung tinggi, d) bentuk kecepatan vertikal gunung tinggi.

Gambar 5.24 Gelombang gunung dengan berbagai variasi bentuk topografi gunung,

Variabel lain mudah ditentukan melalui persamaan gerak, yaitu

$$u'(x, z) = U h_0 k \sqrt{k^2 - m_0^2} \exp \left[-\sqrt{k^2 - m_0^2} z \right] \sin(kx) \quad (5.151)$$

$$p'(x, z) = -\rho_0 U^2 h_0 \sqrt{k^2 - m_0^2} \exp \left[-\sqrt{k^2 - m_0^2} z \right] \sin(kx) \quad (5.152)$$

$$\theta'(x, z) = -\left(\frac{\theta_0 N^2}{g} \right) h_0 \exp \left[-\sqrt{k^2 - m_0^2} z \right] \sin(kx) \quad (5.153)$$

Hasil ini dinyatakan dalam Gambar 5.24. Jika suku nonlinier kita perhitungkan, maka akan menghasilkan gelombang khusus yang dinamakan gelombang soliter atau sering disebut soliton. Kita akan mempelajari kelak di Bab VIII.

K. Gelombang Lembah

Salah satu dewa sirkulasi skala meso adalah Richard Rotuno dari NOAA Boulder Colorado dan University Corporation for Atmospheric Research. Banyak dalam buku ini kita mengadopsi karya mereka, termasuk gelombang atau aliran lembah. Angin lembah sering disebut sebagai *nocturnal katabatic*. Ini adalah jenis angin yang terjadi pada malam hari dan disebabkan oleh pendinginan permukaan pegunungan. “Nocturnal” berarti malam hari, sedangkan “katabatik” mengacu pada aliran udara turun karena gravitasi. Pada siang hari, matahari memanaskan permukaan tanah pegunungan, menyebabkan udara hangat naik dan menciptakan arus udara ke atas. Namun, saat matahari terbenam, permukaan mulai mendingin, dan udara hangat yang hadir pada siang hari mulai mendingin dan masuk ke dalam tanah. Ini menciptakan pembalikan suhu, di mana udara di dekat permukaan lebih dingin daripada udara di atasnya. Saat udara yang lebih dingin menjadi lebih padat, ia mengalir ke bawah, di bawah pengaruh gravitasi, dan menciptakan angin katabatik. Jenis angin ini bisa sangat kuat dan dapat dirasakan di lembah atau dekat pegunungan, di mana udara dapat disalurkan dan dipercepat. Angin katabatik nocturnal dapat memiliki efek penting pada pola cuaca lokal dan dapat menyebabkan penurunan suhu yang cepat dan pembentukan kabut atau embun beku di dataran rendah. Ini angin dingin yang mencekam terutama di bulan Desember.

Aliran lembah dipelajari dengan persamaan perairan dangkal dalam aproksimasi Boussinesq. Kata Boussinesq menunjukkan bahwa kita berurusan dengan densitas sehingga akan terkait dengan parameter potensial temperatur. Persamaan tersebut dalam dua dimensi (x, z) adalah,

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + U \frac{\partial u'}{\partial x} + W \frac{\partial u'}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial x} (c_p \theta_0 \Pi'), \quad \Pi = \left(\frac{p}{p_0} \right)^{R/c_p} \quad (5.154)$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + U \frac{\partial w'}{\partial x} + W \frac{\partial w'}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z} (c_p \theta_0 \Pi') + b \quad (5.155)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (5.156)$$

$$\frac{\partial b'}{\partial t} + U \frac{\partial b'}{\partial x} + W \frac{\partial b'}{\partial z} = -N^2 w', \quad b = \frac{g\theta'}{\theta_0} \quad (5.157)$$

Tidak seperti gelombang gunung, kita akan menggunakan fungsi *stream* yang didefinisikan $(u', w') = (\partial\psi/\partial z, -\partial\psi/\partial x)$. Jika kecepatan angin vertikal tak dominan, maka suku dengan perkalian W diabaikan sehingga menjadi,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + U \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} (c_p \theta_0 \Pi') \quad (5.158)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + U \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial z} (c_p \theta_0 \Pi') - b \quad (5.159)$$

$$\frac{\partial b'}{\partial t} + U \frac{\partial b'}{\partial x} = N^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right) \quad (5.160)$$

Jika Persamaan (5.158) dan (5.159) dijumlahkan maka kita dapat memperoleh b' , kemudian kita substitusikan ke Persamaan (5.160) sehingga diperoleh,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + N^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0 \quad (5.161)$$

Untuk kondisi yang paling sederhana, yaitu N^2 adalah konstanta dan D adalah kedalaman lembah maka kita dapat mengambil solusi dalam bentuk,

$$\psi(x, z, t) = e^{ik(x-ct)} \sin(mz) \quad , \quad c = U \pm \frac{N}{\sqrt{k^2 + m^2}} \quad (5.162)$$

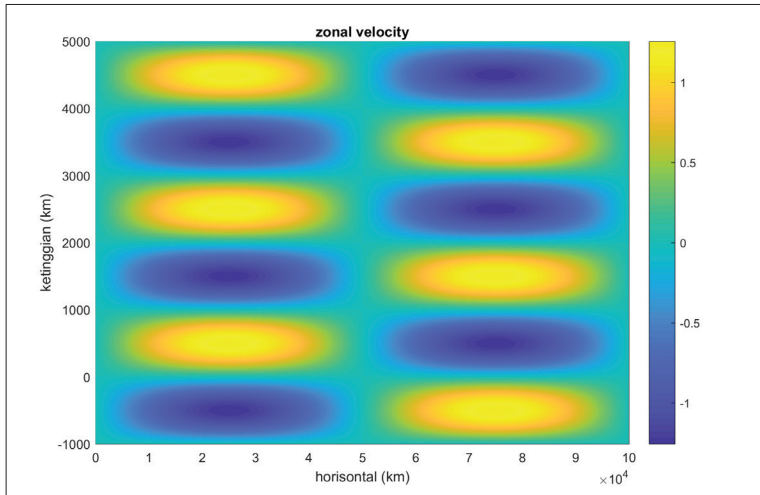
di mana ini adalah sebuah fungsi eigen dengan nilai eigen (m) diberikan oleh relasi,

$$m = -k \tan(mD) \quad (5.163)$$

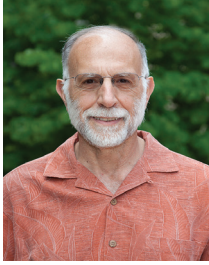
Kecepatan grup gelombang diberikan oleh,

$$c_g = U \pm \frac{Nm^2}{(k^2 + m^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (5.164)$$

Plot solusi Persamaan (5.162) dinyatakan dalam Gambar 5.25,



Gambar 5.25 Solusi kecepatan zonal untuk gelombang lembah.



Richard Rotunno adalah Ilmuwan Senior di Mesoscale and Microscale Meteorology Laboratory di National Center for Atmospheric Research di Boulder, Colorado. Ia menerima gelar Ph.D. pada tahun 1976 dalam Geophysical Fluid Dynamics dari Princeton University. Penelitian Rich telah berkisar pada berbagai topik dalam meteorologi dinamis skala meso termasuk tornado, badai petir berputar, garis badai, angin topan, kutub rendah, siklon lintang tengah, front, lembah gunung dan sirkulasi angin laut dan gangguan yang terperangkap di pesisir selain berbagai masalah terkait seperti stabilitas pusaran, konveksi dan prediktabilitas atmosfer. Melalui kombinasi teori dan pemodelan numerik, karyanya diarahkan pada pemahaman yang dibutuhkan untuk membuat kemajuan dalam peramalan fenomena cuaca skala meso. Kegiatan ilmiah baru-baru ini berfokus pada siklon tropis, presipitasi orografis, dan prediktabilitas atmosfer.

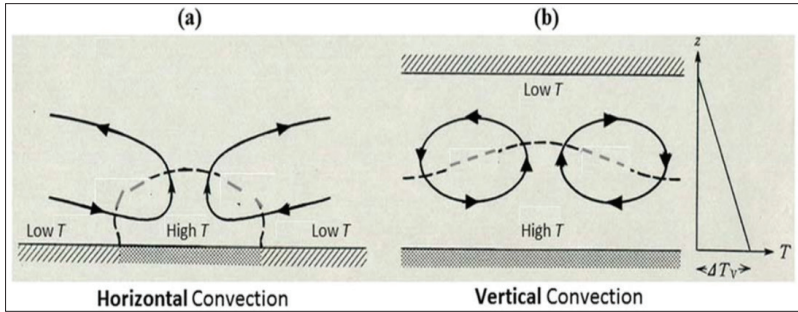
Bab VI

Konveksi: Mengapa Prediksi Curah Hujan di Tropis Sulit?

Jika M adalah keadaan ruang untuk peta f maka f menunjukkan ketergantungan terhadap kondisi awal jika untuk setiap x dalam M dan setiap $\delta > 0$, terdapat y dalam M , dengan $0 < d(x,y) < \delta$ dengan sedemikian sehingga $d(f^t(x), f^t(y)) > 0 e^{\alpha t} d(x,y)$.

Lorenz' theoreme.

Suasana tropis sangat panas di bagian bawah (lebih tepatnya pada siang hari; meskipun insolasi siang hari lebih besar daripada pendinginan inframerah siang dan malam, panas berlebih jauh lebih lemah daripada siang hari dan hampir nol seperti yang ditunjukkan pada Gambar 6.3(a). Kondisi ini dapat dibayangkan seperti air dipanaskan di bagian bawah, dengan adanya gravitasi mungkin memiliki apa yang disebut ketidakstabilan konvektif, dan hasilnya pada umumnya konveksi skala kecil yang skala horizontal mirip dengan skala vertikal dalam orde 10 km (Bab 6.2). Selain itu, atmosfer tropis menjadi agak stabil tanpa pemanasan laten dengan proses kelembapan. Ini melibatkan paradoks bahwa konveksi itu dihasilkan oleh awan, sedangkan awan dihasilkan oleh konveksi. Oleh karena itu, pertama-tama kita akan mempertimbangkan konveksi horizontal (*sea-breeze circulation*) antara laut dan darat (Bagian 6.1) (lihat Gambar 6.1(a)), dan kemudian konveksi kumululus (Bagian 6.2) (Gambar 6.1(b)) dan strukturnya yang tersusun sendiri (*self-organized*) sebagai siklon tropis (Bagian 6.3) dan variasi intramusiman (ISV) (Bagian 6.4).



Gambar 6.1 Skema dari perbandingan antara a) gaya horizontal, dan b) konveksi vertikal tak stabil (modifikasi dari Ogura 1997).

Dalam bab ini, persamaan penggerak dinamika curah hujan di Benua Maritim Indonesia pada dasarnya sama dengan bab yang sebelumnya, yaitu tiga komponen persamaan momentum, persamaan kontinuitas, persamaan dispersi termal, dan persamaan termodinamika. Dengan $u=U+u'$, $v=V+v'$, $w=W+w'$, begitu juga variabel lainnya maka persamaan pembangun adalah,

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + U \frac{\partial u'}{\partial x} + u' \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} + v' \frac{\partial u'}{\partial y} - \beta y v' + w' \frac{\partial u'}{\partial z} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial \phi'}{\partial x} = \kappa \nabla^2 u' \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + U \frac{\partial v'}{\partial x} + u' \frac{\partial v'}{\partial x} + v' \frac{\partial v'}{\partial y} + \beta y u' + w' \frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial \phi'}{\partial y} = \kappa \nabla^2 v' \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + U \frac{\partial w'}{\partial x} + u' \frac{\partial w'}{\partial x} + v' \frac{\partial w'}{\partial y} + w' \frac{\partial w'}{\partial z} + \frac{\partial \phi'}{\partial y} = \frac{R}{H} T' + \kappa \nabla^2 w' \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + U \frac{\partial T'}{\partial x} + u' \frac{\partial T'}{\partial x} + v' \frac{\partial T'}{\partial y} + w' \left[\Gamma + \frac{d\bar{T}}{dz} + \frac{\partial T'}{\partial z} \right] = \frac{L}{C_p} s + \kappa \nabla^2 T' \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (\rho_0 w')}{\partial z} = 0 \quad (6.5)$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} + U \frac{\partial r}{\partial x} + u' \frac{\partial r}{\partial x} + v' \frac{\partial r}{\partial y} + w' \frac{\partial r}{\partial z} = \kappa \nabla^2 r - s \quad (6.6)$$

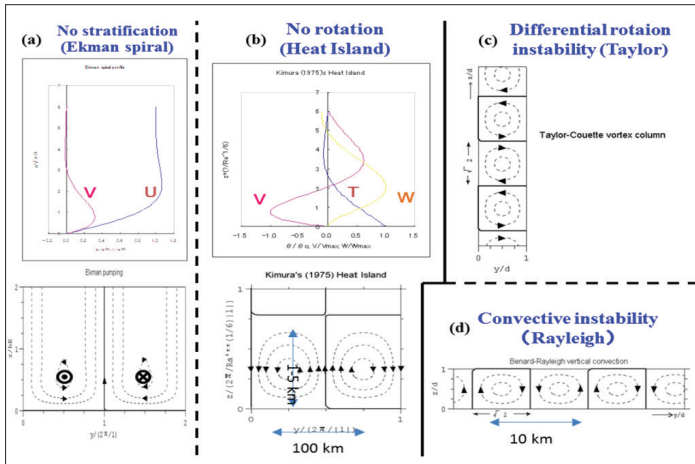
di mana r adalah kelembapan dan T adalah temperatur. Dalam pembahasan sebelumnya, kita lebih memilih menggunakan potensial temperatur daripada temperatur. Pemilihan ini tidaklah kaku. Dengan definisi meridional vortisitas sebagai berikut,

$$\eta' = \frac{\partial u'}{\partial z} - \frac{\partial w'}{\partial x} \quad (6.7)$$

Maka jika kita lakukan operasi diferensial Persamaan (6.1) terhadap z dan Persamaan (6.3) terhadap x kemudian kita kurangkan, maka kita peroleh persamaan vortisitas sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \eta'}{\partial t} + U \frac{\partial \eta'}{\partial x} + u' \frac{\partial \eta'}{\partial x} + v' \frac{\partial \eta'}{\partial y} + w' \left(\frac{d^2 U}{dz^2} \right) = & - \frac{R}{H} \frac{\partial T'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \left[\frac{dU}{dz} + \eta' \right] \\ & - \left[\frac{\partial v'}{\partial z} \left(\frac{\partial u'}{\partial y} - \beta y \right) - \frac{\partial v'}{\partial x} \frac{\partial w'}{\partial y} \right] + \kappa \nabla^2 \eta' \end{aligned} \quad (6.8)$$

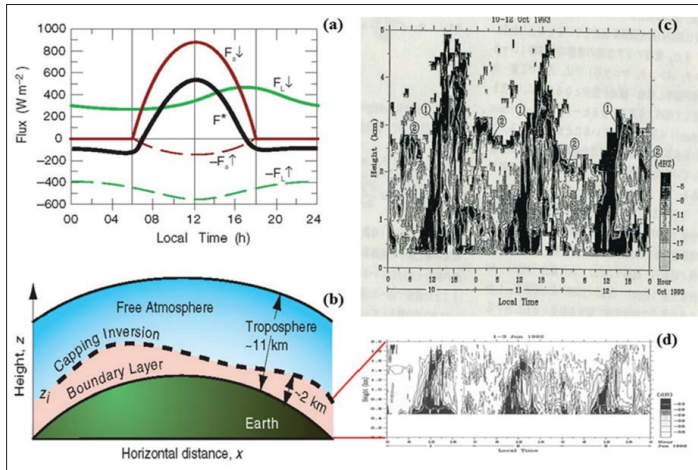
Terlihat bahwa ruas kiri adalah variasi temporal rotasi (searah jarum jam menuju sumbu rotasi (arah y), seperti yang diamati dari arah $-y$, parsel udara pada bidang xz , dan ruas kanan adalah penyebabnya: suku pertamanya adalah torsi apung karena gradien suhu dalam arah x (tegak lurus terhadap sumbu rotasi), suku kedua adalah kekekalan momentum sudut (jari-jari rotasi berkurang) dengan kekonvergenan pada bidang (x, z) (karena gradien kecepatan sepanjang sumbu rotasi), istilah ketiga adalah ‘miring’ (perubahan arah sumbu rotasi) dari rotasi mengelilingi arah lain (z dan x) (dua suku ini tidak muncul jika rotasinya dua dimensi, yaitu homogen sepanjang sumbu rotasi), dan suku terakhir adalah disipasi akibat viskositas fluida. Solusi utama dari Persamaan (6.8) ditampilkan pada Gambar 6.2.



Ket.: (a) spiral Ekman tanpa stratifikasi; (b) pulau panas (angin laut atau angin darat terus-menerus) tanpa rotasi; (c) ketidakstabilan rotasi diferensial Taylor; dan (d) ketidakstabilan konvektif Rayleigh.

Gambar 6.2 Solusi utama dari persamaan yang mengatur konveksi

Variasi temporal dari integrasi gerak sepanjang lintasan tertutup di bidang (khususnya, seperti dalam Bagian 6.1, horizontal) konveksi menjadi integrasi dari $D\eta/Dt$ di atas area yang dikelilingi oleh lintasan (misalnya, contoh dalam Bagian 4.1 dari Holton, 1992). Ini disebut teorema sirkulasi, sesuai dengan integrasi dari persamaan vortisitas (6.9). Pembahasan tentang integral lintasan merupakan bagian dari analisis vektor yang dapat anda lihat di apendik bagian analisis vektor.



Ket.: (a) *budget radiasi* (fluks bersih (*)) diberikan oleh jumlah fluks lingkungan naik- (↑) / turun- (↓) pendek- (S; dari Matahari) dan panjang gelombang (L; dari tanah)) dan (b) struktur lapisan batas atmosfer (Stull, 2006, tidak dibatasi untuk daerah tropis), dan observasi *wind profiler echo* (intensitas turbulensi dan/ atau stabilitas stratifikasi) selama tiga hari di (c) daerah tropis (dekat Jakarta, Indonesia; Hashiguchi et al., 1995a) dan (d) daerah ekstratropis (dekat Kyoto, Jepang; Hashiguchi et al., 1995c).

Gambar 6.3 Tampilan skematis

A. Sirkulasi Angin Darat-Laut (Konveksi Horizontal)

Ada banyak fenomena terkait konveksi di BMI sebagai konsekuensi intensitas pemanasan yang tinggi serta topografi darat dan laut. Konveksi muncul menjadi suatu sirkulasi, baik secara horizontal dan vertikal. Dalam subbab ini, kita membahas sirkulasi dominan horizontal, yaitu *heat island* (pulau panas), sirkulasi angin laut-darat, dan sirkulasi dominan harian.

1. Sirkulasi Pulau Panas

Sebagai pemanasan, kita bahas kasus yang paling sederhana, yaitu konveksi horizontal (Gambar 6.1 (a)). Konveksi horizontal merupakan konveksi yang disebabkan oleh gradien temperatur di atmosfer

dekat permukaan di bawah kondisi stratifikasi stabil sebagaimana dicirikan oleh frekuensi Brunt-Vaissaka yang positif. Untuk kondisi yang sederhana kita asumsikan dua dimensi ($v=\partial/\partial y=0$), tidak ada angin rata-rata zonal ($U=0$), tidak memperhitungkan kelembapan ($r=0$) dan kita gunakan aproksimasi Bousinesq. Dengan menggunakan fungsi *stream* dan veotisitas maka Persamaan (6.8) dan persamaan difusi termal (6.4) menjadi,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \kappa \nabla_v^2 \right) \nabla_v^2 \psi' = \frac{\partial(\psi', \nabla_v^2 \psi')}{\partial(x, z)} - \frac{R}{H} \frac{\partial T'}{\partial x'} \quad (6.9)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \kappa \nabla_v^2 \right) \nabla_v^2 T' = \frac{\partial(\psi', T')}{\partial(x, z)} + \frac{H}{R} N^2 \frac{\partial \psi'}{\partial x'} \quad (6.10)$$

di mana

$$\nabla_v^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad \frac{\partial(f, g)}{\partial(x, z)} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial z} - \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial g}{\partial x} \quad (6.11)$$

Kedua persamaan ini secara matematis merupakan persamaan tertutup, yaitu terdapat dua persamaan untuk dua variabel dependen (bergantung). Untuk konveksi horizontal yang dimaksud di sini adalah hadirnya gradien suhu horizontal dari suku kedua di sisi kanan (Persamaan 6.9) selalu diberikan oleh kondisi batas bawah. Jadi, jika gradien suhunya sangat lemah, konveksi yang dihasilkan juga sangat lemah, dan jika tidak ada gradien yang diberikan, tidak ada konveksi yang dihasilkan. Di sisi lain, untuk konveksi vertikal (tidak stabil atau Bénard-Rayleigh) yang disebutkan dalam subbagian berikutnya, konveksi horizontal gradien suhu dihasilkan secara otomatis sebagai akibat dari terjadinya konveksi, tetapi yang diberikan (tidak stabil) gradien suhu vertikal HN^2/R (<0 , N imajiner) harus cukup besar untuk melebihi viskositas (dan konduksi panas (K)).

Beberapa konveksi horizontal mengikuti hampir sepenuhnya skala temporal dan spasial, sementara yang lain dibatasi secara

spasial di dalam lapisan batas (lebih sempit dari seluruh skala gaya), mengalami peluruhan secara temporal, dan difilter dalam bilangan gelombang dan frekuensi. Contoh sebelumnya ditemukan di sekitar *megacity*, seperti Jakarta, Bangkok, dan Manila (disebut ‘pulau panas’) karena adanya tanah beraspal, banyak bangunan beton tinggi, knalpot kendaraan, AC, industri, dan lain sebagainya, yang membuat wilayah tersebut menjadi lebih hangat daripada daerah pedesaan di sekitarnya, sehingga menyebabkan terjadinya gradien suhu secara horizontal yang akhirnya menyebabkan konveksi. Untuk kategori terakhir, ditemukan di sepanjang garis pantai antara permukaan laut dan daratan yang luas (seperti dibahas pada subbab berikutnya). Sirkulasi meridional dan monsun (Bagian 4.3–5) dengan keseimbangan sirkulasi paksa (Persamaan 4.20) mirip dengan kategori pertama (konveksi horizontal) dibandingkan kategori kedua.

Untuk mendapatkan solusi eksplisit, maka digunakan pendekatan, yaitu kondisi tunak, nonlinier lemah sehingga dapat diabaikan, serta viskositas dan difusivitas yang hanya dominan dalam arah vertikal, maka persamaan untuk difusi termal menjadi,

$$\frac{\partial^6 T'}{\partial z^6} + R_a k^4 \frac{\partial^2 T'}{\partial x^2} = 0, \quad R_a = \frac{N^2}{k^4 \kappa K} \quad (6.12)$$

dengan R_a adalah skala sirkulasi vertikal dan k adalah bilangan gelombang, maka persamaan di atas mempunyai syarat batas,

$$T' = \Delta T \cos(kx), \quad u' = w' = 0, \quad \frac{\partial^2 T'}{\partial z^2} = \frac{\partial^3 T'}{\partial z^3} = 0 \quad \text{pada} \quad z = 0 \quad (6.13)$$

$$T', u', w' \rightarrow 0, \quad \frac{\partial^2 T'}{\partial z^2} = \frac{\partial^3 T'}{\partial z^3} \rightarrow 0 \quad \text{pada} \quad z \rightarrow \infty \quad (6.14)$$

Dengan *ansatz* solusi dalam bentuk,

$$T'(x, z) = \tilde{T}(z) \cos(kx) \quad (6.15)$$

Maka diperoleh,

$$\tilde{T}(z) = \frac{1}{2} e^{-R_a^{1/6} kz} + \frac{1}{\sqrt{3}} e^{-\frac{1}{2} R_a^{1/6} kz} \cos \left[\frac{\sqrt{3}}{2} R_a^{1/6} kz - \frac{\pi}{6} \right] \quad (6.16)$$

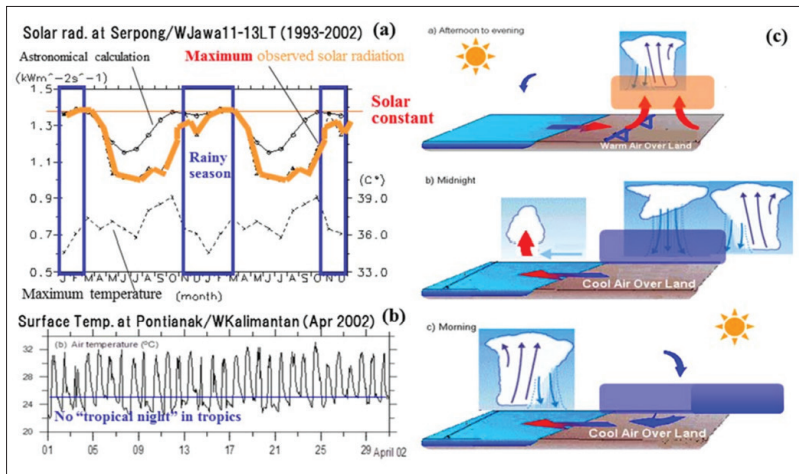
Solusi ini diperoleh Kimura (1975). Solusi untuk T' , u' , dan w dinyatakan dalam Gambar 6.2(b). Skala vertikal sirkulasi lokal adalah ($R_a^{-1/6}$) kali skala horizontal. Sebagai contoh, untuk $k \sim 2\pi/60 \text{ km} \sim 10^{-4} \text{ m}^{-1}$, $N \sim 2\pi/10 \text{ min}$ (berkaitan dengan $d\theta/dz \sim 3 \text{ K/km}$) dan $K \sim \kappa \sim 10 \text{ m}^2/\text{s}$, kita peroleh $Ra \sim 10^{10}$, yang menyatakan rasio skala horizontal/vertikal sebesar 50 kali. Karena ketinggian *boundary layer* di wilayah tropis lebih tinggi dari lintang tinggi (2-5 km), maka skala horizontal dari sirkulasi ini sekitar 100-300 km. Artinya, pada skala panjang itulah sirkulasi pulau panas dapat terjadi, seperti pada wilayah yang membentang dari Monas hingga sekitar Pelabutan Ratu di dekat kaki Gunung Salak bagian selatan.

2. Sirkulasi Angin Darat-Angin Laut

Seperti yang telah disebutkan pada monsun siklus tahunan (Bagian 4.4), terdapat perbedaan antara laut dan darat di seluruh garis pantai lautan (dan danau besar seperti Victoria di Afrika Tengah) di permukaan pemanasan insolasi dan pendinginan inframerah, di mana respons atmosfer melalui siklus diurnal (yang jauh lebih kuat di tropis) adalah sirkulasi angin laut-darat. Barangkali studi rinci pertama tentang sirkulasi di daerah tropis ini dilakukan di Batavia (Jakarta) oleh van Bemmelen (1922). Pemanasan Matahari di J atau Q melalui proses kompleks dari efek payung, permukaan tanah/laut, dan lapisan batas atmosfer (misalnya, Hartmann, 1994; Stull, 1988), tetapi variabilitasnya terutama tergantung pada nilainya dihitung dengan rumus astronomi (lihat Gambar 6.4(a)–(b)):

$$I_s = \begin{cases} I_{s0} \left(\frac{d}{d_0} \right)^2 (\sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cosh), & \text{siang } (-h_0 \leq h \leq h_0) \\ 0 & \text{malam} \end{cases} \quad (6.17)$$

di mana sudut deklinasi matahari δ dan kuadrat jarak Bumi-Matahari $(d/d)^2$ terkait siklus musiman melalui integrasi secara diurnal seperti ditunjukkan dalam subbab 4.1. Pada siang hari, suhu lintas pantai dan gradien tekanan (lebih panas dan lebih rendah di darat) menyebabkan angin laut, dan konvergensinya dengan transportasi uap air menghasilkan awan konvektif yang kuat pada jarak sekitar 100 km ke daratan di daerah tropis. Angin laut lebih rendah dari 2–5 km di darat pada daerah tropis (Hashiguchi et al., 1995a, b, c; lebih tebal dari ekstras tropis dan laut. Sementara di atmosfer lautan yang dibahas dalam Bagian 5.2 dan 5.3) dan arus “kembali” atas membangun sirkulasi, serta arus geser vertikal dapat menyebabkan ketidakstabilan Kelvin-Helmholtz (Hadi et al., 2000). Dengan gaya gerak pasang surut, struktur fase global juga dihasilkan, mirip dengan ‘monsun astronomi’ dalam kasus pemaksaan siklus tahunan. Perkembangan batas yang jelas (disebut front angin laut di daerah ekstras tropis) antara udara laut yang lebih dingin dan udara kontinental yang lebih hangat serta pergerakannya dari laut ke pedalaman tidak selalu muncul di daerah tropis. Gugusan awan konvektif individu jauh lebih jelas (lihat Bagian 6.2).



Ket.: (a) Mengulangi dua siklus insolasi maksimum bulanan (dalam kondisi bersih tepat sebelum tengah hari) di Serpong, Jawa Barat pada tahun 1993–2002, menunjukkan maksimum tahunan yang diidentifikasi dengan musim hujan (Araki et al., 2007). (b) Setiap pukul 13.00, suhu di Pontianak, Kalimantan Barat pada bulan April 2002, menunjukkan setiap hari minimum lebih rendah dari 25 °C (Wu et al., 2008a). (c) Model skematis untuk 'sprinkler-like' yang mendinginkan atmosfer tanah dan permukaan selama tengah malam dan pagi (Wu et al., 2009b).

Gambar 6.4 Mekanisme siklus harian.

Pada malam hari, daratan mendingin lebih cepat daripada lautan dan angin darat berkembang. Faktor utama pendinginan malam hari adalah karena pancaran radiasi inframerah dari daratan, tetapi juga karena 'efek penyiram' terkait dengan curah hujan yang kuat dari awan konvektif yang berkembang pada sore hari dan dominan pada musim hujan di daerah tropis (Wu et al, 2008a; Yamanaka, 2016) (Gambar 6.4(c)). Di pagi dan sore hari, arah angin permukaan mengalami pembalikan antara darat dan lepas pantai dengan waktu dan fitur yang bervariasi tergantung pada angin rata-rata (rata-rata selama 24 jam), garis lintang, dan geografi pesisir. Di daerah ekstratropis, sebagai karakteristik seperti gelombang inersia-gravitasi (akan disebutkan nanti), gaya Coriolis menginduksi komponen angin sepanjang pantai dan memutar arah angin searah jarum jam/berlawanan arah jarum

jam di belahan bumi utara/selatan. Selanjutnya, perbedaan insolasi siang hari dan pendinginan malam hari muncul di topografi miring antara gunung dan lembah (relatif kuat dan lemah, masing-masing), mendorong sirkulasi angin lembah dan gunung. Di daerah tropis, seperti yang akan terjadi disebutkan kemudian pada subbab berikutnya, banyak daerah yang memiliki garis pantai di dekat pegunungan, baik laut maupun darat, angin lembah-gunung bersifat aditif yang menjadi alasan mengapa siklus diurnal dominan di sana. Singkatnya, di Indonesia banyak pantai dan gunung yang menyebabkan siklus harian dominan.

Secara teoretis, kita berurusan dengan sirkulasi lokal terpaksa (*forced*) dengan pemanasan di darat yang bersifat periodik ($x>0$) dan menambahkan suku pemanasan $(R/H)Q$ di sisi sebelah kanan persamaan termodinamika atau dispersi termal. Seperti sebelumnya, dengan asumsi abaikan meridional, angin rata-rata zonal konstan dan kelembapan tak diperhitungkan serta aproksimasi Boussineq ($\kappa=K$) maka persamaan pembangun menjadi,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} - \kappa \nabla_v^2 \right) \nabla_v^2 \psi' = \beta y \frac{\partial v'}{\partial z} - \frac{R}{H} \frac{\partial T'}{\partial x'} \quad (6.18)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} - \kappa \nabla_v^2 \right) v' = -\beta y \frac{\partial \psi'}{\partial z'} \quad (6.19)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} - \kappa \nabla_v^2 \right) T' = \frac{H}{R} N^2 \frac{\partial \psi'}{\partial x'} + \frac{H}{R} \dot{Q} \quad (6.20)$$

Catatan bahwa jika aliran v' sepanjang garis pantai memenuhi relasi keseimbangan angin termal dengan gradien temperatur $\partial T'/\partial x$ memotong garis pantai, maka solusi Persamaan (6.18) secara trivial akan diberikan oleh $\psi=0$ yang menyatakan tidak ada sirkulasi.

Turunkan Persamaan (6.19) terhadap z dan Persamaan (6.20) terhadap x , kemudian substitusikan ke Persamaan (6.18) maka kita peroleh persamaan tunggal dalam fungsi *stream* sebagai berikut,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} - \kappa \nabla_v^2 \right)^2 \nabla_v^2 \psi' + N^2 \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} + \beta y \frac{\partial^2 \psi'}{\partial z^2} = - \frac{\partial \dot{Q}}{\partial x} \quad (6.21)$$

Tugas: Turunkan Persamaan (6.21)

Di sini, skala spasial lebih kecil dari situasi di Persamaan (5.8) dan semua faktor atau koefisien diasumsikan konstan. Kembali dengan sifat periodisitas, maka kita ambil solusi dalam bentuk,

$$(\psi', Q') = (\tilde{\psi}, \tilde{Q}) \exp \left[i(kx + mz - \omega t) \right] \quad (6.22)$$

Substitusikan ke Persamaan (6.21) dan gunakan Persamaan (5.11), maka diperoleh relasi dispersi,

$$\left[\left\{ (\varpi + iK(k^2 + m^2))^2 - N^2 \right\} k^2 + \left\{ (\varpi + iK(k^2 + m^2))^2 - f^2 \right\} m^2 \right] \tilde{\psi} = -ik\tilde{Q} \quad (6.23)$$

di mana $f = \beta y$. Jika K cukup besar dan N , f , dan Q tidak terlalu besar, maka kita dapat asumsikan bagian imajiner dari frekuensi ω diberikan oleh,

$$\omega_i = -K(k^2 + m^2), \quad \text{yaitu} \quad \psi' \propto e^{-i\omega t} \propto e^{\omega_i t} = e^{-K(k^2 + m^2)t} \quad (6.24)$$

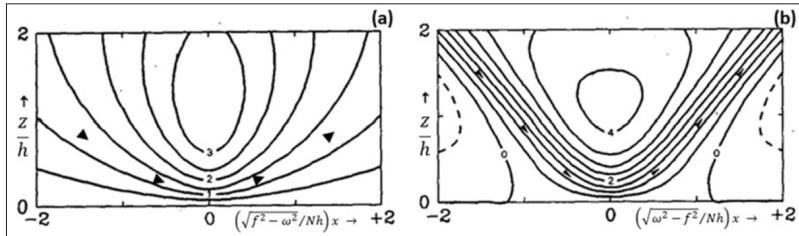
di mana hal ini terkait dengan efek redaman (*damping*) dari viskositas atau difusi. Jika K dan f keduanya cukup besar maka kondisinya akan tunak (*steady*) dan horizontal seragam ($\omega = k = 0$) maka kita asumsikan bilangan gelombang arah vertikal kompleks $m = m_r + im_i$, maka persamaan dispersi menjadi,

$$K^2 m^4 + f^2 \approx 0 \quad \rightarrow \quad m_r^2 = m_i^2, \quad 2m_r m_i = \frac{f}{K}, \quad m \approx (i-1) \sqrt{\frac{f}{2K}} \quad (6.25)$$

yang memberikan kondisi $(u', v')=0$ pada $z=0$ dan $(v', v') \rightarrow (\infty, 0)$ pada $z \rightarrow \infty$ yang dinamakan hodograph spiral Ekman.

$$(u' - u_\infty, v') \approx u_\infty e^{\frac{z}{\delta_E}} \left(-\cos\left(\frac{z}{\delta_E}\right), \sin\left(\frac{z}{\delta_E}\right) \right), \quad \delta_E = \sqrt{\frac{2K}{f}} \quad (6.26)$$

Hasil ini tidak termasuk kondisi termal sehingga pemanasan diabatik (Q) diabaikan, tetapi δ_E adalah aproksimasi yang baik untuk lapisan *boundary layer* atas di daerah ekstras tropis ($\delta_E \sim 1.4$ km untuk $K \sim 10 \text{ m}^2/\text{s}$ dan $f \sim 10^{-4} \text{ s}^{-1}$). Kondisi ini sulit diaplikasikan di wilayah tropis karena f menjadi tak terhingga sehingga Q menjadi penting akibat pemanasan dan kelembapan yang kuat.



Sumber: Rotuno, 1983

Ket.: (h skala vertikal, $\omega=2\pi/\text{hari}$) adalah solusi Persamaan (6.21) di bidang zonal-vertikal tegak lurus garis pantai ($x>0$, $z=0$ daratan dan $x<0$, $z=0$ permukaan laut) dengan *no mean flow* untuk a) daerah ekstras tropis (sore hari) dan b) daerah tropis saat Matahari terbit.

Gambar 6.5 Streamline $\psi/(h^2\omega)$

Jika K kecil, maka relasi dispersi Persamaan (6.23) menjadi,

$$\left[\{\omega^2 - N^2\} k^2 + \{\omega^2 - f^2\} m^2 \right] \tilde{\psi} = -ik\tilde{Q} \quad (6.27)$$

Dari persamaan ini, menunjukkan bahwa jika Q diabaikan maka solusi gelombang bebas harus memenuhi relasi dispersi sisi sebelah kiri nol ($(\omega^2 - N^2)k^2 + (\omega^2 - f^2)m^2 = 0$), di mana hal ini pada dasarnya adalah relasi dispersi gelombang inersia-gravitasi. Inilah mengapa angin akan berbelok searah/berlawanan jarum jam di belahan Bumi utara/selatan. Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya mengenai sirkulasi Hadley,

bahwa konveksi horizontal mungkin dibangkitkan oleh superimposisi (penjumlahan tumpang tindih) gelombang internal yang bergerak ke atas dan ke bawah yang mana secara total akan memenuhi kondisi batas dasar, yaitu kecepatan vertikal nol di permukaan tanah. Akibat hadirnya sumber panas (Q), maka semua gangguan/gelombang menjalar ke atas dan mode lain akan meluruh secara vertikal (Rotunno, 1983). Untuk sirkulasi angin laut dan angin darat, maka pemanasan (Q) asalnya dari insolasi dengan siklus diurnal dan dominan di tropis.

Seperti telah diketahui, selain adanya shear antara angin laut permukaan dan arus balik tersebut sebelumnya, bahwa front angin laut ada sebagai front dari wilayah angin laut, di mana awan konvektif terkait dengan hujan, Guntur, dan *gusts* (hembusan angin menjelang badai). Di pantai dekat pegunungan terjal, angin sepoi-sepoi (atau angin pegunungan) dengan fitur serupa juga diamati, yang biasanya muncul selama hujan deras di IMC (misalnya, Wu et al., 2007). Skala horizontal λ_d dari sirkulasi angin laut-darat dan migrasi struktur frontal tersebut dapat diberikan secara esensial oleh hubungan dispersi gelombang gravitasi internal (misalnya, Rotunno, 1983; Niino, 1987) dari Persamaan (6.26) atau (5.16), yaitu

$$\lambda_d \approx \frac{2\pi}{k} = \sqrt{\frac{N^2 - \omega^2}{\omega^2 - f^2}} \frac{2\pi}{m} \approx \frac{N}{\omega} h_d \approx \frac{\sqrt{gH}}{\tau} \quad (6.28)$$

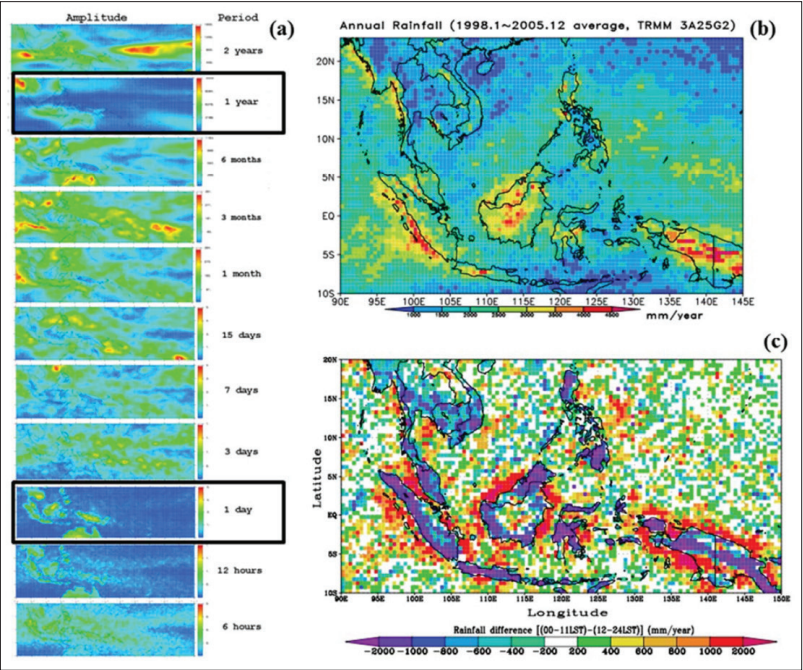
di mana h_d adalah ketinggian dari sirkulasi *sea-breeze* dan $\tau=2\pi/\text{hari}$. Observasi di lapangan menunjukkan $\sqrt{gH}=5\text{-}10 \text{ km/jam} \sim 1\text{-}3 \text{ m/s}$ (lebih lambat satu order dari gelombang ekuatorial skala besar), $h_d \sim 2\text{-}5 \text{ km}$ sehingga $\lambda_d \sim 100\text{-}300 \text{ km}$.

Kasus *intermediate* (menengah) yang lebih realistis mencakup kedua aspek yang disebutkan di atas (misalnya, Niino, 1987). Jika gaya penggerak secara vertikal tidak seperti gelombang Persamaan (6.23), tetapi terbatas di bagian bawah seperti kasus pulau panas stabil yang disebutkan sebelumnya pada subbagian (1), perpanjangan vertikal dikontrol juga dengan viskositas/difusivitas sebanding dengan $K1/3$. Struktur gulung (*roll*) atau awan berpita akibat hadirnya konvektif

dan ketidakstabilan geser yang dihasilkan secara lokal di sekitar front angin laut juga dipelajari secara teoretis (Asai, 1970, 1972; sebagian disebutkan di bagian akhir Bagian 6.2(i)). Studi numerik nonlinier realistis pada sirkulasi angin laut-darat dipelopori oleh ahli meteorologi Filipina, Estoque (1962), yang menganggap Teluk Manila sekitar 15°N dengan gaya Coriolis dan angin *background*. Sun dan Orlanski (1981a, b) menunjukkan solusi numerik analitik linier dan nonlinier untuk sirkulasi angin laut-darat yang mirip gelombang gravitasi dan bergantung pada gaya Coriolis. Beberapa studi tanpa gaya Coriolis (misalnya, Fovell, 2005) dapat diterapkan juga untuk daerah tropis khatulistiwa, yang akan disebutkan secara singkat lagi di bagian selanjutnya. Model beresolusi tinggi terbaru yang menyimulasikan angin laut-darat khatulistiwa menunjukkan berbagai perbedaan dari ekstras tropis (Saito et al., 2001; Wu et al., 2003; Sasaki et al., 2004; Arakawa dan Kitoh, 2005; Hara et al., 2009; Sato et al., 2009) (lihat Gambar 6.4(c) dan 6.6–6.9). Lebih detail dan aspek lainnya, sirkulasi angin laut-darat siklus diurnal (dan lembah-gunung) disebutkan dalam beberapa buku teks meteorologi skala meso dan buku teks meteorologi lapisan batas (misalnya, Stull, 1988; Lin, 2007), meskipun sebagian besar deskripsi berada di ekstra atau subtropis.

Karena sirkulasi laut-darat adalah superimposisi (saling tumpang tindih) gelombang gravitasi internal yang merambat ke atas dan ke bawah, yang pertama dapat dianggap sebagai sumber yang terakhir, khususnya yang merambat hingga ke tengah dan atas atmosfer (lihat Bagian 5.4). Perambatannya dimodifikasi jika angin *background* (U) diubah. Sebenarnya distribusi amplitudo gelombang gravitasi di stratosfer bawah (Gambar 5.4(h)–(i)) mirip dengan distribusi aktivitas konvektif dan penyebabnya (radiasi Matahari) (Gambar 4.6(a)). Ketidakstabilan lokal dan pembangkitan turbulensi juga telah diamati di puncak awan (misalnya, Mega et al., 2010, 2012). Fitur spektral suhu puncak awan (sesuai dengan ketinggian konveksi awan) juga mirip dengan apa yang disebut bentuk universal gelombang gravitasi (misalnya, Gage dan Nastrom, 1985; Nastrom dan Gage, 1985; Hashiguchi et al., 1997). Generasi gelombang gravitasi dari sistem

awan benar-benar diamati di IMC dan emisinya ke seluruh atmosfer tengah disimulasikan dengan model numerik (misalnya, Horinouchi dan Yoden, 1996; Horinouchi et al., 2002, 2003). Fluks momentum gelombang gravitasi seperti itu telah digunakan untuk mensimulasikan dinamika stratosfer, seperti osilasi kuasi-dua tahunan khatulistiwa (Sato et al., 1999; Kawatani et al., 2010a, b), yang menyiratkan juga hubungan antara iklim di troposfer dan stratosfer (misalnya, Kawatani dan Hamilton, 2013). Selanjutnya, struktur global-vertikal pasang diurnal juga dipelajari, khususnya pada eksitasi/amplifikasi di daerah tropis (misalnya, Sakazaki et al., 2012, 2015).

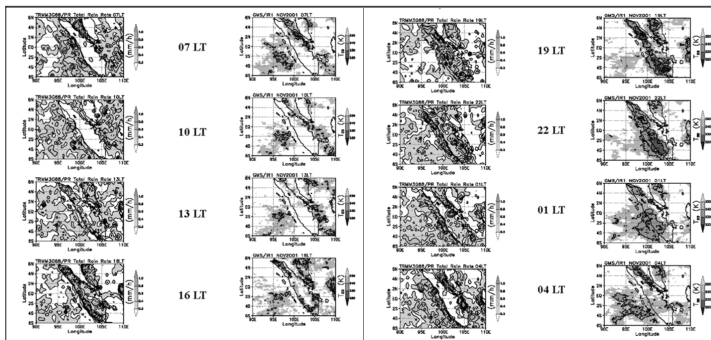


Ket.: (a) kerapatan spektral daya komponen variasi suhu puncak awan 6 jam–2 tahun dianalisis dari data Geostationary Meteorological Satellites (GMS) – inframerah (IR) per jam 14 tahun (Yamanaka, 2016), serta (b) jumlah tahunan dan (c) selisih AM-PM data curah hujan TRMM-PR 3 tahun di atas Benua Maritim Indonesia (Mori et al., 2004).

Gambar 6.6 Distribusi Geografis

3. Dominasi Siklus Diurnal di IMC dan Daerah Lainnya

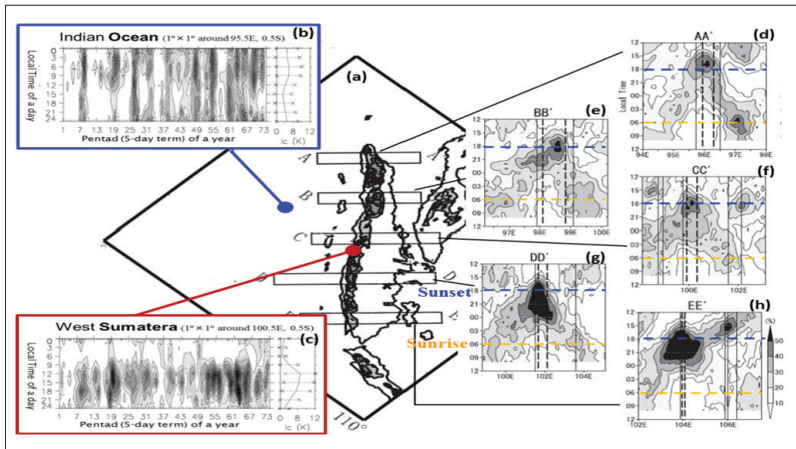
Dikarenakan IMC bukanlah sebuah benua melainkan sebuah kepulauan, ia memiliki garis pantai yang sangat panjang yang mengelilingi pulau-pulau besar/kecil, di mana sirkulasi angin laut-darat siklus diurnal dengan aktivitas konvektif dihasilkan (lihat, misalnya, Johnson, 2011; Yamanaka, 2016). Atmosfer memiliki kelembapan tinggi (yang secara kondisional tidak stabil seperti yang disebutkan di bawah ini), dan awan konvektif dihasilkan di darat pada sore hingga malam hari, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 6.6 (Houze et al., 1981; Hendon dan Woodberry, 1993; Nitta dan Sekine, 1994; Hashiguchi et al., 1995; Sugimoto et al., 2000; Yang dan Slingo, 2001; Ohsawa et al., 2001; Kubota dan Nitta, 2001; Renggono et al., 2001; Hadi et al., 2002; Murat et al., 2002; Sorooshian et al., 2002; Wu et al., 2003; Mori et al., 2004; Sakurai et al., 2005; Araki et al., 2006; Tabata et al., 2011b; dan banyak lainnya). Siklus diurnal selama IMC dominan bahkan di musim hujan (austral musim panas di Jawa dan Bali), karena pendinginan tanah seperti sprinkler yang dipicu oleh curah hujan membalikkan gradien suhu trans-pantai sebelum Matahari terbit (Gambar 6.4(c)), dan langit cerah berikutnya di darat hingga sekitar tengah hari memberikan pemanasan Matahari tergantung pada musim (Wu et al., 2008a).



Ket.: pada orbit rendah Bumi yang tidak sinkron dengan Matahari dengan rata-rata curah hujan 1998–2000 dan awan GMS suhu puncak rata-rata untuk November 2001. Dimodifikasi dari Mori et al. (2004). Untuk data GMS lihat juga Sakurai et al. (2005).

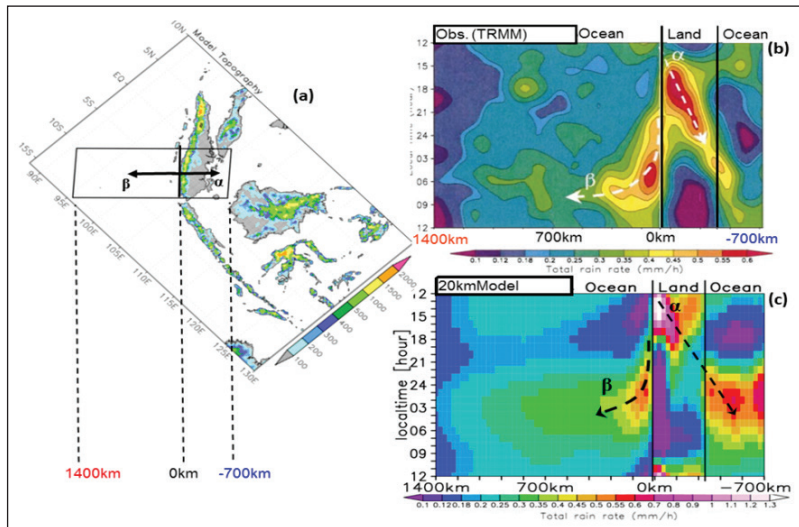
Gambar 6.7 Siklus diurnal TRMM

Di pantai barat Sumatra, sebagai salah satu tempat yang paling dikenal dalam siklus diurnal (Mori et al., 2004), sebuah puncak curah hujan konvektif muncul di dekat garis pantai pada siang hari dan bermigrasi ke arah pedalaman hingga malam hari (lihat Gambar 6.7–6.9). Puncak curah hujan stratiform konvektif lainnya dimulai dari garis pantai dan bermigrasi ke lepas pantai hingga pagi hari. Setiap migrasi, puncak curah hujan memiliki jarak hingga 400 km dan kecepatan sekitar 10 m/s. Diurnal siklus hampir unik, penyebab angin permukaan lebih kuat dari 10 m/s (ditunjukkan kemudian pada Gambar 6.15 (a) dan (d)) di IMC hampir bebas dari siklon (kecuali untuk kasus yang jarang terjadi seperti ditunjukkan pada Gambar 6.19). Meskipun angin lokal yang disebut “Sumatra” telah dikenal (misalnya, Scott, 1956; Nieuwolt, 1968; Chen et al., 2014), mungkin sebagian karena curamnya pegunungan (hingga 3.800 m), angin kencang muncul di dekat awan konvektif aktif biasanya pada sore hari setempat dengan diurnal siklus. Variasi musiman dan meridional siklus diurnal di Sumatra yang terkait dengan perpindahan ITCZ telah dianalisis (Sakurai et al., 2005).



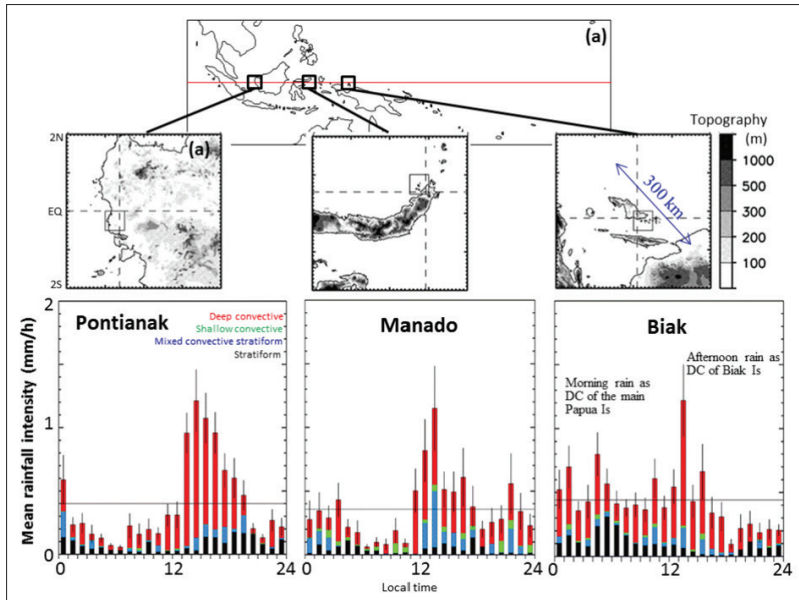
Ket.: (a) di sekitar Sumatra, ditunjukkan oleh variasi waktu musiman-lokal di (b) Samudra Hindia dan (c) dan pantai barat pedalaman (Sakurai et al., 2005) dan (d)-(h) lima variasi waktu zonal-lokal (Hamada et al., 2008).

Gambar 6.8 Siklus diurnal suhu puncak awan



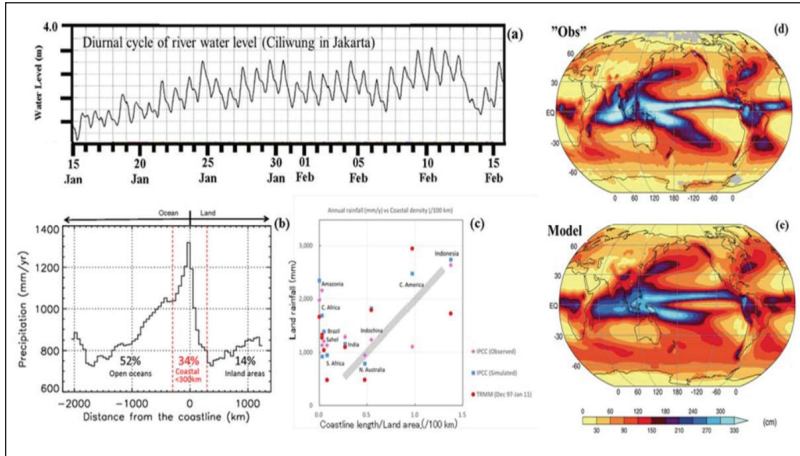
Ket.: (a) di sepanjang bagian Sumatra (b) diamati oleh TRMM (Mori et al., 2004) dan (c) dianalisis dari model numerik resolusi tinggi global (Arakawa dan Kitoh, 2005).

Gambar 6.9 Variasi waktu zonal-lokal dari migrasi curah hujan siklus diurnal



Ket.: Siklus harian intensitas curah hujan yang diamati oleh profiler angin di Pontianak (Kalimantan), Manado (Sulawesi), dan Biak (dekat Papua) (Tabata et al., 2011b). Curah hujan diklasifikasikan sebagai stratiform (hitam), campuran stratiform/konvektif (biru), dangkal tipe konvektif (hijau), dan konvektif dalam (merah). Sebuah pulau kecil Biak memiliki puncak siang dan fajar (pulau utama sisi laut).

Gambar 6.10 Siklus harian intensitas curah hujan



Ket.: (a) Siklus harian yang teramati di sungai di Jawa Barat (Sulistiyowati et al., 2014), (b) Curah hujan sebagai fungsi pesisir jarak di atas daerah tropis yang diamati oleh TRMM (Ogino et al., 2016) dan (c) curah hujan regional sebagai fungsi dari 'kepadatan' pesisir (=panjang/area dalam resolusi 100 km) di atas daerah tropis (dimodifikasi dari Yamanaka, 2016) dihitung berdasarkan pengamatan TRMM dan dihitung dari (d) observasi dan (e) model IPCC (2007).

Gambar 6.11 Siklus harian intensitas curah hujan di sungai di Jawa Barat

Seperti yang ditunjukkan pada Gambar 6.8(b) dan (c), sangat jelas bahwa mode yang paling dominan diubah menjadi siklus diurnal dekat garis pantai, dari ISV di lautan terbuka (lihat Bagian 6.4, termasuk interaksi kategori kedua (*second mode*)). Secara teoretis, skala horizontal sirkulasi angin laut-darat siklus diurnal di lintang rendah dapat diperkirakan dengan Persamaan (6.27) sebagai $\lambda_d \sim 100\text{--}300$ km. Nilai λ_d yang teramati di IMC adalah 100 km atau lebih (Wu et al., 2003, 2008a, 2009b; Mori et al., 2004; lihat Gambar 6.7–6.9), dan curah hujan terkonsentrasi pada jarak sekitar 300 km, baik di daratan maupun sisi laut dari garis pantai (Ogino et al., 2016; lihat Gambar 6.11(b)). Dengan demikian, tanah dengan siklus diurnal yang jelas harus lebih besar dari 100 km, yang telah disarankan oleh penelitian sebelumnya (misalnya, Kubota dan Nitta, 2001). Dalam kasus pulau-pulau kecil dan besar yang berdekatan (yang pertama terletak di dalam kawasan pantai pulau besar), yang lebih kecil (seperti

Siberut di sebelah barat Sumatra, dan Biak di sebelah barat laut Papua seperti terlihat di sebelah kanan Gambar 6.10) mempunyai fitur sedikit rumit yang muncul karena siklus diurnal dari kedua pulau (Wu et al., 2008b; Tabata et al., 2011b; Kamimera et al., 2012). Di selat sempit seperti Malaka (Malaka; antara Sumatra dan Melayu) dan Makassar (antara Kalimantan dan Sulawesi), siklus diurnal dari kedua pulau tersebut terganggu dan terkadang tampak menyebar dari satu pulau ke pulau lainnya (misalnya, Ichikawa dan Yasunari, 2007; Wu et al., 2009a; Fujita et al., 2011). Mereka sesuai dengan pertemuan angin yang diketahui khususnya di Selat Malaka (misalnya, Ramage, 1971; Fujita et al., 2010).

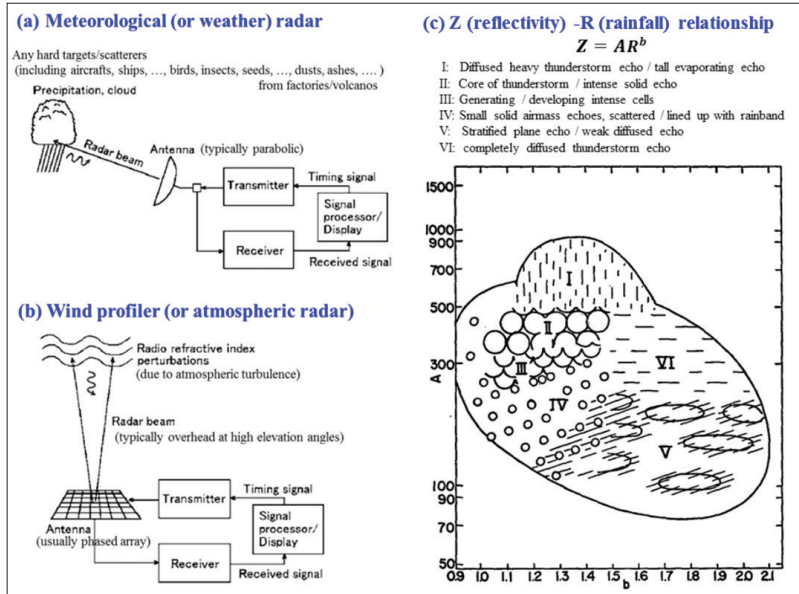
Siklus diurnal selama IMC dieksitasi oleh radiasi Matahari setiap hari dan berkembang hampir secara spontan oleh proses yang telah disebutkan di atas. Oleh karena itu, amplifikasinya maksimum (dua kali setahun) dari pemanasan Matahari dan transportasi kelembapan oleh monsun dan/atau ISV, setiap proses supresi dapat menginduksi variabilitas temporal/spasial. Skala yang lebih besar mungkin menyangkut amplifikasi, seperti yang dipertimbangkan studi sebelumnya, yaitu IMC (misalnya, Houze et al., 1981; Johnson dan Priegnitz, 1981; Johnson dan Kriete, 1982). Pantai barat lebih mendominasi dibandingkan dengan pantai timur (di Sumatra dan Kalimantan, serta Melayu, Semenanjung Indochina, dan Anak Benua India) telah dilaporkan (lihat Gambar 6.6–6.7) dan didiskusikan terkait dengan angin dan/atau propagasi gelombang gravitasi untuk meningkatkan sel sirkulasi di sisi barat dan menekan yang lain di sisi timur (misalnya, Murata et al., 2002; Mori et al., 2004; Xie et al., 2006; Wu et al., 2009a, b). Pengamatan curah hujan semi-kontinu horizontal di daerah tropis dengan radar presipitasi antariksa di Misi Pengukuran Curah Hujan Tropis (TRMM) yang diluncurkan pada November 1997 telah mengungkapkan bahwa diurnal siklus curah hujan di sepanjang garis pantai Benua Maritim lebih deras di sisi laut (disebut pita hujan lebat pantai, atau CHeR) daripada di sisi darat (Mori et al., 2004, 2011; Wu et al., 2008a, 2009b). Sebelum mereka melakukan beberapa pengamatan (misalnya, Chang et al., 2004a) dan numerik (misalnya, Ogura dan

Yoshizaki, 1988), studi melihat secara substansial serupa fenomena aktivitas konvektif dan terutama dianggap efek orografi (pegunungan) pada musim hujan. Setelah penelitian, TRMM di berbagai daerah di daerah tropis (misalnya, Xie et al., 2006) juga memperhatikan apa yang kami sebut CHeR, dan mempelajari terutama efek orografis. Mekanisme yang menghasilkan dominasi sisi laut telah ditunjukkan secara numerik (Wu et al., 2008, 2009b) oleh aliran nokturnal (angin darat) dan migrasi awan darat ke arah laut. Hal tersebut ditunjukkan baru-baru ini (Ogino et al., 2016), bahwa curah hujan tropis kira-kira dapat dinyatakan secara umum oleh fungsi jarak dari pantai dengan dominasi di sisi laut.

Keberhasilan TRMM (termasuk banyak hasil lain yang tidak dapat disebutkan dalam buku ini) tidak hanya menunjukkan kepentingan ilmiah dari siklus diurnal skala kecil seperti itu, tetapi juga kebutuhan teknis penginderaan jarak jauh radar (lihat Gambar 6.12) untuk mencakup daerah tropis, baik untuk tujuan ilmiah maupun operasional. Beberapa negara subtropis di Asia Tenggara (misalnya, Malaysia, Thailand, dan Filipina) memasang radar meteorologi relatif lebih awal, terutama untuk menonton angin topan. Benua Maritim tengah, yaitu Indonesia mulai memasang radar operasional canggih sejak 2006, setelah sejarah panjang dari (masing-masing beberapa) radar tua yang dioperasikan sebentar-sebentar dan profiler angin yang digunakan penelitian (terutama pada kopling vertikal atmosfer; lihat Hashiguchi et al., 1995a; Fukao, 2006) serta radar meteorologi Doppler (Yamanaka et al., 2008, 2017) dan kini mencapai 40 stasiun yang mencakup hampir seluruh nusantara (Gambar 6.13). Garis pantai berbentuk kompleks, seperti teluk dan semenanjung menghasilkan konvergensi/divergensi dan interaksi aliran lokal lainnya. Khususnya di pesisir barat Pulau Sumatra, Semenanjung Indochina (Myanmar-Thailand Malay) dan Anak Benua India, terdapat lereng pegunungan yang terjal (Barisan, Arakan-Tenasserim, dan Ghâts Barat) yang terletak dalam jarak beberapa ratus kilometer dari pantai, angin laut, dan efek lingkungan muncul dalam bentuk kombinasi (misalnya, Sorooshian et al., 2002; Mapes et al., 2003a, b; Warner

et al., 2003). Telah diketahui di Amerika Tengah bahwa angin laut dan *upslope* menghasilkan konvergensi tingkat rendah yang kuat dan curah hujan konvektif di lereng pegunungan (Sierra Madre de Chiapas) dari sore hingga malam hari, serta angin darat dan katabatik itu menghasilkan konvergensi dan konveksi di lepas pantai khususnya bagian garis pantai yang mirip teluk (seperti Teluk Panama).

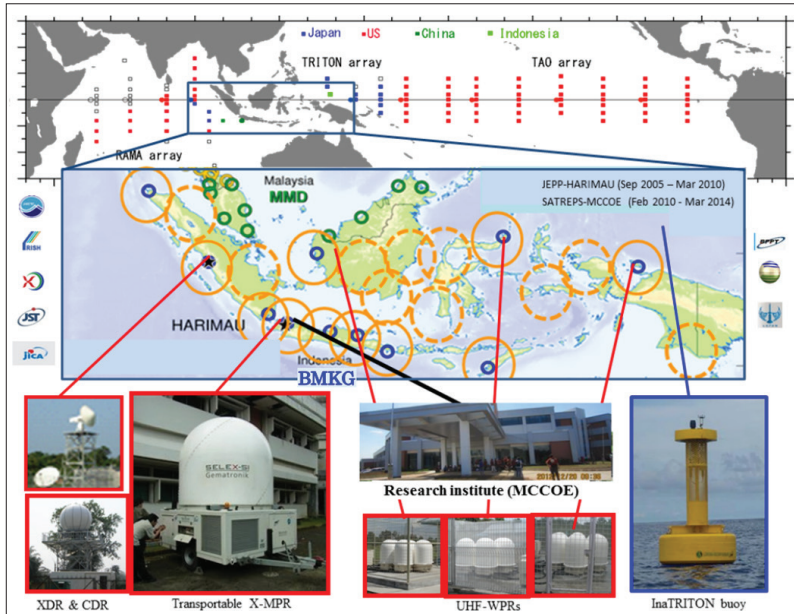
Dominasi siklus diurnal menunjukkan bahwa siklus hidrologi sangat cepat di atas IMC. Telah diamati dan dipahami dengan baik (sejak Wu et al., 2003; Mori et al., 2004) bahwa curah hujan sebanding dengan jumlah secara tahunan, baik di sisi laut maupun darat garis pantai, tetapi pengangkutan uap air oleh angin laut jelas mengikuti siklus diurnal. Sebuah studi terbaru (Sulistiyowati et al., 2014) telah menunjukkan siklus harian muka air sungai (Gambar 6.11(a)), yaitu pengangkutan air dari darat ke laut, yang harus diimbangi dengan pengangkutan uap air angin laut, jika *budget* air ditutup di lembah sungai, laut pesisir tepat di luar muara sungai dan atmosfer di atasnya. Hipotesis ini tidak terlalu buruk karena semua aliran sungai, sirkulasi angin laut-darat, dan migrasi awan hujan kira-kira tegak lurus dengan garis pantai, dan juga karena air dilestarikan oleh apa yang disebut mekanisme perangkap dingin di puncak awan konvektif tinggi di dekat tropopause bersuhu sangat rendah (biasanya sekitar -80°C atau lebih dingin; lihat misalnya, Holton et al., 1995) yang juga mengikuti siklus diurnal. Meskipun bukti kuantitatif belum cukup, jika penguapan dari permukaan laut dan evapotranspirasi dari permukaan tanah juga mengikuti diurnal siklus, hipotesis ini harus berlaku. Dengan siklus air yang sangat cepat ini, air hampir dilestarikan, sedangkan perpindahan panas (sensitif dan laten) dari permukaan Bumi ke seluruh troposfer cukup efektif untuk memenuhi *budget* energi global.



Gambar 6.12 Prinsip (a) radar meteorologi dan (b) profiler angin (Fukao dan Hamazu, 2014), serta (c) yang disebut relasi Z-R untuk radar meteorologi (Fujiwara, 1965).

Mengenai variasi curah hujan antartahunan berkorelasi kuat (setidaknya sebagian) dengan ENSO/IOD (Bagian 5.3), kita dapat mempertimbangkan modulasi amplitudo dari siklus diurnal yang terkait dengan variasi SST. Dikarenakan sirkulasi angin laut-darat secara langsung didorong oleh perbedaan suhu darat-laut (misalnya, Estoque, 1962; Rotunno, 1983; Niino, 1987), SST yang lebih dingin pada El Niño dan/atau mode dipol positif dapat menyebabkan angin darat yang lebih lemah dan menekan curah hujan sisi laut di pagi hari dibandingkan mode La Niña dan/atau dipol negatif. Topografi garis pantai yang kompleks, permukaan tanah, dan dasar laut dapat menyebabkan korelasi regionalitas yang sangat tidak homogen antara atmosfer dan laut yang saling berinteraksi. Hubungan dengan ISV dan siklus diurnal mungkin juga serupa (lihat Bagian 6.4). Peristiwa

banjir yang serius disebabkan oleh siklus diurnal yang diperkuat oleh La Niña/IOD negatif, monsun *boreal transequatorial* pada musim dingin (lonjakan dingin dari Siberia), dan ISV (Wu et al., 2007, 2013), meskipun hubungan umum di antara siklus diurnal, ISV, monsun, dan ENSO/IOD masih menjadi target untuk penelitian selanjutnya.



Gambar 6.13 Jaringan pengamatan yang digunakan dalam proyek JEPP-HARIMAU (2005–2010) dan SATREPS-MCCOE (2010–2014) (Yamanaka et al., 2008, 2017), kolaborasi susunan pelampung internasional (peta atas) dan radar operasional Indonesia (peta bawah; sekitar 2010).

Ini adalah curah hujan siklus diurnal di sepanjang garis pantai terpanjang di dunia yang terkait dengan banyak pulau besar di dunia. IMC yang menghasilkan puncak curah hujan khatulistiwa mengendalikan iklim global (lihat Gambar 6.11(c)). Curah hujan konsentrasi sekitar 2.000 mm/tahun untuk “kepadatan garis pantai” 10^{-2} km^{-1} (sesuai dengan 102 km garis pantai sekitar 104 km^2 area), yang konsisten dengan puncak hujan pantai 1.300 mm/tahun pada

Gambar 6.11(b) dan juga dengan garis katulistiwa puncak curah hujan 2.000 mm/tahun di panel tengah Gambar 4.6, mengingat total panjang garis pantai tropis (hampir di IMC) hampir setara dengan keliling khatulistiwa (40.000 km). Padahal sudah sering dijelaskan bahwa air laut terhangat yang mengelilingi IMC, curah hujan di atas lautan terbuka lebih sedikit daripada di pulau-pulau di dalam IMC (lihat Qian, 2008). Memang daratan yang padat lebih mudah panas daripada lautan yang cair, tetapi awan yang mengendap secara konvektif dihasilkan di benua yang sebenarnya (Afrika dan Amerika Selatan) kurang aktif daripada di IMC seperti yang terlihat pada Gambar 6.11(d)–(e) diperoleh dari IPCC (2007), misalnya. Sebaliknya, siklus diurnal dihasilkan paling lama garis pantai IMC sangat penting untuk menghasilkan curah hujan terbesar di sana. Untuk setiap kondisi hujan deras yang dihasilkan oleh fenomena berskala besar seperti ENSO/IOD (Bagian 5.3), lonjakan monsun (Bagian 4.4), atau ISV (Bagian 6.4), hanya beberapa daerah yang benar-benar memiliki curah hujan lebat (Wu et al., 2007, 2013), tetapi integrasi garis pantai yang panjang mungkin mencapai jumlah curah hujan tahunan terbesar di dunia di atas IMC. Hubungan (ditunjukkan pada Gambar 6.11(b)–(c)) menunjukkan pentingnya siklus diurnal lokal menyiratkan bahwa model iklim perlu memperhitungkan garis pantai khatulistiwa dengan skala yang cukup kecil dari 100 km. Sebenarnya, baru-baru ini model global telah memenuhi resolusi tinggi tersebut (misalnya, Neale dan Slingo, 2003; Arakawa dan Kitoh, 2005; Hara et al., 2009; Satoh et al., 2008; Sato et al., 2009; Cinta et al., 2011). Aplikasi model *downscaling* dan regional mereka juga berkembang untuk siklus diurnal biasa (Wu et al., 2003, 2008a, 2009a, b) dan curah hujan ekstrem yang membuat banjir (Trilaksono et al., 2011, 2012).

B. Ketakstabilan Kondisional dan Awan (Konveksi Vertikal)

1. Ketidakstabilan Konvektif (Rayleigh-Taylor) untuk Atmosfer Kering

Konveksi vertikal dibangkitkan secara spontan oleh kestabilan konveksi ($N^2 < 0$). Untuk kondisi atmosfer yang sebenarnya, konveksi ini tidak dapat dilepaskan dari kelembapan (*moist*) yang memerlukan kehadiran uap air. Namun, untuk *pedagogig reason*, pertama kita akan membahas atmosfer kering (tanpa uap air) yang dinamakan ketidakstabilan konvektif kering (*dry convective instability*). Untuk keadaan ini, maka persamaan pembangun pada hakikatnya sama dengan Persamaan (6.21), tetapi dengan mengabaikan viskositas horizontal dan difusi sehingga persamaan menjadi lebih sederhana,

$$\nabla_v^6 \psi' - \frac{R_a}{d^4} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial x^2} = 0, \quad R_a \equiv -\frac{N^2 d^4}{K' K}, \quad N^2 < 0 \quad (6.29)$$

dengan R_a dinamakan bilangan Rayleigh yang nondimensional dan d adalah ketinggian lapisan kestabilan yang ditentukan dari nilai batas sebagai berikut,

$$\frac{\partial u'}{\partial z} = w' = T' = 0 \quad \left(\psi' = \frac{\partial^2 \psi'}{\partial z^2} = \frac{\partial^4 \psi'}{\partial z^4} \right) \quad \text{pada} \quad z = 0, d \quad (6.30)$$

Pengetahuan dasar mengenai *instability* berada dalam konteks dinamika fluida. Untuk detailnya dapat pembaca lihat di Apendik. Sebuah buku teks standar terkait *instability* dalam dinamika fluida dapat dilihat di **Chandrasekhar, S., *Hydrodynamics and Hydromagnetic Instability*, Oxford U Press, London, 1961, 652 pp.** Persamaan (6.29) pertama kali digagas oleh Lord Atepe Rayleigh dan diselesaikan sendiri olehnya, di mana untuk sistem koordinat kartesian zonal-vertikal mempunyai solusi,

$$\psi'(x, z) = A \sin(kx) \sin\left(\frac{n\pi}{d} z\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6.31)$$

yang merupakan suatu fungsi eigen dengan harga eigen diberikan oleh,

$$R_a = \frac{[k^2 + (n\pi/d)^2]^3}{k^2/d^4} \geq \frac{27}{4} \pi^4 \equiv R_{ac} \quad , \quad \left(n=1 \rightarrow kd = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \equiv k_c d \right) \quad (6.32)$$

di mana R_{ac} dinamakan bilangan Rayleigh kritis dan k_c adalah bilangan gelombang kritis dan n dinamakan bilangan *rolls*. Plot solusi Persamaan (6.31) dinyatakan dalam Gambar 6.2d. Oleh karena itu, konveksi vertikal untuk satu *rolls* ($n=1$) akan dibangkitkan apabila $R_a > R_{ac} \sim 660$ dan ukuran horizontal dari *roll* kovektif sekitar 1.4 kali dari ketinggian d . Untuk $n > 2$ yang dinamakan multipel sel konveksi yang harus dibangkitkan oleh kondisi tak stabil (R_a besar). Kondisi Persamaan (6.32) secara matematik identik dengan istabilitas geser dari suatu aliran antara silinter dengan rotasi yang berbeda yang awalnya dipelajari oleh fisikawan Inggris G.I. Taylor dan sering disebut *Rayleigh-Taylor instability*.

Untuk kasus tiga dimensi, maka kita dapat memperluas solusi Persamaan (6.31) menjadi,

$$\psi'(x, z) = A \sin(kx) \sin(lz) \sin\left(\frac{n\pi}{d} z\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6.33)$$

dan bilangan gelombang menjadi bilangan gelombang horizontal $k \rightarrow k' = \sqrt{k^2 + l^2}$. Untuk kasus ini menjadi konveksi Rayleigh-Benard. Eksperimen numerik menunjukkan bahwa perilaku dari *rolls* (sel) bergantung dengan bilangan Prandtl ($P_r = K'/K$). Studi yang paling fenomenal tentang konveksi ini adalah apa yang dikerjakan oleh Edward Lorenz (1963), di mana dia mempelajari amplitudo yang bergantung waktu di variasi vertikal dan horizontal. Selain itu, dia juga menunjukkan bahwa jika Ra cukup besar maka akan terjadi aliran yang bersifat quasi-periodik. Kita akan mempelajari ini secara mendalam kelak pada subbab teori chaos deterministik. Teori chaos deterministik menggambarkan aspek penting dari dinamika fluida termasuk atmosfer Bumi, yaitu kesulitan mengenai prakiraan

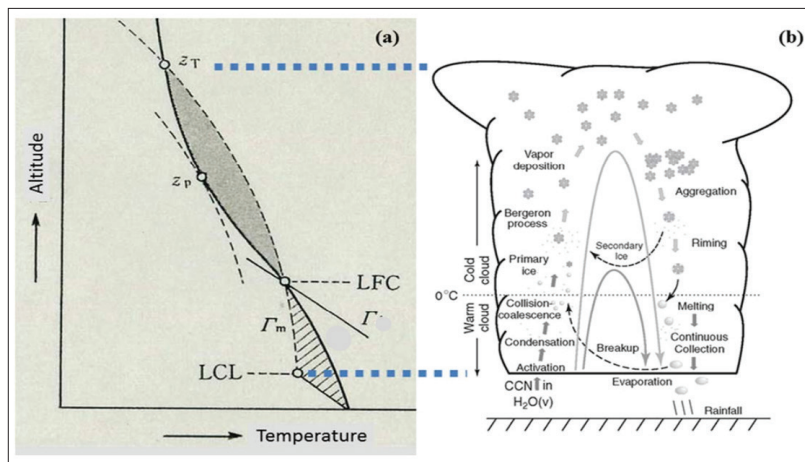
meteorologi dan prediksi klimatologi, serta telah diterapkan untuk banyak bidang fisika dan matematika. Pada tahun 1900, Bénard menemukan sel heksagonal yang dihasilkan dalam lapisan cairan tipis yang dipanaskan di bagian bawah. Pada tahun 1916, Rayleigh mengusulkan teori konveksi dan diperoleh gulungan dua dimensi. Dari banyak penelitian yang mengikuti mereka, bentuk sel (segi enam atau segi empat) adalah tergantung pada kondisi eksperimental, dan eksperimen asli Bénard diatur terutama oleh tegangan permukaan.

Teori konveksi yang dipaparkan di atas sebenarnya masih bagian dari teori dalam dinamika fluida secara umum, tetapi stratifikasi ketidakstabilan ($N^2 < 0$, $\partial\theta/\partial z < 0$, $\partial T/\partial z < -\Gamma$) muncul sangat jarang di atmosfer nyata termasuk di atmosfer ekuator, di mana pemanasan sangat intensif. Namun, apabila stratifikasi stabil ($N^2 > 0$), mungkin dapat memunculkan stabilitas geser ($\partial u/\partial z$) dan hadir bilangan Richardson ($0 < R_i < 1/4$), gangguan yang kuat dengan tipe *roll* (disebut mata kucing) yang dibangkitkan oleh instabilitas angin geser yang dikenal dengan nama *Kelvin-Helmholtz instability*. Instabilitas ini digunakan untuk menjelaskan kehadiran pola awan *rolls* yang terjadi di Laut Jepang, Laut China Selatan, dan Laut Pasifik selama musim dingin yang kuat. Instabilitas ini juga berperan sangat penting dalam menjelaskan kehadiran siklon tropis, yang mana tidak benar-benar berada di wilayah tropis.

2. Ketidakstabilan Kondisional untuk Atmosfer Lembap

Dalam subbab ini, kita mempelajari proses lembap (*moist*) yang mengganggu kestabilan atmosfer khususnya di daerah tropis, meskipun tidak dapat dipisahkan hubungannya dengan konveksi (agak paradoks), seperti yang disebutkan di Bagian 3.3 dan 6.1. Awan kondensasi dengan konveksi yang kuat (gerakan ke atas) dan menghasilkan hujan deras di daerah yang sangat sempit lebih dominan daripada proses kondensasi lainnya (seperti membuat kabut di permukaan laut atau pegunungan ekstratropis) dengan pendinginan yang hampir statis dan kenaikan lambat dari area yang luas. Dalam konveksi, uap air naik dengan aliran ke atas ($w' > 0$) memulai kondensasi di sekitar

partikel aerosol (nuklearisasi heterogen) ketika mencapai tingkat kondensasi pengangkatan (Gambar 3.6). Dengan cara ini, partikel awan, cair, atau padat terbentuk di dalam gas atmosfer melalui proses kimia dan mikrofisika yang kompleks. Jumlah dari mereka membuat pelepasan panas laten termodinamika untuk atmosfer. Dalam IMC, fitur mikrofisika seperti distribusi ukuran hujan dan variasi musiman/hariannya (Renggono et al., 2001, 2006; Kozu et al., 2006) serta rasio isotop air hujan menunjukkan asal-usulnya (Ichiyanagi, 2007; Kurita et al., 2009; Fudeyasu et al., 2011; Suwarman et al., 2013) telah diamati. Pentingnya awan di daerah tropis jauh lebih besar daripada di daerah ekstras tropis (lihat Gambar 4.9) karena tekanan (*pressure fields*) yang mengendalikan sirkulasi menghasilkan awan di ekstras tropis, sedangkan awan menghasilkan sirkulasi di daerah tropis. Dengan demikian, konveksi kumululus di daerah tropis, terlepas dari skala masing-masing yang mirip dengan ekstras tropis, tidak menjadi masalah dari bagian skala meso, tetapi isu sentral dari seluruh meteorologi tropis. Singkatnya, justru di tropis, awanlah yang mengendalikan sirkulasi.



Sumber: Lamb, 2003

Gambar 6.14 Gambar skematis tipikal awan konvektif mengenai (a) profil suhu (kurva tebal) dan (b) proses mikrofisika.

Perhitungan kelembapan di atmosfer akan melibatkan apa yang disebut sebagai potensial temperatur ekuivalen jenuh yang didefinisikan sebagai berikut,

$$\theta_e^* \equiv \theta \exp \left(\frac{Lr_s}{C_p T} \right) \quad (6.34)$$

dengan r_s adalah kelembapan jenuh dan θ_e adalah potensial temperatur ekuivalen. Konveksi terjadi jika gradien temperatur vertikal memenuhi relasi, partikel jenuh umumnya terjadi di awan. Jika tidak jenuh maka parsel udara berada di luar awan dan atmosfer stabil. Kondisi ini disebut instabilitas kondisional (tergantung kondisi).

$$-\Gamma < \frac{\partial T}{\partial z} < -\Gamma_m \quad \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} > 0, \quad \frac{\partial \theta_e}{\partial z} < 0 \right) \quad (6.35)$$

Pada umumnya, troposfer bawah dan troposfer tengah di wilayah tropis memenuhi Persamaan (6.33) dan lapisan tropopause $\theta \sim \theta_e \sim \theta_e^*$. Meskipun di wilayah tropis, tetapi $\theta_e \sim \theta_e^*$ untuk wilayah yang besar di troposfer sehingga parsel udara bergerak hanya ke atas untuk keadaan gaya penggerak (*forcing*) sebagai proses udara kering (tak jenuh) dengan mempertahankan θ sehingga penurunan T oleh *lapse rate* adiabatik kering. Jika gaya yang menyebabkan parsel udara naik ke atas (*lift up*) berlanjut mencapai sebuah ketinggian yang dinamakan *lifting condensation level* (LCL), di mana uap air (kelembapan) memenuhi kondisi jenuh, maka proses kondensasi dimulai dan LCL akan menjadi bagian dasar awan. Lebih lanjut, jika *lift up* terus terjadi maka kondensasi akan terjadi sehingga uap air akan membangkitkan droplet awan dengan mempertahankan θ_e^* , yaitu penurunan T oleh *lapse rate* adiabatik lembap secara perlahan hingga mencapai ketinggian yang dinamakan *level of free convection* (LFC), yaitu temperatur dari partikel udara akan sama dengan atmosfer sekitarnya (lingkungannya). Kondisi inilah yang menjadi puncak awan (awan tidak terbentuk lagi). Untuk wilayah tropis, puncak awan dapat sampai lebih dari tropopause. Dengan kata lain,

di wilayah tropis, tropopause berperan sebagai lapisan inversi untuk awan. Proses ini bersifat ireversibel dan diabatik, karena semua tetesan awan diasumsikan telah dikeluarkan dari parsel (dan jatuh ke tanah sebagai tetesan hujan) dengan mengeluarkan sejumlah kecil panas, dan disebut pseudoadiabatik.

Proses lembap yang menghasilkan panas laten hanya terjadi di daerah *updraft* awan, sedangkan proses adiabatik kering di bawah stratifikasi yang agak stabil muncul di area *downdraft* (lebih luas) yang mengelilingi awan bahkan di tropis. Mempertimbangkan fakta ini, persamaan saturasi dan termodinamika, (2.7) dan (3.10), dapat ditulis ulang sebagai

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial x} + U \frac{\partial \theta}{\partial y} + \Gamma_e w = \frac{e^{(R/(C_p H)z)}}{C_p} (J + LS) \quad (6.36)$$

di mana

$$\Gamma_e \equiv \begin{cases} \theta \cdot \partial \ln \theta / \partial z & \text{for } r \geq r_s, \text{ and } w > 0 \\ \partial \theta / \partial z & \text{for } r < r_s, \text{ or } w \leq 0 \end{cases}$$

Γ_e disebut stabilitas statik ekuivalen. Jika tidak ada pemanasan radiasi atau masukan kelembapan tambahan, sisi kanan persamaan termodinamika menjadi nol. Jika kita mengganti Persamaan (6.5) dan (6.7) dengan Persamaan (6.33) (dan tulis ulang θ dengan T dengan tepat), kita dapat menyelesaikan persamaan yang mengatur konveksi lembap dengan matematis yang sama (tanpa menggunakan sebagai variabel secara eksplisit) seperti untuk konveksi kering yang disebutkan dalam subbab sebelumnya. Oleh karena itu, fitur dasar dari konveksi awan harus serupa dengan konveksi Bénard Rayleigh yang dijelaskan pada subbagian sebelumnya, yaitu pembangkitan diatur oleh bilangan Rayleigh kritis, aspek rasio (skala vertikal/horizontal) kira-kira satu, dan seterusnya. Singkatnya, kita hanya mengganti T atau θ dengan variabel kelembapan r . Untuk troposfer tropis, skala

vertikal dibatasi oleh ketinggian tropopause sekitar 17 km, skala horizontal seluruh konveksi (menggabungkan area *updraft* (awan) dan *downdraft* (*clear*)) harus serupa. Sesuai dengan fakta bahwa pemanasan laten hanya terjadi pada daerah *updraft*, nilai Γ_e lebih besar pada daerah *downdraft* dibandingkan dengan daerah *updraft*. Dengan demikian, *updraft* (awan) lebih sempit dan lebih kuat dari *downdraft* (*clear area*). Perhitungan numerik dengan memasukkan efek nonlinear dan disipasi telah disimulasikan secara realistis dari 10 menit sampai 1 jam. Kriteria Persamaan (6.32) bersyarat, sehingga konveksi tidak selalu dihasilkan meskipun Persamaan (6.32) terpenuhi. Namun, jika konveksi dihasilkan, mereka mungkin melampaui lapisan awal (troposfer bawah) yang tidak stabil secara kondisional dan mencapai di atas tropopause. Untuk detail fitur-fitur ini, lihat buku teks tentang dinamika awan konvektif (misalnya, Houze, 1993; Emanuel, 1994; banyak deskripsi sederhana juga diberikan dalam Bagian 9.5 dari Holton, 1992).

Convective available potential energy (CAPE) memberikan ukuran energi kinetik maksimum untuk paket konvektif tidak stabil, dengan asumsi bahwa uap air dan air terkondensasi tidak memengaruhi daya apung, dan juga bahwa parsel udara naik tanpa bercampur dengan lingkungan ($K'=0$) serta menyesuaikan secara instan dengan lingkungan lokal tekanan sekitar ($\phi'=0$). Jika kita gunakan ekspresi $Dw'/Dt = Dz/dtdw'/dz = wdw'/dz = d/dz(w'^2/2)$ maka jika sisi sebelah kanan Persamaan (6.21) hanya gaya apung saja yang bekerja maka,

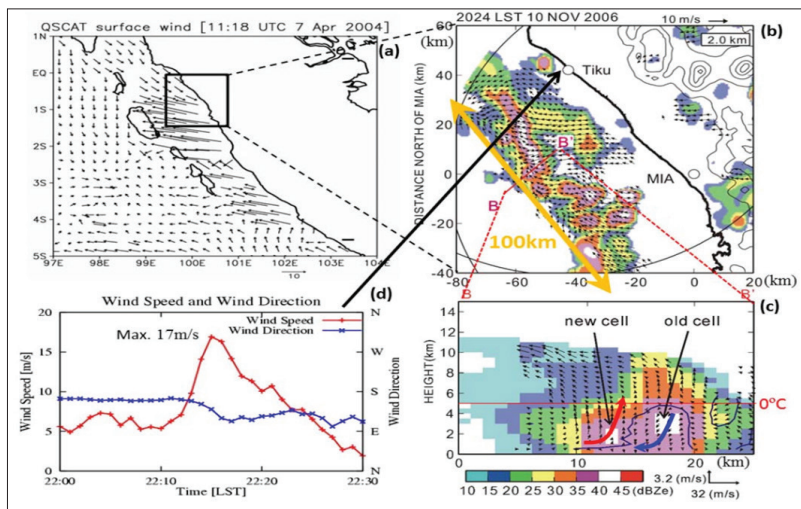
$$CAPE \equiv \frac{w'^2}{2} \Bigg|_{\max} = g \int_{z_{LFC}}^{z_T} \frac{T'}{\bar{T}} dz \quad (6.37)$$

di mana T' menyatakan variabilitas/fluktuasi dari temperatur parsel udara terhadap sekelilingnya/*background* dan z_{LFC} adalah amplitudo dari LFC dan z_T adalah level gaya apung zero, yaitu sekitar tropopause. Misalnya, untuk T' sekitar 1–2 °K dan $z_T - z_{LFC}$ sekitar 10–12 km di sekitar lautan tropis, maka kita memiliki $CAPE \sim 500 \text{ m}^2/\text{s}^2$ yang lebih kecil dari supersel (akan disebutkan nanti) di atas benua pada garis lintang tengah. Sebenarnya, skala hujan petir (dengan

graupel) dan semburan air yang terkait dengan awan kumulonimbus diamati di Benua Maritim umumnya lebih kecil dari badai petir (dengan hujan es) dan tornado di tengah AS, meskipun frekuensi pembangkitan dan curah hujan total lebih besar pada yang pertama daripada yang terakhir.

Awan sebenarnya tidak vertikal satu dimensi, melainkan tiga dimensi, dan paket udara jenuh naik di dalamnya sehingga awan dapat bercampur dengan yang disebut *entrainment* udara sekitar/luar yang kurang lembap atau kering. Beberapa tetesan awan diuapkan untuk mempertahankan saturasi bidang/awan, dan 'pendinginan' laten karena penguapan berkurang θ_e dan w' dari parsel udara (Holton (1992) (lihat misalnya, Houze, 1993; Emanuel, 1994). Oleh karena itu, CAPE Persamaan (6.34) melebih-lebihkan energi kinetik yang sebenarnya.

Sistem awan konvektif skala meso (dalam garis lintang apa pun) terutama dikategorikan ke dalam sel tunggal, yaitu multisel dan badai supersel (dengan masa hidup kira-kira 0,5 jam, berjam-jam, dan lebih lama, masing-masing), yang kemunculannya terutama tergantung pada geser vertikal (kira-kira <10 , $10-20$, dan >20 m/s, masing-masing, di bawah ketinggian 4 km) (lihat misalnya, Houze, 1993), yang tidak dijelaskan oleh besarnya CAPE. Dalam badai multisel, hembusan angin front (dengan *downdraft/outflow* dingin yang disebabkan oleh penguapan air hujan) dari sel lama membuat udara permukaan yang tidak stabil bersyarat untuk naik dan menghasilkan sel baru. Dalam supersel, geser vertikal membuat sel konveksi untuk memiringkan dan memperlambat perkembangan, yang menghasilkan badai yang sangat kuat dengan tornado. Ansambel multisel atau supersel berbentuk garis yang disebut garis *squall* (badai), yang bergerak ke arah berbeda dari individu badai petir (mirip dengan supergugus khatulistiwa; Bagian 6.4). Angin geser vertikal yang cepat memengaruhi mode yang paling tidak stabil, seperti preferensi gulungan sejajar dalam arah aliran geser (Asai, 1972). Di Benua Maritim, Kawashima et al. (2006, 2011) dan Sakurai et al. (2009, 2011) melaporkan sistem kumulonimbus melalui pengamatan Radar Doppler di Sumatra Barat.



Ket.: (a) pantai barat Sumatra dengan kasus lain Angin permukaan laut QuikSCAT: (b) horizontal dan (c) tampilan vertikal curah hujan (kontur) serta angin (panah) diamati dengan dua Radar Doppler X-band dipasang di Tiku dan MIA ditunjukkan dalam (b) (Sakurai et al., 2009, 2011), dan (d) hembusan kuat yang diamati dengan anemometer permukaan.

Sumber: Kawashima et al., (2006, 2011)

Gambar 6.15 Pengamatan perkembangan sistem awan konvektif

Fase es (kristal es, kepingan salju, *graupel*, dan hujan es) yang terlibat dalam awan kumulonimbus menghasilkan medan listrik lokal yang kuat, guntur, dan kilat. Hal tersebut didasarkan pada frekuensi badai yang ada. Ramage (1968) kemudian menamakannya Benua Maritim. Mengenai keringanan, Hidayat dan Ishii (1998) menganalisis musiman dan diurnal variasi di sekitar Jawa, Hamid et al. (2001) menunjukkan dampak ENSO terhadap IMC, Kodama et al. (2006) menunjukkan aktivasi keringanan karena ketidakstabilan konvektif yang lebih kuat pada fase kering (El Niño), dan Virts et al. (2013a, b) mempelajari Osilasi Madden-Julian (MJO; lihat Bagian 6.4) serta siklus diurnal berdasarkan jaringan global. Mereka pada umumnya konsisten dengan aktivitas awan konvektif yang dijelaskan dalam artikel ini, tetapi diperlukan lebih banyak studi untuk itu dengan

memperhitungkan signifikansi kopling vertikal (atmosfer-ionosfer) dan aplikasi praktis untuk deteksi dini hujan deras. Listrik atmosfer termasuk badai mungkin merupakan proses lain yang menghubungkan atmosfer secara vertikal. Singkatnya, dalam penjelasan yang disebutkan di atas, dua aspek berikut ini penting. Salah satunya adalah kebutuhan dari setiap mekanisme untuk mengangkat udara permukaan (dengan besar θ_e ke LCL dan LFC). Yang lainnya adalah mekanisme untuk mengatur awan konvektif (diharapkan berskala kecil secara individual dan didistribusikan secara homogen) ke dalam struktur skala besar seperti yang sebenarnya diamati di daerah tropis. Di daerah ekstras tropis, medan tekanan angin geostropik memiliki mekanisme ketidakstabilan untuk menghasilkan sistem depan siklon ekstras tropis, yang menghasilkan area *updraft* berskala besar. Di daerah tropis, secara total terdapat tiga fenomena/mekanisme yang menyebabkan ketidakstabilan bersyarat secara efektif. Pertama, salah satunya telah dijelaskan dalam Bagian 6.1 sebagai sirkulasi angin laut-darat siklus diurnal yang dipaksakan di dekat garis pantai. Dua lainnya dikembangkan oleh mekanisme destabilisasi multi-skala yang berinteraksi/digabungkan dengan (pasokan uap) dari air laut yang hangat. Di subtropis, pada satu sisi, agak terpisah dari ekuator, gaya Coriolis mungkin terjadi bekerja untuk menghasilkan pusaran kuat, yang merupakan siklon tropis yang akan disebutkan dalam Bagian 6.3. Di sekitar khatulistiwa, sebaliknya, pola Matsuno-Gill yang terorganisasi di atas lautan terbuka dengan saling berinteraksi, dan adanya variasi intramusiman (seperti MJO) yang bergerak ke arah timur sepanjang khatulistiwa (Bagian 6.4). Di Benua Maritim Indonesia, sistem kompleks konvektif skala meso (MCC) adalah kunci untuk peningkatan pemahaman kita tentang sistem hujan deras yang memicu banjir bandang. Simulasi menggunakan WRF (resolusi 1 km x 1 km) mengenai peristiwa hujan deras terkait banjir bandang yang parah di Luwu, Sulawesi, Indonesia, pada 13 Juli 2020. Banjir ini didahului oleh hujan deras yang terus-menerus dari tanggal 11 hingga 13 Juli 2020, menunjukkan bahwa hujan deras termodulasi oleh pengembangan sepasang MCC pada malam hari dan dipicu oleh sistem *meso-low-pressure* dengan anomali sirkulasi anti-siklon di atas

Selat Makassar dan dipertahankan oleh front hangat yang melintas antara laut dan darat di atas Sulawesi Tengah. Front ini dicirikan oleh udara tingkat rendah lembap-hangat dan dingin-kering, yang mungkin membantu meluas seumur hidup muka hangat (*warm front*). Penyebaran MCC ke barat laut disebabkan oleh interaksi antara monsun tenggara dan anomali SST (Yulihastin et al., 2021b). Badai lain yang sering muncul di BMI adalah garis badai (*squall line*), yaitu sebuah ansambel multisel atau supersel berbentuk garis, yang bergerak ke arah yang berbeda dari individu badai petir (mirip dengan supergugus khatulistiwa).

C. Ketakstabilan Kondisional Macam Kedua dan Siklon Tropis

Yanai et al. (1973), mengemukakan gagasan suatu metode evaluasi dari efek skala besar dari awan di tropis dengan data-data observasi yang minim. Dia menggunakan persamaan termodinamika untuk temperatur dan kelembapan sebagai berikut,

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + U \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + U \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + W \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \Gamma_e W = \frac{(J + LS)}{C_p} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (\rho_0 \langle T' w' \rangle)}{\partial z} \quad (6.39)$$

$$\frac{\partial \bar{r}}{\partial t} + U \frac{\partial \bar{r}}{\partial x} + U \frac{\partial \bar{r}}{\partial y} + W \frac{\partial \bar{r}}{\partial z} = \frac{C_p}{L} \bar{Q}_2 - \left(\bar{s} + \frac{\partial (\rho_0 \langle r' w' \rangle)}{\partial z} \right) \quad (6.40)$$

di mana Q_1 dan Q_2 adalah sumber panas dan *sink* dari kelembapan untuk dinamika skala besar. Tanda bar menunjukkan rata-rata untuk area regional. Suplai kelembapan S dari luar (laut dan darat) tidak muncul secara eksplisit dan ini masuk dalam neto kondensasi s . Masing-masing suku sebelah kiri dapat dihitung berdasarkan observasi skala besar dan memberikan Q_1 dan Q_2 . Selanjutnya, jika Persamaan (6.39) kita kurangkan dengan Persamaan (6.40) menjadi,

$$\Delta \bar{Q} = \left(\bar{Q}_1 - \frac{\bar{J}}{C_p} \right) - \bar{Q}_2 = -\frac{1}{C_p \rho_0} \frac{\partial}{\partial z} (\rho_0 \langle T' w' \rangle + L \langle r' w' \rangle) \approx \frac{1}{C_p} \frac{\partial \langle h' w' \rangle}{\partial z} \quad (6.41)$$

di mana h' adalah gangguan atau fluktuasi dari energi statik kelembapan. h adalah jumlah entalpi $C_p T + L_r$ dan energi potensial gravitasi ϕ , serta penjumlahan energi statis kering $C_p T + \phi$ dan panas laten L_r . Bila h kekal, integrasi h dari LFC ke puncak awan kira-kira sama dengan CAPE (Persamaan 6.34). Karena h hampir kekal ketika θ_e juga kekal sehingga h digunakan sebagai alternatif dari θ_e .

$$h \equiv C_p T + \phi + L_r, \quad dh = C_p T \cdot d \ln \theta_e \quad (6.42)$$

Oleh karena itu, kontribusi awan $\partial \langle h'w' \rangle / \partial z$ dapat dievaluasi dari Q_1 , Q_2 dan panas radiasi J serta kuantitas lainnya tanpa pengetahuan secara eksplisit s . Untuk kondisi proses pseudoadiabatik θ_e konstan, maka h mendekati kekal dan integrasi Persamaan (6.41) di seluruh volume awan adalah

$$\int_{z_0}^{z_{top}} \Delta \bar{Q} dz \approx - \frac{1}{C_p} \left\langle h'w' \right\rangle \Big|_{z_0}^{z_{top}} \approx 0 \quad (6.43)$$

Observasi mengonfirmasi prediksi Persamaan (6.43) yang mengimplikasikan bahwa awan konvektif tidak dapat diabaikan. Oleh karena itu, model numerik fenomena skala besar harus memasukkan ekspresi $\partial \langle T'w' \rangle / \partial z$ untuk wilayah tropis. Untuk mengatasi masalah ini, ada dua strategi: parametrisasi dan resolusi tinggi. Strategi pertama adalah untuk mengekspresikan fenomena skala kecil (*sub-grid*) dengan formula eksperimental/teoretis, sedangkan strategi kedua adalah untuk meningkatkan (memperbesar) resolusi spasial (dan selang waktu). Dalam proses, awan ini tidak dapat dipisahkan karena proses mikrofisika dan turbulen tidak dapat diamati secara praktis dan dihitung secara eksplisit, serta apa pun parametrisasi pasti diperlukan. Ini bukan hanya masalah teknis perhitungan numerik, tetapi juga masalah teoretis (fundamental) tentang mengapa/bagaimana fenomena skala ganda dari mikrofisika hingga dinamika skala besar muncul di suasana tropis.

Fenomena berskala besar yang paling populer di subtropis adalah siklon tropis, yang disebut topan (taifun) di Pasifik bagian barat laut dan angin topan di sekitar Amerika bagian utara. Itu adalah badai pusaran intens yang berkembang di atas air permukaan yang sangat hangat di lautan tropis (kecuali di sekitar Amerika Selatan). Sisik radial khas sejauh beberapa ratus kilometer, tetapi biasanya skala horizontal wilayah angin horizontal paling kuat radiusnya hanya sekitar 100 km. Hal ini karena gaya Coriolis perlu untuk mempertahankan gradien yang kuat (terutama geostropik dan sebagian siklostropik) angin tangensial (50–100 m/s) dengan gradien tekanan radial yang kuat karena pusat tekanan yang sangat rendah, taifun muncul secara umum di garis lintang lebih tinggi dari sekitar 10° (Gambar 6.16). Struktur ini dapat dijelaskan dengan persamaan yang mirip dengan sirkulasi global rata-rata zonal (Persamaan (4.2)–(4.6)), jika kita mempertimbangkan belahan Bumi utara ($f > 0$) dan ambil koordinat- x dalam arah tangensial searah jarum jam sepanjang lingkaran isobar (garis kontur tekanan), koordinat dalam arah radial ke luar dan koordinat dalam arah vertikal ke atas. Dalam hal ini, angin tangensial adalah berlawanan arah jarum jam ($U < 0$) untuk belahan Bumi utara dan searah jarum jam ($U > 0$) untuk belahan Bumi selatan ($y < 0$). Faktor Coriolis harus diubah menjadi $f + U/y$ dengan memasukkan efek sentrifugal. Perhatikan suatu momentum sudut $M = (f/2)y^2 - Uy$ adalah kekal, angin tangensial $U = (f/2)y - M/y$ menjadi naik secara monoton sebagai fungsi dari y (meridional), rotasi siklon ($U < 0$) adalah terbatas pada $y < \sqrt{2M/f}$. Taifun aktuan menyatakan bahwa $\sqrt{2M/f}$ sekitar beberapa ratus meter. Untuk mempertahankan eksistensi taifun maka f harus lebih besar dari 10° .

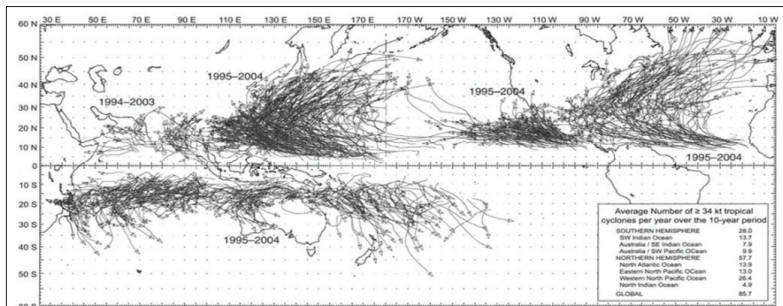
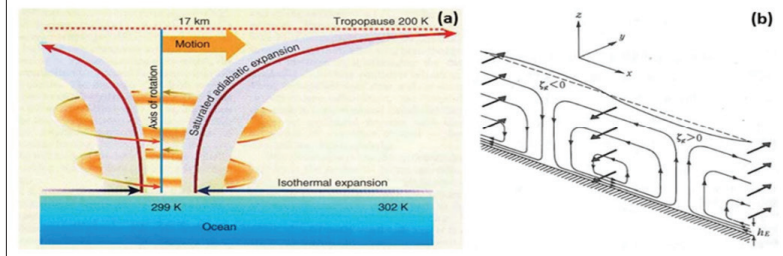
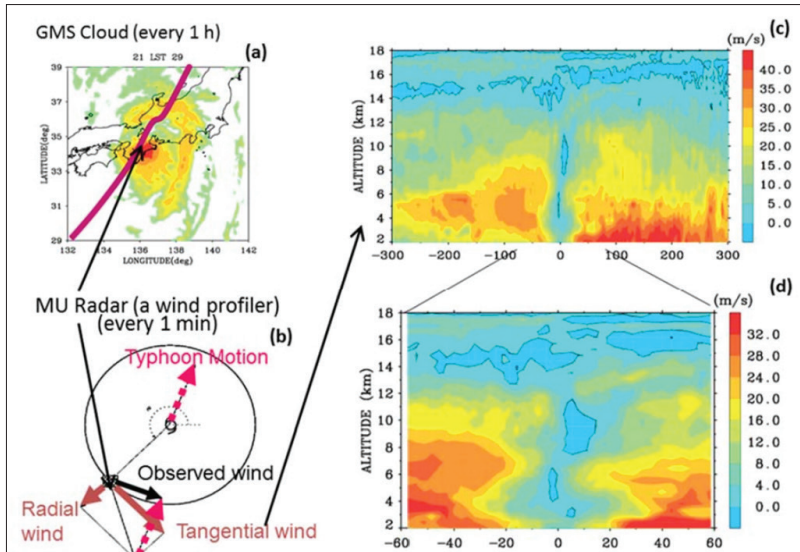


Fig. 6.16 Genesis locations and tracks of tropical cyclones (with winds ≥ 17 m/s) in 1995–2004 (Lin, 2007).



Gambar 6.16 Gambar skematis dari (a) sirkulasi ‘meridional’ (sekunder) (Willoughby, 1999), dan (b) pemompaan Ekman (Pedlosky, 1979) dari siklon tropis.



Ket.: terhadap (a) topan dewasa (T9426, Anggrek) baru saja lewat. (b) Pengurangan dari kecepatan bergerak dari kecepatan angin yang diamati, dan dekomposisi antara komponen angin radial dan tangensial. (c) Penampang semu-‘meridional’ (dengan pertukaran jarak radial dari deret waktu di observatorium tunggal; sisi depan positif) dari kecepatan angin tangensial dan (d) yang diperbesar menunjukkan struktur ‘mata’. Setelah Shibagaki et al. (2003).

Gambar 6.17 Pengamatan profiler angin (radar MU)

Sirkulasi meridional (v , w) pada Gambar 6.17(a) dapat dibayangkan seperti sirkulasi Hadley dengan mengubah f oleh $f+U/y$. Di dalam wilayah i , U mempunyai tanda berlawanan sehingga keduanya $f+U/y$ dan gesekan dalam arah- x dari G , sehingga angin radial harus berembus masuk ke pusat ($V<0$). Akibat dari kekekalan M maka gaya sentrifugal U^2/y yang naik pesat mendekati pusat ($v \rightarrow 0$) apabila suku percepatan diabaikan, dan dari persamaan kontinuitas mensyaratkan bahwa ada *updraft* $W>0$ yang besar untuk mempertahankan Q yang besar dan aktif dari awan konvektif. $Q=\Gamma \cdot w$ mengharapkan temperatur *lapse rate* atau *updraft* w harus diperhatikan di dalam membuat model taifun secara tepat. Struktur yang dijelaskan di atas tadi dinamakan mata taifun dan awan menjulang tinggi selalu mengelilingi mata taifun yang disebut dinding mata (lihat Gambar 6.18).

Sebuah parametrisasi dari Γ telah disebut sebagai penyesuaian konvektif (Manabe dan Strickler, 1964) dalam Bagian 3.2, yaitu jika *lapse rate* yang dihitung $-\partial T/\partial z$ di wilayah ketinggian melebihi nilai kritis, ditulis untuk T yang memenuhi θ_c konstan, dan tidak ada perubahan energi sebelum dan sesudah penyesuaian (oleh karena itu, Persamaan (6.39) berlaku secara otomatis). Bagaimanapun, skema ini tidak dapat mengungkapkan efek skala besar dari awan kumululus yang tumbuh di luar lapisan atas tidak stabil seperti yang ditunjukkan pada bagian sebelumnya. Kuo (1974) mengusulkan formula yang mirip dengan Newtonian pendinginan (Persamaan 3.6),

$$\bar{Q} - \frac{\bar{J}}{C_p} \approx -\alpha(\bar{T} - \bar{T}_c) \quad \text{untuk} \quad z_0 \leq z \leq z_{top} \quad (6.44)$$

Yang membuat relaksasi kepada profil temperatur standar di dalam awan kumululus. Skema ini dapat mengekspresikan efek pemanasan hingga ke puncak awan (di mana T aktual diidentifikasi dengan nilai dalam profil pseudoadiabatik lembap) jauh lebih tinggi dari lapisan atas awal yang tidak stabil. Konstanta waktu relaksasi α memiliki kebebasan yang sangat luas (bahkan dalam kondisi Persamaan (6.39)).

Ooyama mencatat bahwa *updraft* (i) di dalam sebuah awan, konvergensi kelembapan di *planetary boundary layer* akan mempunyai parametrisasi,

$$\bar{Q} - \frac{\bar{J}}{C_p} \approx \eta \frac{\rho_{topPBL}}{\rho_0} \frac{\partial \theta}{\partial z} W_{topPBL} \quad \text{untuk} \quad W_{topPBL} > 0 \quad (6.45)$$

Di dalam keadaan ini, parameter nondimensional η sangat penting. Jika $\eta > 1$ maka $W_{awan} > W_{topPBL}$ yang mengimplikasikan adanya efek *entrainment* akibat pencampuran udara dari luar ke udara di dalam awan yang naik. W_{topPBL} dapat diperoleh dengan menerapkan persamaan *wind-driven ocean* untuk *boundary later-driven* atmosfer bebas. Dengan mengganti faktor βy dengan parameter Coriolis f supaya persamaan menjadi sederhana, maka jika kita turunkan

Persamaan (5.24) dengan x dan Persamaan (5.24) dengan y maka kita peroleh,

$$\frac{\partial V_{free}}{\partial x} - \frac{\partial U_{free}}{\partial y} = -\frac{\alpha}{f} \left(\frac{\partial u'_{pbl}}{\partial x} + \frac{\partial v'_{pbl}}{\partial y} \right) \quad (6.46)$$

Karena bagian dalam braket di sisi kanan adalah konvergensi horizontal pada lapisan batas, Persamaan (6.43) ditulis ulang sebagai $(\alpha/\rho_0 f) \partial \rho_0 / \partial z$ yang mana akan didekati oleh w'_{topPBL}/H_{pbl} di mana H_{pbl} adalah kedalaman *boundary layer*, karena $w'=0$ di permukaan air maka vortisitas siklonik/antisiklonik di dalam atmosfer bebas adalah *up/down draft* di *boundary layer* yang disebut *Ekman pumping* (pemompaan).

Dengan mekanisme pemompaan Ekman, siklon tropis sebagai pusaran siklon yang sangat kuat dapat dikaitkan dengan banyak area *updraft* yang sangat kuat di lapisan batas. Di lapisan batas atmosfer yang kondisional tidak stabil di atas Samudra tropis, khususnya di atas air yang sangat hangat di Pasifik barat tropis (Pengamatan menunjukkan bahwa siklon tropis dihasilkan/dikembangkan di atas permukaan air laut yang lebih hangat dari sekitar 26,5°C), arus udara ke atas menjadi konveksi kumulat berkembang di luar LFC dan panas laten yang dilepaskan mempertahankan (melalui Q) skala siklon tropis w . Proses ini dinyatakan dengan rata-rata x Persamaan (6.43) dan menggunakan Persamaan (6.42) sebagai,

$$W_{topPBL} \approx -\frac{fd}{\alpha} \bar{q}, \quad W_{topVortex} \approx \eta W_{botVortex} \quad (6.47)$$

di mana $d=\sqrt{K/f}$ adalah kedalaman *boundary layer* dan α adalah factor redaman Rayleigh. Integrasi antara seluruh taifun maka kita peroleh,

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} \approx -f \frac{\partial V}{\partial y} = f \frac{\partial W}{\partial z} \approx \frac{f}{H} [W]_{botPBL}^{topVortex} \approx (\eta - 1) \frac{\sqrt{K/f}}{H} f \bar{q} \quad (6.48)$$

Oleh karena itu, jika $\dot{\eta} > 1$ maka vortisitas akan berkembang dengan berlalunya waktu dan kebalikan dari sisi sebelah kanan dinamakan waktu *spin up*. Panas laten yang dilepaskan oleh awan kumululus membuat $W > 0$ dan (dengan kontinuitas) $V < 0$ bertambah, di mana udara bergerak ke arah pusat membuat (oleh kekekalan momentum M) angin tangensial yang berputar secara siklon - U dan gradien tekanannya yang seimbang meningkat (yaitu tekanan minimum pusat diperdalam). Perkembangan siklon dengan cara ini adalah umpan balik untuk peningkatan w' , itulah perkembangan awan kumululus di awal. Mekanisme teoretis ini mungkin menjelaskan skala waktu pengembangan yang realistis dan skala horizontal yang dominan dari topan dan angin topan aktual, kemudian Charney dan Eliassen (1964) menamakan mekanisme ini sebagai *conditional stability of the second kind* (CISK). Sebuah peningkatan, mengingat peran awal gangguan gelombang untuk membuat konvergensi dan ketidakstabilan lokal juga diusulkan (Hayashi, 1970; Lindzen, 1974).

Secara energik, energi kinetik siklon tropis selalu tersebar di lapisan batas dan disediakan oleh konversi panas laten yang diperoleh dari penguapan permukaan laut, melalui energi potensial dan menghasilkan sirkulasi 'meridional' (putaran/eddy). Meningkatnya kecepatan angin permukaan (terutama tangensial), gangguan permukaan laut, evaporasi, dan pasokan panas laten ditingkatkan lebih banyak lagi, serta aliran masuk lapisan batas energi potensial membuat umpan balik ke angin tangensial meningkat dengan cepat dari luar ke dalam. Mekanisme ini disebut pertukaran panas permukaan yang diinduksi angin (WISHE) (Emanuel, 1987; Neelin et al., 1987). Di dinding mata awan yang sempit dan miring ke luar di seluruh troposfer, udara dapat naik tanpa paksaan karena, baik θ_e maupun M , dikonservasi sepanjang *updraft*, yang netral dalam arti stabilitas simetris (bersyarat) disebutkan dalam Bagian 4.3. Aliran radial keluar ada di lapisan yang agak tipis di dekat tropopause, dan wilayah *downdraft* yang agak lemah didistribusikan secara luas. Dengan struktur ini, siklon tropis lebih hangat dari sekitarnya, yang disebut inti yang hangat.

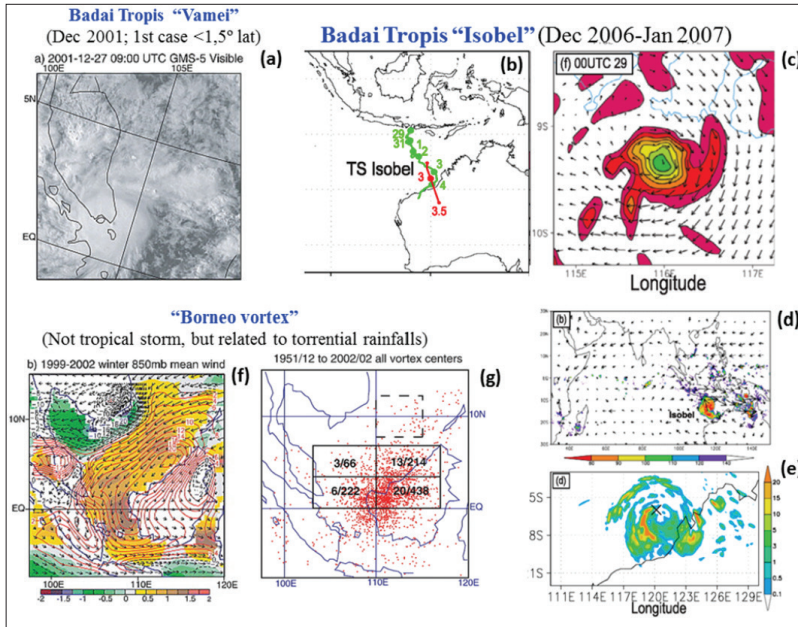
Karena topan di negara-negara Asia-Pasifik, angin topan di negara-negara Amerika tengah-utara, dan lain-lain (siklon di negara-negara Asia Selatan dan Pasifik Selatan) masih merupakan bencana meteorologi terburuk, peningkatan prediksi numerik (dan peringatan/informatika produk prediksi) siklon tropis adalah salah satu masalah terbesar dalam operasi meteorologi, meskipun pelacakan pusat dan badai hampir secara *real time* (hujan deras dan/atau angin kencang) distribusi setiap siklon telah banyak dicapai oleh satelit meteorologi dan radar. Pergerakan siklon tropis berskala meso mengikuti medan angin berskala besar, sehingga terakhir ini cukup penting untuk pencegahan bencana topan/badai dan telah banyak diperbaiki selama dekade ini. Prediksi perkembangan/peluruhan siklon tropis hanya diprediksi dari awan kumululus, yaitu parametrisasi atau resolusi tinggi seperti yang disebutkan di bagian sebelumnya. Secara fisik, parametrisasi paling maju berasal dari Arakawa dan Schubert (1974) yang merumuskan pengaruh kumululus skala subgrid aktivitas awan oleh fungsi (level vertikal) dari rasio *entrainment* (sesuai dengan ketinggian puncak awan) dan fitur statistik dari setiap jenis awan di bawah kesetimbangan energetik.

Untuk prakiraan cuaca dan pencegahan bencana, masing-masing badan operasional nasional menetapkan kategori tropis badai, terutama didasarkan pada kecepatan angin maksimum di dekat pusatnya, dan diberikan nomor atau nama yang memenuhi definisi. Misalnya, Badan Meteorologi Jepang (dan Pusat Meteorologi Khusus Regional Pusat Topan Tokyo untuk wilayah Asia-Pasifik timur) mendefinisikan topan berdasarkan lokasinya di barat laut Pasifik dan angin maksimum (rata-rata 10 menit) lebih kuat dari 34 knot (≈ 17 m/s), dan diberikan nomor yang memulai kembali setiap tahun serta nama internasional yang terdaftar oleh WMO: <http://www.jma.go.jp/jma/jma-eng/jma-center/rsmc-hp-pub-eg/tyname.html>.

Detail dan perbedaan di setiap negara terutama untuk pencegahan bencana, yang tidak berdasarkan hukum fisika tidak dijelaskan dalam teks ini. Akhir-akhir ini, peningkatan dan intensifikasi badai tropis mungkin menarik minat masyarakat akibat pemanasan global

(misalnya, Chan dan Liu, 2004; Emanuel, 2005; Webster et al., 2005; Oouchi et al., 2006), meskipun kerentanan dan kerusakan masyarakat tidak hanya bergantung pada karakteristik fisik fenomena meteorologi.

Karena kebutuhan gaya Coriolis, kejadian siklon tropis rata-rata tahunan di dalam radius deformasi ekuator (Persamaan 4.21) hanya dua (tersebar antara nol dan tujuh setiap tahun) di utara (Filipina dan Mikronesia) (selama abad yang lalu; Kubota dan Chan, 2009; Kubota et al., 2012; Kubota, 2012) dan kurang dari 1,5 di sisi selatan (Australia) (selama dua dekade terakhir abad terakhir; Hall et al., 2001). Mereka jauh lebih jarang (seperti yang dilaporkan oleh Chang et al., 2003; Gambar 6.19(a)) dan tidak banyak berkembang selama laut pedalaman dan pulau-pulau di IMC (disebut “badai tropis” dalam bahasa Indonesia-Melayu), yang dapat disimulasikan dengan model numerik resolusi tinggi (penyelesaian kumulus) (Fudeyasu et al., 2008(b)) (Gambar 6.19(b)–(e)). Karena ITCZ bergeser setiap tahun tetapi tidak sepenuhnya mengikuti siklus tahunan radiasi Matahari yang lemah (Gambar 4.5), dan ini menyangkut generasi topan terutama di subtropis utara (sering di utara dari 20° LU di musim panas boreal), selain itu, terutama melibatkan ISV (karena pergeseran ITCZ ke selatan tidak begitu dalam bahkan di musim panas Australia). Namun, beberapa topan yang sangat kuat (seperti kasus dan “topan super” Haiyan (Yolanda, T1330) pada tahun 2013, serta satu lagi pada tahun 1912 hampir 100 tahun yang lalu, dan yang kurang kuat seperti yang dilaporkan oleh Holliday dan Thompson (1986), di antara mereka hampir setiap sekitar tiga dekade) telah dihasilkan dan dikembangkan sangat lama (untuk beberapa hari sedikit lebih selatan dari) 10° LU (Kubota, 2014, komunikasi pribadi) . Di sisi lain, bahkan di dekat Amerika Selatan dengan air laut yang sejuk, pemanasan baru-baru ini dapat menghasilkan siklon tropis (Pezza dan Simmonds, 2005).



Ket.: (a) Vamei (Chang et al., 2003), dan (b)–(e) Isobel (Fudeyasu et al., 2008b). (f)–(g) Gangguan pusaran skala sub-sinoptik lainnya yang disebut "Borneo vortex" (Chang et al., 2003)

Gambar 6.18 Siklon Tropis Dekat Khatulistiwa

Setelah melewati daratan, siklon tropis meluruh secara bertahap karena kehilangan pasokan air dan peningkatan suhu gesekan pada permukaan bawah. Proses *spin down* ini dapat dinyatakan dengan Persamaan (6.45) dengan $\dot{\eta}=0$, dan waktu peluruhan skala diberikan oleh $H/\sqrt{Kf} \sim 1$ hari. Kontras gesekan antara permukaan laut dan darat juga membuat tingkat divergensi rendah serta *downdraft* udara atas dengan vortisitas besar di daerah dengan angin bertiup dari darat ke laut (misalnya di sisi barat untuk mendarat di garis pantai barat-timur di belahan Bumi utara), yang membuat pergeseran siklon pusat sebagai penyebab siklon tropis 'aneh' sesaat sebelum mencapai daratan. Setelah meluruh, beberapa siklon tropis menjadi siklon ekstratropis dan berkembang lagi. Untuk bacaan lebih lanjut tentang siklon tropis,

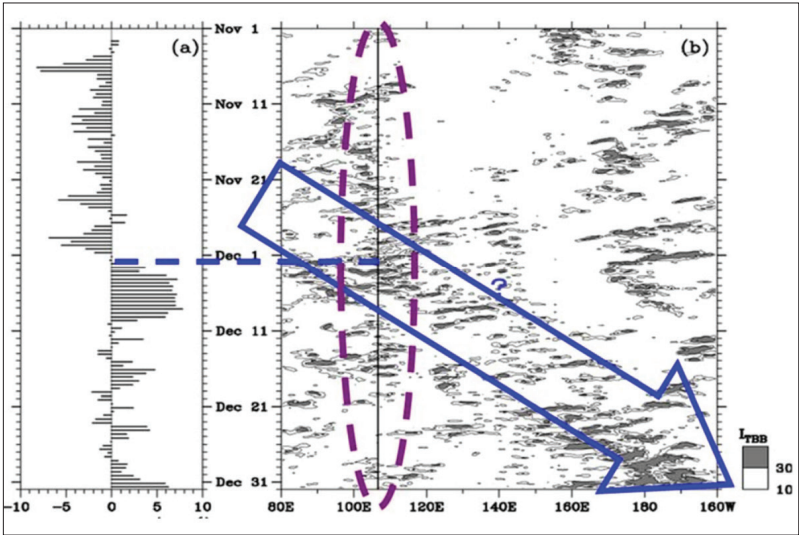
lihat konveksi dan awan buku teks dinamika (misalnya, Houze, 1993; Emanuel, 1994), dan juga tinjauan proyek terkini (Moncrieff, et al., 2012).

D. Variasi Intramusiman

1. Observasi

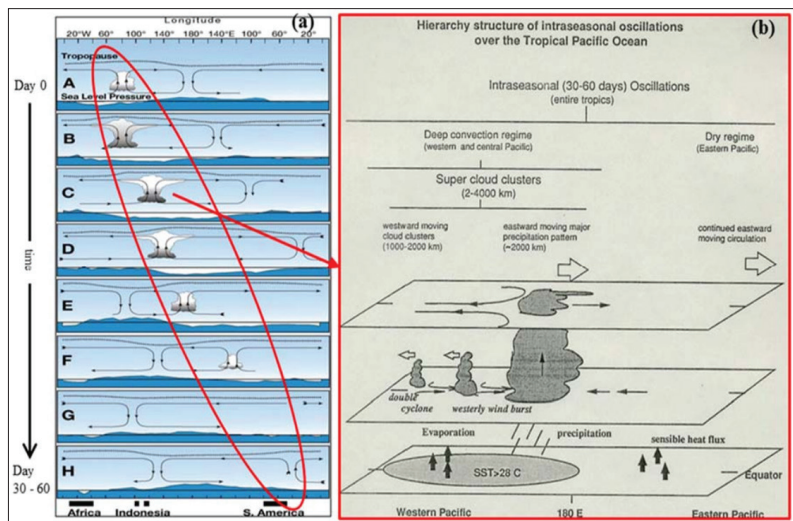
Takayabu dan Nitta (1993) mengklasifikasikan gugus awan tropis yang terorganisasi di atas lautan tropis menjadi dua kategori. Salah satunya adalah siklon tropis dengan bentuk pusaran yang dihasilkan jauh dari khatulistiwa dan bergerak bersama skala besar dalam wilayah terbatas (seperti di Pasifik barat laut dan Asia timur) selama satu hingga beberapa minggu sampai meluruh, yang telah diuraikan pada bagian sebelumnya; yang lainnya adalah variasi intramusiman (ISVs), dijelaskan dalam bagian ini, yang dihasilkan seperti pola Gill-Matsuno (Gambar 5.8 dan 5.9) dan selalu bergerak ke arah timur sepanjang khatulistiwa di atas lautan atau terkadang melalui lautan selama berminggu-minggu hingga dua bulan. Mode ISV yang paling dominan ditemukan secara observasional oleh Madden dan Julian (1971, 1972), dan disebut osilasi Madden-Julian (MJO), Nakazawa (1988) menunjukkan struktur hierarki MJO dengan superklaster (dengan skala horizontal ≥ 103 km) yang melibatkan klaster berskala lebih kecil (~ 102 km) dari masing-masing awan (≤ 101 km), dan bahwa klaster yang lebih kecil bergerak ke arah yang berbeda (sering berlawanan) dari klaster super (Gambar 6.20). Secara skematis ditunjukkan pada Gambar 6.21, superklaster MJO mulai berkembang dengan anomali permukaan tekanan rendah dan konvergensi kelembapan lapisan batas di atas Samudra Hindia, pemanasan dan sirkulasi anomali (mirip Walker) di troposfer, dan naik dari tropopause. Sistem bergerak secara bertahap ke arah timur sekitar 5 m/s (~ 430 km/hari, sesuai kira-kira dengan periode 1, 1,5, atau 3 bulan untuk masing-masing bilangan gelombang zonal 3, 2, atau 1) dan menjadi paling aktif di Pasifik barat. Setelah mencapai Pasifik tengah yang lebih dingin daripada kolam hangat barat, sistem secara bertahap melemah, meskipun kadang-

kadang anomali terus bergerak lebih ke arah timur di seluruh dunia (Takayabu et al., 1999). MJO seperti pola Matsuno-Gill yang terdiri dari gelombang ekuator Kelvin dan Rossby (lihat Bagian 5.2), dan hierarkinya yang lebih kecil kemungkinan besar merupakan gelombang gravitasi campuran Rossby atau gelombang inersia-gravitasi.



Ket.: yang terdeteksi oleh (a) *wind profiler-observed* (6°S , 107°BT) semi-harian-rata-rata angin zona troposfer rendah dan (b) ITBB pengamatan satelit meteorologi 3 jam = 250 K – suhu benda hitam sepanjang 6°S (Hashiguchi et al., 1995a). Sebagai ditemukan dalam studi sebelumnya, ada superklaster yang bergerak ke timur (panah besar) dan hierarki yang lebih kecil bergerak berbeda arah. Selain itu, di dekat Pulau Jawa (garis vertikal 107°BT di (b)) siklus diurnal tampak jelas.

Gambar 6.19 Lintasan ISV



Ket.: (a) pergerakan ke arah timur dan dependensi longitudinal (Madden dan Julian, 1994) dan (b) struktur hierarki internal (Lau et al., 1989).

Gambar 6.20 Gambar skematis Madden Julian oscillation (MJO)

Wheeler dan Hendon (2004) membuat indeks MJO multivariat real-time (RMM) berdasarkan sepasang fungsi ortogonal empiris (EOFs) dari anomali harian yang dinormalisasi dari tingkat bawah/atas (850-/200-hPa) angin zonal dan ketinggian puncak awan (oleh radiasi gelombang panjang keluar). Komponen utama (RMM1 dan 2, sesuai dengan variasi amplitudo temporal) dari dua fungsi utama pertama (EOF1 dan 2, sesuai dengan distribusi konveksi zona aktif di dekat IMC dan tidak aktif di Samudra Hindia, masing-masing) dihitung dan diplot dalam bidang RMM1-RMM2 (Gambar 6.22(a)–(c)). Amplitudo MJO diberikan oleh jarak dari titik asal, dan jika kurang dari 1 (amplitudo kurang dari standar deviasi), kita definisikan bahwa MJO lemah. Fase MJO didefinisikan (diklasifikasikan menjadi 1-8) oleh lokasi azimuth, yang berputar biasanya berlawanan arah jarum jam. Misalnya, jika diplot di dekat bagian bawah (minimum RMM2), pusat konveksi terletak di Samudra Hindia, yang didefinisikan

sebagai fase 2-3. Ketika diplot di kanan (maksimum RMM1), pusat konveksi terletak di dekatnya IMC, yang didefinisikan sebagai fase 4-5. Komposit dari analisis ini untuk musim dingin boreal (Gambar 6.22(d)) terlihat dengan jelas bahwa pusat konveksi dimulai dari Samudra Hindia, melewati IMC, dan ke Pasifik barat lebih banyak propagasi ke arah timur (berkeliling) kurang jelas. Untuk musim panas boreal, MJO juga bergerak ke utara karena musim hujan (Lawrence dan Webster, 2002), yang tidak dapat ditampilkan dalam indeks RMM Wheeler-Hendon mengenai hanya pergerakan zonal. Namun, indeks ini dianggap paling berguna untuk menyatakan status MJO, dan dihitung/dilaporkan secara operasional setiap hari oleh Biro Meteorologi Australia: <http://www.bom.gov.au/climate/mjo/>, dan lembaga negara lainnya juga menggunakan ini.

MJO dianggap berinteraksi dengan fenomena atmosfer/klimatologis dari siklus diurnal hingga variabilitas antartahunan (Moncrieff et al., 2012). Pengaruh MJO pada cuaca dan iklim hampir global melalui siklon tropis (misalnya, Liebmann et al., 1994; Maloney dan Hartmann, 2001) (Bagian 6.3), variasi telekoneksi (Gambar 5.10), monsun (misalnya, Yasunari, 1979; Takeda dan Ikeyama, 1984; Lau dan Chan, 1986; Hendon dan Liebmann 1990; Wang dan Rui, 1990; Sui dan Lau, 1992; lihat juga buku yang diedit oleh Lau dan Waliser, 2005) (Bagian 4.4), ENSO/IOD (misalnya, Nitta dan Motoki 1987; McPhaden, 1999) (Bagian 5.3), dan aliran lintas Indonesia (misalnya, Gordon, 2005). Karena MJO adalah perpindahan pusat konveksi tropis dari Samudra Hindia ke Pasifik, hal ini sangat memengaruhi cuaca dan iklim regional khususnya pada IMC di antaranya. Awal musim hujan di belahan selatan IMC (Bagian 4.4) ditentukan oleh ISV (Ha shiguchi et al., 1995a) (lihat Gambar 6.20), dan melalui musim hujan, curah hujan di atas IMC sebenarnya meningkat selama fase aktif/basah yang mode dominan (MJO) dari ISV (Murata et al., 2002, 2006; Shibagaki et al., 2006a, b; Seto et al., 2006; Johnson dan Ciesielski, 2013; Marzuki et al., 2013), khususnya di laut sekitarnya yang lebih besar daripada di pulau-pulau besar (Hidayat dan Kizu, 2009). Hierarki yang lebih pendek menyerupai gelombang campuran Rossby-gravitasi dan/atau

inersia-gravitasi dengan periode beberapa hari juga telah diamati terutama di dekat ujung timur/barat (sisi Samudra Pasifik dan Hindia) dari IMC (Takayabu et al., 1996; Widiyatmi et al., 1999, 2001). Curah hujan diurnal dengan skala yang lebih kecil dapat dimodifikasi dengan skala yang lebih besar ISV (Hashiguchi et al., 1995; Widiyatmi et al., 1999, 2001; Murata et al., 2002, 2006; Shibagaki et al., 2006; Rauniyar dan Walsh, 2011; Kanamori et al., 2013; Peatman et al., 2014), seperti siklus musiman/monsun (Hashiguchi et al., 1995; Renggono et al., 2001; Hamada et al., 2002; Okamoto et al., 2003; Sakurai et al., 2005; Xie et al., 2006; Araki et al., 2006; Koseki et al., 2013). Modifikasi/interaksi tersebut dapat memperkuat siklus diurnal (Bagian 6.1) dan menyebabkan hujan lebat di IMC barat (Wu et al., 2007, 2013).

Secara bersamaan, pengaruh keberadaan IMC terhadap struktur dan pergerakan MJO cukup besar. Berdasarkan pengamatan kluster awan oleh satelit dan analisis objektif selama sekitar satu tahun, Nitta et al. (1992) menunjukkan modifikasi (seperti propagasi di sisi selatan khatulistiwa) ISV. Dengan menggunakan analisis yang lebih sistematis serta data tahun yang lebih panjang, pada dasarnya hasil serupa juga dikonfirmasi baru-baru ini oleh Zhang dan Ling (2017). Mori et al. (2004), Wu et al. (2009b), dan Ogino et al. (2016) telah menunjukkan dominasi sisi laut dari curah hujan siklus diurnal sebagai CHer (lihat Bagian 4), yang konsisten dengan bukti lain oleh Hidayat dan Kizu (2009) bahwa korelasi ISV curah hujan juga lebih tinggi daripada di sisi laut. Siklus air yang secara kasar tertutup secara lokal dan pelepasan energi yang sedikit terbuka berakhir IMC konsisten dengan sebagian besar ISV (*super cloud clusters*) yang meluruh/memodifikasi setelah melalui IMC. Sistem awan yang terlibat/dipertahankan dalam ISV yang bermigrasi ke arah timur di atas Samudra Hindia mengalami peluruhan hingga hampir selesai konsumsi air untuk curah hujan di sore hari setempat diikuti dengan suasana cerah di pagi hari setempat. Di dalam prosesnya, curah hujan lokal menjaga siklus diurnal tetapi jumlahnya dapat dipengaruhi oleh kelembapan, stabilitas stratifikasi, dan medan angin yang terkait dengan ISV. Oleh karena itu, siklus diurnal dapat diperkuat oleh ISV dan, dalam skala waktu yang lebih

lama, dengan siklus tahunan ITCZ (Sakurai et al., 2005; Wu et al., 2007, 2013).

MJO/ISVs adalah fenomena yang terutama terjadi di lautan terbuka, dan memerlukan pengamatan khusus karena tidak ada pengamatan yang padat (pulau-pulau itu sendiri tidak begitu banyak khususnya di Samudra Hindia). Proyek pengamatan ilmiah terintegrasi berbasis darat, kapal, dan luar angkasa yang berfokus pada MJO dimulai pada tahun 1992 di Pasifik barat (Webster dan Lukas, 1992; Nakazawa, 1995) dan pada tahun 2006 di Samudra Hindia (Yoneyama et al., 2008, 2013).

2. Studi Teoretik dan Numerik

Seperti disebutkan dalam Bab V, terdapat berbagai gelombang atmosfer di zona angin pasat tropis (timur). Pada awal perkembangan ilmu meteorologi tropis berdasarkan fisika dan pengamatan sekitar setengah abad yang lalu, studi tentang stabilitas dari aksisimetris timuran untuk menghasilkan gelombang timuran tersebut telah dilakukan, mengikuti hasil yang sukses pada gelombang baratan lintang tengah (ketidakstabilan baroklinik pada siklon ekstratropis). Namun, suasana tropis barotropik (arti aslinya adalah ρ hanya fungsi dari P , dan dengan demikian, T konstan secara horizontal) dan tidak ada gaya geser vertikal oleh hubungan termal-angin (Persamaan 4.11), yaitu dinamika menjadi horizontal dan dua dimensi. Dalam hal ini, persamaan gelombang ekuator (5.9) dapat ditulis dengan asumsi $|m| \rightarrow 0$, $H \rightarrow \infty$ dan $|\omega| \ll N$, dan memulihkan suku geser horizontal $\partial U / \partial y$,

$$\frac{d^2 V}{dy^2} - \left(k^2 + \frac{k \tilde{\beta}}{\varpi} \right) V = 0 \quad (6.49)$$

di mana

$$\tilde{\beta} \equiv \frac{d\bar{q}}{dy} = \beta - \frac{d^2 U}{dy^2} = \beta + \frac{1}{k} \frac{d^2 \varpi}{dy^2} \quad (6.50)$$

adalah gradien meridional dari vortisitas vertikal dan sering disebut β efektif (Persamaan 6.47) memiliki solusi netral (dengan ω riil) yang sesuai dengan gelombang Rossby (barotropik).

Pada saat $\beta=0$, katakanlah $\beta=-d^2U/dy^2$ maka Persamaan (6.49) disebut persamaan Rayleigh yang mana solusi paling dasar dengan kondisi batas,

$$\tilde{V}(y_1) = \tilde{V}(y_2) = 0 \quad (6.51)$$

Di dalam teori kestabilan hidrodinamika, Jika kita memilih nilai eigen pada $\bar{\omega} = \bar{\omega}_r + i\bar{\omega}_i$, dan menentukan instabilitasnya jika harga eigen memenuhi $\omega_i > 0$ yaitu $V = V_0 \exp(\omega_i t)$ untuk $t \rightarrow \infty$. Strategi lain adalah memperoleh teorema integrasi sebagai berikut: $V^* \cdot (1.89) - V \cdot (1.89)$, dengan $*$ adalah konjugat kompleks,

$$\frac{d}{dy} I \left[V^* \frac{dV}{dy} \right] = -\omega_i \frac{k\tilde{\beta}}{|\omega|^2} |V|^2 \quad (6.52)$$

kemudian kita integrasikan dengan batas integrasi $y_1 < y < y_2$ maka dengan syarat batas di atas diperoleh,

$$\omega_i k \int_{y_1}^{y_2} \tilde{\beta} \frac{|V|^2}{|\omega|^2} dy = -I \left[V^* \frac{dV}{dy} \right]_{y_1}^{y_2} = I \left[V \frac{dV^*}{dy} \right]_{y_1}^{y_2} = 0 \quad (6.53)$$

Jika solusi tak stabil $\omega_i > 0$ maka integrasi sisi sebelah kiri harus nol, yaitu integran mengubah tanda pada sembarang titik di $y_1 < y < y_2$. Karena $V^2 > \bar{\omega}^2$ seperti yang disyaratkan $\beta=0$, maka

$$\frac{d^2U}{dy^2} = \beta \quad , \quad y_1 < y < y_2 \quad (6.54)$$

Ini dinamakan teorema Kuo pada ketidakstabilan barotropik (Kuo 1949). Bentuk kriteria ketidakstabilan yang lain diperoleh dengan substitusi $v = \bar{\omega}V$ ke Persamaan (6.47) dan (6.48) sehingga diperoleh,

$$\varpi \frac{d^2 V}{dy^2} + 2 \frac{d\varpi}{dy} \frac{dV}{dy} - k^2 \left(\varpi + \frac{\beta}{k} \right) V = 0 \quad , \quad V(y_1) = V(y_2) = 0 \quad (6.55)$$

Dengan meletakkan operasi diferensial antara persamaan pertama dikalikan dengan ϖV^* , kompleks konjugat dikalikan dengan $\varpi^* V$, dan mengintegrasikan antara $y_1 < y < y_2$ maka diperoleh,

$$U_{\min} - \frac{\beta}{2k^2} < c_r < U_{\max} \quad (6.56)$$

Di sisi lain, dengan menjumlahkan mereka dan mengintegrasikan (suku ω_i^2 konstan sehingga dikeluarkan dari integral) maka,

$$\left(c_r - \frac{U_{\min} + U_{\max}}{2} \right)^2 + c_i^2 \leq \left(\frac{U_{\min} + U_{\max}}{2} \right)^2 + \frac{\beta}{2k^2} (U_{\max} + U_{\min}), \quad c_i > 0 \quad (6.57)$$

di mana $c - U = \bar{\omega} k$, $c_r - U = \bar{\omega}_r k$, $c_i = \bar{\omega}_i k$. Ini disebut teorema Pedlosky (Pedlosky, 1964, 1979) 77. Selain itu, Linzen dan Rosenthal (1983) dan Lindzen et al. (1983) mengusulkan untuk menerapkan konsep yang disebut refleksi berlebihan terhadap masalah ketidakstabilan barotropik tropis, di mana gelombang yang tidak stabil digantikan oleh refleksi gelombang Rossby netral pada titik kritis (Persamaan 5.30) dengan reflektivitas > 1 . Hal ini memberikan pemahaman yang menyatu dengan interaksi aliran rata-rata gelombang (Bagian 5.4): pada titik kritis, jika aliran stabil, aliran rata-rata dipercepat dengan menyerap gelombang; sedangkan jika tidak stabil, gelombang menguat dengan mengekstraksi energi dari aliran rata-rata. Untuk selanjutnya, rincian masalah ketidakstabilan dapat dilihat dalam buku teks dinamika (misalnya, Bab VII dari Charney, 1973; Pedlosky, 1979; Lindzen, 1980; Holton, 1992).

Setelah pendekatan ketidakstabilan barotropik tidak berhasil, teori gelombang netral dan paksa yang disebutkan dalam Bab V dikembangkan. Zona khatulistiwa dalam radius deformasi (Persamaan 4.21) adalah “pandu gelombang” (Gill, 1982) untuk gelombang

ekuator yang merupakan MJO. Seperti disebutkan di Bagian 4.1, jika Bumi adalah “aqua-planet” tanpa tanah apa pun, pada dasarnya akan ada struktur zonal (panel sisi kanan Gambar 4.7), dan ITCZ di dekat ekuator tidak homogen tetapi melibatkan MJO/ISV. Dengan kata lain, batas zonal-memanjang yang tetap atau zonal/musiman rata-rata ISV menjadi sirkulasi Hadley (Gill, 1980; Kosaka dan Matsuda, 2005). Gelombang tersebut juga menguntungkan untuk mekanisme CISK dan WISHE yang disebutkan di bagian sebelumnya, yaitu dianggap lebih masuk akal juga untuk ISV. Khususnya mekanisme gelombang-CISK (Y. Hayashi, 1970; Lindzen, 1974), yang tidak mengasumsikan *Ekman pumping*, dianggap memainkan peran utama untuk menghasilkan ISV seperti MJO, setelah eksperimen numerik perintis yang sukses tentang “aqua planet” oleh Y.-Y. Hayashi dan Sumi (1984), yang juga menunjukkan bahwa ISV/MJO adalah fitur utama pada sistem atmosfer-laut khatulistiwa (tanpa darat atau di atas lautan terbuka yang sebenarnya), menggantikan citra ITCZ homogen stabil yang dicitrakan sejak Hadley. Ketika kita termasuk pemanasan lokal Q dan menggantikan parametrisasi kumulatif Ooyama (Persamaan 6.23) dan kedalaman yang setara (Persamaan 5.12), persamaan termodinamika (5.7) untuk gelombang ekuatorial dapat ditulis ulang sebagai berikut,

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + U \frac{\partial \phi}{\partial x} + gH \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) \approx \eta \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right), \quad \eta > 0 \quad (6.58)$$

di mana $\sqrt{gH}$ adalah kecepatan fase persoalan gelombang perairan dangkal. Jika pemanasan ada dan cukup kuat ($\dot{\eta} > gH$), kita memiliki $\bar{\omega} < 0$ dan berharap bahwa setiap mode tidak stabil ($\bar{\omega} = \omega_r$, $\omega_i > 0$) ada (Chang dan Lim, 1988). Numaguti dan Hayashi (1991) meneliti hasil model aqua-planet sebagai Kelvin wave-CISK, dan menunjukkan bahwa hasilnya cukup sensitif terhadap skema parametrisasi kumulatif. MJO dicatat juga sebagai pemicu (atau miniatur) dari variasi antartahunan, seperti ENSO (Lau et al., 1989; Lau dan Peng, 1990) dan IOD. Di sisi lain, mekanisme WISHE (Emanuel, 1987; Neelin et al., 1987) diharapkan bekerja jika terjadi situasi seperti gelombang

timur: kecepatan angin, penguapan, dan pemanasan laten lebih kuat di sisi timur (di mana angin yang terganggu juga timur) dari daerah *updraft* konvektif daripada di sisi barat. Pemanasan laten diferensial ini dapat mengintensifkan gelombang merambat ke arah timur (Kelvin atau inersia-gravitasi) dengan struktur fasa bahwa sisi timur lebih hangat dari sisi barat.

Bagaimanapun, pendekatan semi-teoretis ini masih hanya berhasil secara kualitatif dan belum dijelaskan skala waktu serta ruang dominan aktual (bilangan gelombang zona dan kecepatan fasa 1–3 dan ~ 5 m/s) terlalu ketergantungan sensitif pada skema parametrisasi kumulus (Numaguti dan Hayashi, 1991) belum mapan. Di sisi lain, model penyelesaian awan (Miura et al., 2007; Nasuno et al., 2009; Liu et al., 2009) menunjukkan hasil simulasi yang sukses untuk beberapa acara MJO. Eksperimen numerik yang menggunakan model ini (Takasuka et al., 2015) mengonfirmasi bahwa MJO/ISV di planet aqua dimodifikasi secara substansial jika daratan seperti IMC memblokir “panduan gelombang” sama sekali. Namun, teori yang benar-benar memuaskan untuk MJO/ISV belum ditetapkan sehingga prediksi masih kurang baik (Waliser, 2012). Untuk perincian lebih lanjut, lihat beberapa artikel ikhtisar (Madden dan Julian, 1994; Lau dan Waliser, 2005; Zhang, 2005, 2013; Yoneyama et al., 2008, 2013). Zhang (2013) menyebutkan bahwa MJO adalah “menjembatani cuaca dan iklim”. Di atmosfer laut tropis dan mungkin juga di ekstras tropis (termasuk alasan prediktabilitas) itu benar. Namun, di wilayah tropis siklus tahunan (yang mendasar dalam klimatologi ekstras tropis) hanyalah komponen kedua, tetapi siklus diurnal adalah yang pertama. Dalam arti ini, ISV termasuk MJO di daerah tropis seperti variasi antartahunan. Tentu saja setidaknya atmosfer tidak terbatas dalam ruang dan waktu, serta kita perlu membangun meteorologi teoretis yang mulus dan klimatologi yang menghubungkan laut tropis, daratan tropis, dan atmosfer ekstras tropis. Mungkin MJO/ISV di atas lautan dan siklus diurnal di atas daratan sama-sama penting dan bekerja sama untuk mempertahankan energi dan air siklus dalam sistem iklim bumi.

Latihan

- 1) Jika $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ dan RH 80%, bagaimana ini akan menjadi awan atau hujan?
- 2) Pada muka laut, $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ dan RH = 80%, bagaimana batas awan jika ada?
- 3) Apa yang diperlukan untuk mewujudkan bawah awan sebagai diestimasi di subbab 6.2?
- 4) Jika awan dibangkitkan oleh 1 km^3 uap air jenuh dengan $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, $p = 100\text{ hPa}$ dan densitas 1 kg/m^3 dan menghilang setelah turun hujan pada area 1 km^2 , bagaimana hujan berat terjadi?

Jawab:

- 1) Secara kasar, dari fase diagram (dengan menyelesaikan Persamaan (6.7) dengan $\theta = \theta_e (T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}) \times 0.8 = 23\text{ hPa} \times 0.8 = 18\text{ hPa}$ yang mana akan sama dengan θ (pada $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, yaitu temperatur *dew point*) sehingga jika T mendingin ke $16\text{ }^{\circ}\text{C}$ maka ini mungkin berawan atau hujan.
- 2) Dari jawaban 1 maka batas bawah awan harus $T = 16\text{ }^{\circ}\text{C}$ dan dengan menggunakan *lapse rate* adiabatik kering di bawah batas bawah awan, yaitu $20\text{ }^{\circ}\text{C} - 16\text{ }^{\circ}\text{C} / \Gamma \sim 400\text{ m}$.
- 3) Pada umumnya, profil- T (sebagaimana diobservasi dengan radiosonde) adalah lebih lambat dari Γ dan LCL lebih hangat daripada *dew point*. Awan tidak dapat dibangkitkan oleh udara yang tinggal di LXL, tetapi oleh udara yang terangkat dari tanah (untuk contoh oleh kemiringan gunung atau oleh konveksi akibat permukaan tanah yang hangat).
- 4) Awan akan mengandung air $1\text{ kg/m}^3 \times 10^9\text{ m}^3 \times 23\text{ hPa}/1000\text{ hPa} = 2.3 \times 10^7\text{ kg}$. Dengan menggunakan densitas air 10^3 kg/m^3 maka banyaknya curah hujan adalah $2.3 \times 10^7\text{ kg}/10^3\text{ kg/m}^3/10^6\text{ m}^2 = 2.3 \times 10^{-2}\text{ m} = 23\text{ mm}$.

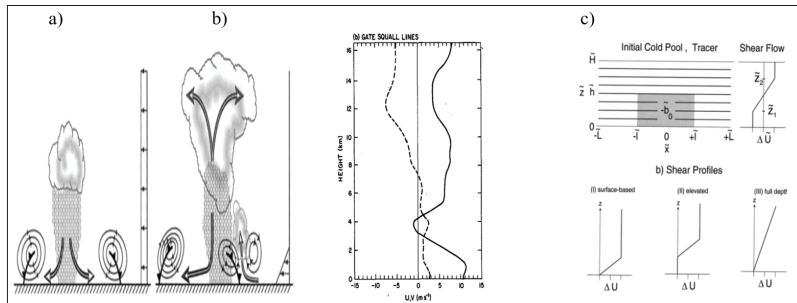
E. Struktur Garis Badai di Tropis

Salah satu fenomena yang mengerikan terkait dengan curah hujan adalah badai (*storm*) yang memunculkan angin kuat dan hujan lebat. Di Indonesia, fenomena badai ini kuat sudah sering terjadi. Badai di BMI umumnya muncul dalam bentuk vortex dan garis badai (*squall line*). Karena vortex sudah dibahas pada bab sebelumnya maka dalam subbab ini akan berfokus pada garis badai (*squall line*).

Pada saat terjadi *updraft* (konveksi) terjadilah awan cumulus, di mana setelah turun hujan yang diikuti dengan *downdraft* maka awan akan habis. Habisnya awan cumulus ditandai dengan terbentuknya dua kutub (*cold pool*) dingin di kanan dan kiri awan. Nah, ada awan hujan yang tak habis-habis, bergerak berbentuk garis yang dinamakan *squall line*. Apa penyebabnya? Hadirnya *squall line*, Newton (1950): ada *downdraft* (turun hujan) dan *updraft* (konveksi) karena terdapat *shear* yang berlawanan di bawah ($U_2 < U_1$ *shear* negatif) dan atas ($U_2 > U_1$ *shear* positif)). Ludlam: adanya *updraft* yang kuat untuk mempertahankan *long-live cell*. Teori Lilly: eksistensi *angle shear* di *supercell thunderstorm*. Rotunno, Klem, dan Weisman (RKW 88) mengusulkan teori bahwa pada saat terjadi hujan maka di permukaan tanah terjadi *shear* yang kuat dengan ($U_2 < U_1$ *shear* negatif), *shear* negatif ini akan menimbulkan transpor momentum ke atas (*updraft*) sehingga menimbulkan konveksi ke atas (*new cell*) yang memberikan input uap air sehingga awan kumululus tidak habis (terdisipasi) lihat Gambar 6.22.

Kritik terhadap teori garis badai (*squall line*) menyatakan bahwa model RKW terlalu fokus pada interaksi *cold-pool-shear* yang merupakan penyederhanaan yang berlebihan karena mengabaikan sirkulasi garis badai skala besar. Model tidak mendukung hubungan yang kuat antara karakteristik geser tingkat rendah dan garis badai. Yang lainnya mengajukan teori alternatif untuk menjelaskan pengangkatan dalam (*inner up lift*) yang disebabkan oleh interaksi *cold-pool-shear*. Pada dasarnya, teori RKW tentang garis badai berkaitan dengan bagaimana tipikal badai petir, yang menjalani siklus hidup 30–50 menit (misalnya, Byers dan Braham, 1949), dapat dibuat ulang di sepanjang

garis. RKW mengusulkan cara berpikir sederhana tentang bagaimana geser tingkat rendah meningkatkan proses regenerasi, yaitu untuk kolam dingin yang menyebar di lingkungan tanpa geser, sirkulasi di tepi front seperti yang dijelaskan untuk arus kerapatan klasik (misalnya, Simpson, 1997).



Ket.: (adopsi dari Rotunno et al 1988), a) kiri, *Cool pool* menyebar menjauh dari sel konvektif yang membusuk di lingkungan tanpa *wind shear* vertikal, b) kanan, *wind shear* vertikal tingkat rendah menyeimbangkan sirkulasi *cold-pool* di sisi *downshear*, meningkatkan kemampuan regenerasi sel konvektif melalui kedalaman pengangkatan. b) profil vertikal kecepatan zonal dan meridional, c) kondisi awal untuk simulasi *cold-pool-shear*. Garis arsir menyatakan udara dingin *uniform*, garis horizontal mengindikasikan *traces* awal dan tiga profil *shear* yang umum digunakan dalam simulasi.

Gambar 6.21 Teori terjadinya *squall line*

Rumusan masalah dilatarbelakangi oleh fenomenologi yang digambarkan pada Gambar 6.22, di mana hujan dari sel badai yang meluruh dengan cepat menggigil dan memuat udara di bawahnya. Oleh karena itu, masalah mekanika fluida adalah untuk menentukan cara udara dingin menyebar di tanah dan bagaimana penyebaran ini dipengaruhi oleh gaya geser sekitar. Untuk mempelajari masalah ini, yaitu melalui cara yang konsisten dengan ide-ide yang dikembangkan dalam teori RKW, yaitu model vortisitas dua dimensi sederhana dan fungsi *stream*. Persamaan yang mengatur untuk aliran dua dimensi pada bidang x - z adalah,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + w \frac{\partial \eta}{\partial z} = -\frac{\partial b}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) \quad (6.59)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} + u \frac{\partial b}{\partial x} + w \frac{\partial b}{\partial z} = \kappa \left(\frac{\partial^2 b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 b}{\partial z^2} \right) \quad (6.60)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \eta \quad (6.61)$$

di mana η adalah vortisitas, b adalah gaya apung (*buoyancy*), ψ adalah fungsi *stream* yang terkait dengan kecepatan zonal dan vertikal $(u, w) = (\partial \psi / \partial z, -\partial \psi / \partial x)$, ν adalah viskositas kinematik, dan κ adalah konduktivitas termal. Persamaan (6.59), (6.60), dan (6.61) adalah non-dimensial dengan L adalah skala panjang, H adalah skala ketinggian, b_0 adalah skala gaya apung, $V_0 = \sqrt{b_0 L}$ adalah skala kecepatan, dan $\tau_0 = L / V_0$ adalah skala waktu. Koordinat z mempunyai domain 0 sampai h/H , dan koordinat zonal $x = \pm L_x / L$. Kondisi batas dinyatakan oleh,

$$b = \begin{cases} -1, & |x| < L_x, z < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad \eta = \begin{cases} \eta_0, & z_1 \leq z \leq z_2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6.62)$$

di mana $\eta_0 = \Delta U / \Delta z$ terkait dengan efek *shear*. Persamaan (6.59), (6.60), dan (6.61) dapat diekspresikan dalam fungsi *stream* sebagai berikut,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + J(\psi, \eta) = -\frac{\partial b}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) \quad (6.63)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} + J(\psi, b) = \kappa \left(\frac{\partial^2 b}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 b}{\partial z^2} \right) \quad (6.64)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \eta \quad (6.65)$$

di mana

$$J(A, B) = \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial z} \quad (6.66)$$

Kembali dengan sifat periodisitas aliran, maka kita ekspresikan variabel dalam bentuk ekspansi Fourier sebagai berikut,

$$\begin{pmatrix} \eta \\ b \\ \psi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\eta}(z) \\ \bar{b}(z) \\ \bar{\psi}(z) \end{pmatrix} \exp[i(kx - \omega t)] \quad (6.67)$$

dengan mengabaikan suku nonlinier maka diperoleh,

$$-i\omega\bar{\eta} = -ik\bar{b} + \nu \left(-k^2\bar{\eta} + \frac{d^2\bar{\eta}}{dz^2} \right) \quad (6.68)$$

$$-i\omega\bar{b} = \kappa \left(-k^2\bar{b} + \frac{d^2\bar{b}}{dz^2} \right) \quad (6.69)$$

$$-k^2\bar{\psi} + \frac{d^2\bar{\psi}}{dz^2} = \bar{\eta} \quad (6.70)$$

Ketiga persamaan ini dapat digabungkan menjadi,

$$\frac{d^4\bar{\psi}}{dz^4} + \left(i\frac{\omega}{\nu} - 2k^2 \right) \frac{d^2\bar{\psi}}{dz^2} + \left(k^4 - i\frac{\omega}{\nu}k^2 \right) \bar{\psi} = -i\frac{k}{\nu}\bar{b} \quad (6.71)$$

dan,

$$\frac{d^2\bar{b}}{dz^2} = \varpi^2\bar{b}, \quad \varpi^2 = k^2 - i\frac{\omega}{\kappa} \quad (6.72)$$

Persamaan ini mempunyai solusi,

$$\bar{b}(z) = \bar{b}_0 e^{-\varpi_1 z} \cos(\varpi_2 z), \quad \varpi_1 = \frac{\left(k^4 + \frac{\omega^2 k^2}{\kappa^2} \right)}{|\varpi|}, \quad \varpi_2 = -\frac{\left(\frac{\omega^3}{\kappa^3} + \frac{\omega}{\kappa} k^4 \right)}{|\varpi|}, \quad |\varpi| = \sqrt{\left(k^4 + \frac{\omega^2}{\kappa^2} \right)} \quad (6.73)$$

Persamaan (6.71) adalah persamaan diferensial tak homogen di mana solusi umum diberikan oleh fungsi Green. Namun, karena bentuk suku tak homogen telah kita ketahui maka kita dapat menggunakan metode lain yang lebih sederhana, yaitu metode transformasi Laplace. Detail metode ini dapat dilihat di Apendiks. Pada dasarnya, metode ini adalah mentransformasikan persamaan diferensial menjadi masalah aljabar melalui transformasi integral. Suatu fungsi $f(z)$ mengalami transformasi Laplace jika dia diintegrasikan oleh suatu fungsi lain yang disebut Kernel sebagai berikut,

$$F(s) = \mathcal{L}[f(z)] = \int_0^{\infty} e^{-sz} f(z) dz \quad (6.74)$$

di mana $\mathcal{L}$ adalah simbol dari transformasi Laplace. Jika kita lakukan transformasi Laplace pada Persamaan (6.71) maka diperoleh,

$$s^4\Psi - s^3\bar{\psi}'(0) - s^2\bar{\psi}''(0) - s\bar{\psi}'''(0) - \bar{\psi}''''(0) + \left(i\frac{\omega}{\nu} - 2k^2\right)(s^2\Psi - s\bar{\psi}(0) - \bar{\psi}'(0)) + \left(k^4 - i\frac{\omega}{\nu}k^2\right)\Psi = -i\frac{k}{\nu}\mathcal{L}[\bar{b}] \quad (6.75)$$

Dengan kondisi awal $\psi(0)=0$ maka,

$$s^4\Psi - s^3\bar{\psi}'(0) + \left(i\frac{\omega}{\nu} - 2k^2\right)(s^2\Psi - s\bar{\psi}(0)) + \left(k^4 - i\frac{\omega}{\nu}k^2\right)\Psi = -i\frac{k}{\nu}\mathcal{L}[\bar{b}] \quad (6.76)$$

Dan kita susun menjadi,

$$\Psi = \frac{s^3c_1 + sc_2 - i\frac{k}{\nu}\mathcal{L}[\bar{b}]}{[s^4 + \gamma_1s^2 + \gamma_2]}, \quad c_1 = \bar{\psi}'(0), \quad c_2 = \left(i\frac{\omega}{\nu} - 2k^2\right)c_1, \quad (6.77)$$

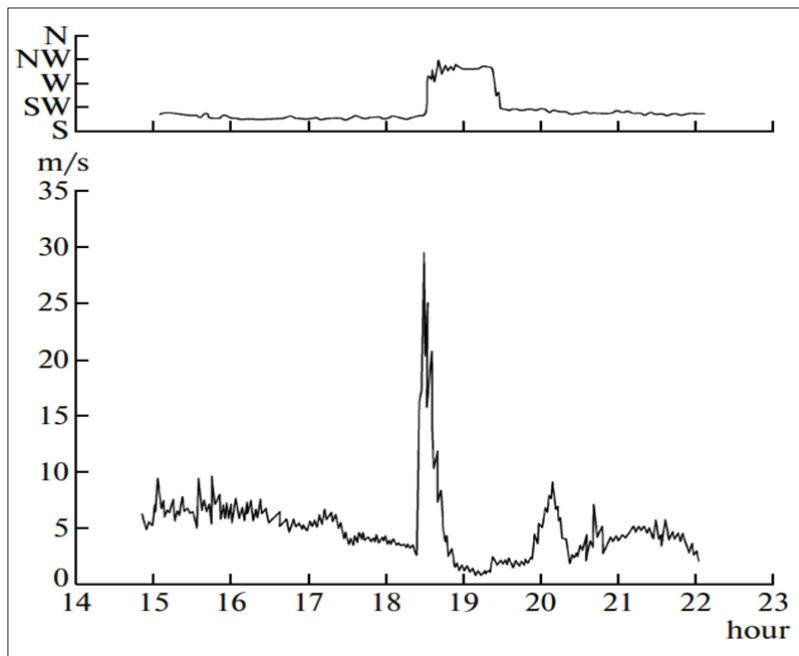
$$\gamma_1 = \left(i\frac{\omega}{\nu} - 2k^2\right), \quad \gamma_2 = \left(k^4 - i\frac{\omega}{\nu}k^2\right).$$

Dengan menggunakan tabel transformasi Laplace maka kita peroleh solusi sebagai berikut,

$$\bar{\psi}(z) = c_1 \cos(\sqrt{x_1}z) + i\left(x_1 - \frac{c_2}{c_1}\right)^{-1} \frac{k\bar{b}_0}{\nu} \left[\frac{1}{x_1} \left(\frac{\omega_1^2 + x_1^2}{c} \right)^{\frac{1}{2}} \sin(x_1z) + \frac{1}{c} e^{-\sigma_1 z} \sin(\omega_2 z) \right] \\ - i\left(x_1 - \frac{c_2}{c_1}\right)^{-1} \frac{k\bar{b}_0}{\nu} \left[\frac{1}{x_2} \left(\frac{\omega_1^2 + x_2^2}{c} \right)^{\frac{1}{2}} \sin(x_2z) + \frac{1}{c} e^{-\sigma_2 z} \sin(\omega_2 z) \right] \quad (6.78)$$

Dengan telah diketahui fungsi *stream* maka fungsi yang lain mudah dihitung.

Menurut definisi, garis badai adalah cuaca ekstrem jangka pendek dan peningkatan kuat dalam kecepatan angin rata-rata dengan awan dan hujan ekstrem. Gambar 6.22 adalah suatu pengukuran arah dan kecepatan angin saat terjadi garis badai (*squall line*). Kecepatan angin dengan laju 31 m/detik yang terjadi hanya 10 menit dengan kecepatan angin meningkat dari 3 menjadi 31 m/s, dan kemudian selama 15 menit berkurang menjadi 2 m/s. Total hidup dari badai adalah 25 menit. Perubahan arah tidak menunjukkan adanya rotasi sehingga ini mengindikasikan hadirnya gelombang soliter (soliton).



Sumber: Arsen'ev and Shelkovnikov, 2010, Moscow University Physics Bulletin, 2010, Vol. 65, No. 5, pp. 412–416

Gambar 6.22 Observasi arah dan kecepatan angin saat terjadi garis badai.

Persamaan gerak untuk garis badai akan memenuhi (Arsen'ev and Shelkovnikov, 2010),

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial \tau^x}{\partial z} + \kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (6.79)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + v \frac{\partial \zeta}{\partial y} = w \quad (6.80)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (6.81)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_0}{\partial x} - g \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (6.82)$$

di mana $\zeta(x,y)$ adalah *stream-line* permukaan, u , v , w adalah kecepatan zonal, meridional, dan vertikal, p adalah tekanan, serta ρ adalah densitas. Seperti biasa, tekanan hidrostatik (Persamaan 6.82) selalu dipenuhi $p=p_0+g\rho(z-\zeta)$ di mana p_0 adalah tekanan *background* pada $z=\zeta$.

Dari Persamaan (6.80), jika kita integrasikan dari $z=\zeta$ hingga $z=H$ di mana H adalah ketebalan lapisan batas atmosfer, maka kita peroleh,

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x}, \quad S = \int_{\zeta}^H u dz \quad (6.82)$$

di mana kita telah menggunakan syarat batas $u=w=0$ pada $z=H$. Substitusikan Persamaan (6.82) ke Persamaan (6.79) dan integrasikan dari $z=\zeta$ sampai $z=H$ diperoleh,

$$\frac{\partial S}{\partial t} = gH \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \kappa \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \tau_0^x - \tau_H^x \quad (6.83)$$

Persamaan (6.83) dan Persamaan (6.82) digabungkan menjadi,

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \kappa \frac{\partial^3 S}{\partial t \partial x^2} + \frac{\partial (\tau_0^x - \tau_H^x)}{\partial t}, \quad c = \sqrt{gH} \quad (6.84)$$

Jika suku sebelah kanan nol maka kita mempunyai persamaan gelombang gravitasi. Untuk tegangan gesek pada batas bawah dari lapisan batas atmosfer yang lebih rendah, stress dinyatakan sebagai,

$$\tau_H^x = \omega S \quad (6.85)$$

Total fluks S dapat dinyatakan melalui angin kecepatan u , jika kita menentukan model angin melalui distribusi kecepatan dengan ketinggian dalam atmosfer lapisan batas (logaritmik, parabola, atau hukum lainnya), maka model yang paling sederhana adalah model lempengan, di mana semua bagian bergerak dengan kecepatan yang sama kecuali lapisan batas atmosfer tipis setebal 10 m, serta kecepatan menurun dengan cepat ke nol. Dalam hal ini, maka gesekan terkonsentrasi di dekat $z = H$, di mana untuk stress pada $z=H$ menjadi,

$$\tau_0^x = \alpha S^2, \quad \alpha = \frac{C_g}{k^2 H^2} \quad (6.86)$$

Maka Persamaan (6.84) menjadi,

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = \kappa \frac{\partial^3 S}{\partial t \partial x^2} + \alpha \frac{\partial S^2}{\partial t} - \omega \frac{\partial S}{\partial t} \quad (6.87)$$

Hal ini merupakan persamaan tertutup dalam S sehingga pada dasarnya solusi dapat ditentukan. Solusi persamaan ini akan kita cari dalam bentuk solusi gelombang jalan, yaitu

$$S(x, t) = F(x + Vt) = F(\chi) \quad (6.88)$$

Substitusikan ke Persamaan (6.87), maka kita peroleh,

$$\kappa \frac{d^2 F}{d\chi^2} + \alpha F^2 - \omega F - V \left(1 - \frac{c^2}{V^2} \right) \frac{dF}{d\chi} = 0 \quad (6.89)$$

Jika kecepatan propagasi $V = \sqrt{gH}$ maka persamaan menjadi,

$$\kappa \frac{d^2 F}{d\chi^2} + \alpha F^2 - \omega F = 0 \rightarrow \frac{\kappa}{2} \frac{d}{d\chi} \left(\frac{dF}{d\chi} \right)^2 + \frac{\alpha}{3} \frac{dF^3}{d\chi} - \frac{\omega}{2} \frac{dF^2}{d\chi} = 0 \quad (6.90)$$

Maka kita peroleh,

$$\int \frac{dF}{F\sqrt{\beta-F}} = \sqrt{\frac{2\alpha}{3\kappa}} \rightarrow -\frac{2}{\sqrt{\beta}} \tanh^{-1}\left(\sqrt{\frac{\beta-F}{\beta}}\right) = \chi\sqrt{\frac{2\alpha}{3\kappa}}, \quad \beta = \frac{3}{2} \frac{\omega}{\alpha} \quad (6.91)$$

Maka kita peroleh solusi lengkap,

$$S = \beta \operatorname{sech}^2\left(\frac{\chi}{\Delta}\right), \quad \Delta = \sqrt{\frac{4\kappa}{\omega}} \quad (6.92)$$

$$u = \frac{\beta}{H} \operatorname{sech}^2\left(\frac{\chi}{\Delta}\right), \quad (6.93)$$

$$\zeta = \frac{\beta}{c} \operatorname{sech}^2\left(\frac{\chi}{\Delta}\right), \quad (6.94)$$

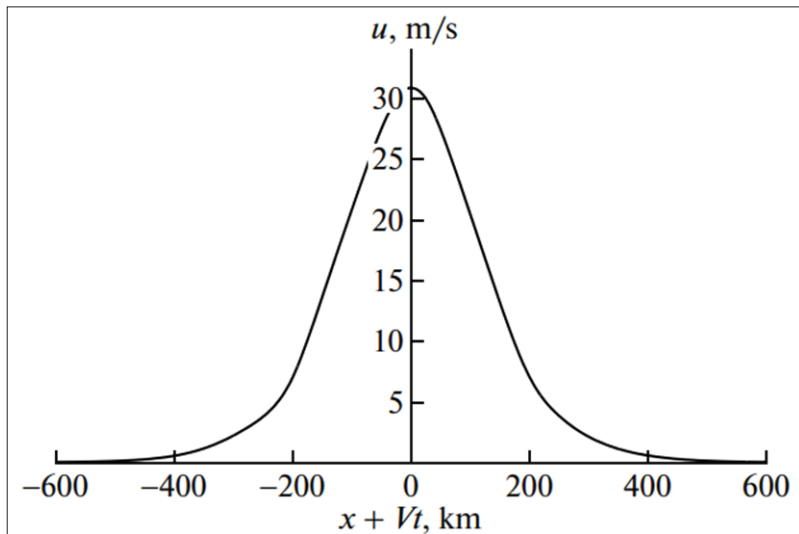
Tekanan pada permukaan Bumi yang kita observasi adalah,

$$p(z=H) = p_0 + \rho gH - \rho g \frac{\beta}{c} \operatorname{sech}^2\left(\frac{\chi}{\Delta}\right), \quad (6.95)$$

Durasi garis badai dapat diestimasi dengan rumus,

$$T = \frac{\Delta}{V} = \sqrt{\frac{4\kappa}{gH\omega}} \quad (6.96)$$

Dalam simulasi biasanya kita gunakan parameter, $C_g = 10^{-2}$, $k = 0,7$, $H = 980$ m, $p_0 = 888,4$ hPa, $g = 9,8$ m/s², $\rho = 1,3$ kg/m³, $z_0 = 0,05$ m (rumpun), $\omega = 3$ A/H², $A = 129,7$ m²/s, $\kappa = 2,16 \times 10^6$ m²/s. Dalam hal ini, $A = 147 \times 10^3$ m, $\beta = 30380$ m²/s, dan $\alpha = 2,08 \times 10^{-8}$.



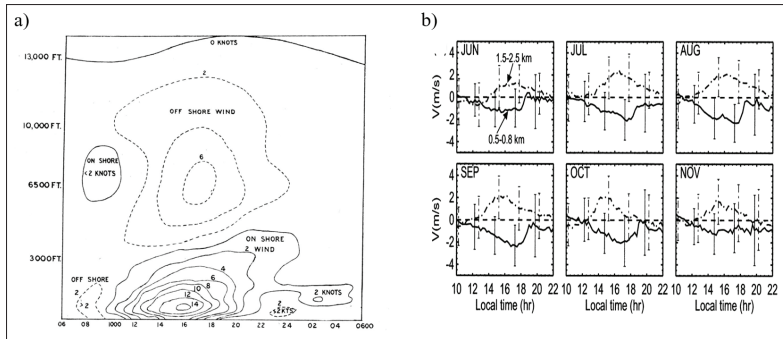
Gambar 6.23 Kecepatan zonal garis badai berdasarkan parameter di atas.

Bab VII

Sirkulasi Angin Laut – Angin Darat

A. Sirkulasi Umum

Seperti diuraikan pada bab sebelumnya bahwa dinamika atmosfer di BMI didominasi oleh mode skala lokal, model selanjutnya adalah variasi intraannual, termasuk MJO, dan berbagai macam gelombang ekuator. Jadi, pada hakikatnya, masih banyak hal yang belum terselesaikan. Dalam bab ini, kita akan mempelajari sirkulasi lokasi yang sangat penting, yaitu siklus diurnal di mana ini menarik perhatian banyak ilmuwan terkemuka di bidang meteorologi, termasuk Joseph Pedlosky. Terdapat ratusan publikasi ilmiah yang membahas *sea-breeze* dengan banyak variasi dan sampai sekarang masih menjadi riset yang sangat aktif. Dalam buku ini, hanya beberapa studi yang ditinjau, karena pembahasan secara lengkap akan sangat sulit dilakukan, kecuali dalam satu buku teks tersendiri.



Ket.: a) reproduksi dari Kimble (1946) dan b) pengamatan dengan *Boundary Layer* radar (Hadi et al., 2002).

Gambar 7.1 Variasi arah dan kecepatan angin di Jakarta (Batavia)

Penelitian tentang *sea-breeze* di Indonesia mungkin dimulai dari artikel George H. T. Kimble dan kolaborator dengan judul *Tropical Land and Sea Breeze* (with special references to the east Indies) yang dipublikasikan pada tahun 1946 di British Naval Meteorological Branch Memorandum. Yang menarik adalah Kimble merupakan seorang laksamana Angkatan Laut Inggris yang kemudian menjadi profesor geografi di Universitas McGill, Kanada. Dalam publikasinya, Kimble telah mengindikasikan bahwa sirkulasi di BMI (ia menyebutnya sebagai Hindia timur) dipengaruhi oleh kuatnya perkembangan angin lokal akibat pemanasan matahari yang intensif serta karakter pegunungan (efek topografi). Penelitian Kimble didasarkan pada pengamatan peluncuran balon, di mana pada malam hari balon selalu mengarah ke laut dan gaya angkat lebih kecil dari angin yang bertiup. Angin darat (angin dari darat) terjadi di malam hari akibat perbedaan antara efek pendinginan malam hari (melalui radiasi) di darat dan laut. Sementara laut mendingin sangat lambat (segera saat lapisan permukaan mendingin, ia tenggelam dan bercampur dengan air yang lebih hangat di bawahnya sehingga mengimbangi penurunan suhu permukaan) sehingga terjadi perbedaan suhu (gradien temperatur) yang berperan sebagai gaya dorongan massa udara (angin).

Dari Gambar 7.1(a) tersebut, dicatat bahwa angin laut muncul pertama kali (antara 900 dan 1000) bukan di permukaan tanah, di mana ia diperlambat oleh gesekan permukaan, melainkan pada ketinggian sekitar 300 kaki. Akibat gesekan permukaan yang sama, perkembangan angin yang paling intens adalah terletak sekitar 600 kaki di atas permukaan. Mula-mula perkembangan vertikal dari angin laut cepat, setelah mencapai ketinggian sekitar 3.000 kaki, angin jauh lebih lambat. Di atas, angin (*breeze*) terus berlanjut lama dan setelah itu menghilang di permukaan. Hidup angin tersebut kira-kira 1100 hingga 1800, pada 4.000 kaki (dekat puncak angin laut). Gangguan atmosfer diurnal secara keseluruhan meluas hingga setidaknya 11.000 kaki serta angin darat sangat dangkal (umumnya tidak lebih dari 600 kaki) dan sangat lemah (tidak sering di atas 2 knot). Hal penting lain yang tidak ditunjukkan oleh grafik adalah bahwa topografi daratan sangat bervariasi dan diketahui memengaruhi pola angin diurnal pulau-pulau hingga setidaknya 50 mil sebelah utara Batavia, serta dari arah laut, wilayahnya bahkan lebih terpencil. Misalnya di Mercusuar Discovery Eastbank, yang berjarak sekitar 100 mil dari bagian terdekat pesisir Jawa dan berada di pulau yang sangat kecil sehingga mampu menghasilkan efek konveksi signifikan bahwa kecepatan angin maksimum. Sirkulasi angin laut dengan dimensi yang agak mirip biasanya diamati di sepanjang pesisir Afrika yang berada di ekuator. Hal ini disebabkan oleh suhu udara di atas tanah rata-rata lebih rendah dari suhu udara di atas laut, dan karena itu, setiap angin laut yang terbentuk pasti akan bertahan kurang dari 12 jam. Pada kenyataannya, angin laut jarang bertahan lebih dari 9 jam (di Batavia rata-rata dari tahun 1030 hingga 1810), sementara angin darat mungkin terlihat selama 14 jam atau lebih.

Penelitian lebih lanjut (masa kini) yang dilakukan oleh Hadi et al. (2002) menunjukkan bahwa sinyal angin laut yang terdeteksi oleh radar lapisan batas (*boundary layer radar*) terdefinisi dengan sangat baik selama bulan-bulan musim kemarau, yaitu Juli-Oktobre. Sepanjang bulan-bulan ini, pengamatan radar menunjukkan bahwa pada sore hari, intensifikasi aliran angin laut berada pada kisaran

ketinggian 0,5–0,8 km antara 1700 dan 1800 LT, yang tidak dijelaskan oleh pengukuran permukaan (lihat Gambar 7.1(b)). Lebih lanjut, intrusi angin laut di atas lokasi radar terjadi lebih awal pada hari berawan, sedangkan intensitas sirkulasi angin laut melemah karenanya. Pada musim hujan bulan Januari dan Februari, variasi angin diurnal dicirikan oleh peningkatan aliran darat pada siang hari, dan tidak terkait dengan sirkulasi angin laut.

Persamaan pembangun untuk sistem ini adalah persamaan kekekalan momentum, persamaan kontinuitas, dan persamaan termodinamika, baik untuk temperatur maupun kelembapan yang merupakan ciri Benua Maritim Indonesia (BMI). Jika persamaan ini dituliskan kembali dalam notasi vektor berturut-turut menjadi,

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \beta y \hat{k} \times \vec{u} - g \hat{k} + \vec{F} \quad (7.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \rho + \rho \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (7.2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \theta = \kappa \nabla^2 \theta + \frac{1}{\Pi} \frac{\partial Q}{\partial t}, \quad \Pi = C_p \left(\frac{p}{p_0} \right)^\kappa \quad (7.3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \phi = \kappa' \nabla^2 \phi + s \quad (7.4)$$

di mana $\mathbf{u}=(u,v,w)$ adalah kecepatan zonal, meridional, dan vertikal, θ adalah potensial temperatur, dan ϕ adalah kelembapan. Biasanya, $\mathbf{u}$ huruf tebal adalah bentuk lain dari u vektor (tanda panah di atasnya) dan Π adalah fungsi Exner.

Sebelum melangkah lebih jauh, mari kita mengenal suatu aproksimasi yang sering digunakan, yaitu aproksimasi Bousinesq. Aproksimasi ini pada dasarnya menganggap bahwa densitas secara horizontal homogen dan hanya bervariasi secara vertikal. Variasi densitas dalam arah horizontal adalah gangguan terhadap densitas vertikal. Dalam aproksimasi Boussinesq, maka suku tekanan dan suku gaya gravitasi menjadi,

$$\frac{1}{\rho} \nabla p \approx \frac{1}{\rho_0} \nabla p' \quad , \quad \frac{1}{\rho} g \approx \frac{\theta'}{\theta_0} g \quad , \quad \frac{1}{\rho_0} \nabla p = \theta_0 \nabla \Pi \quad (7.5)$$

dengan tanda nol menyatakan kondisi *background* (sekitarnya). Jadi, persamaan gerak atau persamaan kekekalan momentum dalam bentuk potensial temperatur akan ditulis menjadi,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \beta y v = -\theta_0 \frac{\partial \Pi}{\partial x} + F_x \quad (7.6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \beta y u = -\theta_0 \frac{\partial \Pi}{\partial y} + F_y \quad (7.7)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\theta_0 \frac{\partial \Pi}{\partial z} - \frac{\theta'}{\theta_0} g + F_z \quad (7.8)$$

Salah satu fenomena skala meso adalah sirkulasi *sea breeze*, yaitu suatu sirkulasi yang berkaitan dengan apa yang umumnya kita kenal dengan nama angin gunung dan angin laut. Dengan perhatian terutama pada sikulasi antara daratan dan lautan, maka aliran dapat dipandang dua dimensi, yaitu arah laut-darat (sumbu-x) dan arah vertikal (sumbu-z). Dalam meteorologi, sumbu-x sering disebut sebagai arah zonal, sumbu-y sebagai arah meridional, dan sumbu-z sebagai arah vertikal. Asumsi lebih lanjut, gaya viskos dan suku nonlinier diabaikan maka Persamaan (7.6) dan (7.8) menjadi,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\theta_0 \frac{\partial \Pi}{\partial x} \quad (7.9)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\theta_0 \frac{\partial \Pi}{\partial z} - \frac{\theta'}{\theta_0} g \quad (7.10)$$

Dalam sirkulasi ini, potensial temperatur dipandang sebagai superposisi dari potensial rata-rata atau potensial *backgorund* ($\theta_0(z)$), yang merupakan fungsi dari ketinggian dan potensial variasi (θ')

(x, z, t)) karena adanya sirkulasi. Potensial *background* menyatakan suatu potensial yang selalu ada meski tidak ada sirkulasi (atau angin), sehingga begitu angin berhembus maka potensial yang ada adalah potensial *background* ditambah perubahan atau variasi potensial akibat gangguan angin. Maka persamaan termodinamika menjadi,

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} + w \frac{\partial \theta_0}{\partial z} = \frac{1}{\Pi_0} \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (7.11)$$

Karena sirkulasi dua dimensi (x, z) dan densitas *background* konstan, maka persamaan kontinuitas menjadi,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7.12)$$

Dari persamaan kontinuitas, kita dapat menyatakan u dan w dalam satu fungsi skalar (*stream function*) $\psi = \psi(x, z, t)$ yang dinyatakan sebagai $u = \partial \psi / \partial z$ dan $w = -\partial \psi / \partial x$. Dengan fungsi skalar ini maka Persamaan (7.9) dan (7.10) menjadi,

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial z} = -\theta_0 \frac{\partial \Pi}{\partial x} \quad (7.13)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial x} = -\theta_0 \frac{\partial \Pi}{\partial z} - \frac{\theta'}{\theta_0} g \quad (7.14)$$

Turunkan persamaan pertama terhadap z dan kedua terhadap x , maka diperoleh,

$$\frac{\partial^3 \psi}{\partial t \partial z^2} = -\theta_0 \frac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial z} \quad (7.15)$$

$$\frac{\partial^3 \psi}{\partial t \partial x^2} = -\theta_0 \frac{\partial^2 \Pi}{\partial z \partial x} - \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta'}{\partial x} \quad (7.16)$$

Jika kedua persamaan ini dijumlahkan,

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_{xz}^2 \psi = -\theta_0 \frac{\partial \theta_0}{\partial z} \frac{\partial \Pi}{\partial x} - \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta'}{\partial x}, \quad \nabla_{xz}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (7.17)$$

Turunkan persamaan ini terhadap t dan gunakan Persamaan (7.11), maka diperoleh,

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla_{xz}^2 \psi = -N^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{g}{\Pi_0 \theta_0} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial Q}{\partial t} \right), \quad (7.18)$$

di mana

$$N^2 = \frac{g}{\theta_0} \frac{d\theta_0}{dz} \quad (7.19)$$

yang sudah kita kenal sebagai frekuensi Brunt-vaisalla.

Tugas: turunkan Persamaan (7.18)

Persamaan (7.18) dapat diperoleh solusinya jika Q kita berikan. Dengan melihat kenyataan bahwa *sea breeze* berubah arah pada siang dan malam hari maka pemanasan tentunya berubah siang dan malam. Pada siang hari, daratan lebih panas dari laut sehingga angin bergerak dari laut ke darat (angin darat) dan sebaliknya pada malam hari, di mana laut lebih panas dari daratan sehingga angin bergerak dari darat ke laut (angin laut). Maka dengan demikian, efek pemanasan dapat dimodelkan sebagai berikut,

$$Q(x, z, t) = \bar{Q}(x, z) e^{-i\omega t}, \quad \omega = \frac{2\pi}{24h} \quad (7.20)$$

Oleh karena sirkulasi angin bergantung pada pemanasan maka akan mempunyai siklus yang sama sehingga kita boleh mengambil solusi dalam bentuk,

$$\psi(x, z, t) = \bar{\psi}(x, z) e^{-i\omega t}, \quad (7.21)$$

Maka Persamaan (7.18) menjadi,

$$\left(N^2 - \omega^2\right) \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} - \omega^2 \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial z^2} = \frac{ig\omega}{\Pi_0 \theta_0} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial x} \quad (7.22)$$

Lebih lanjut, dari pengamatan juga menunjukkan bahwa sirkulasi angin dari atas gunung terus turun ke lembah dan menuju pantai, kemudian di tengah lautan akan naik ke atas dan menuju gunung. Dengan demikian, terbentuk pola sirkulasi dalam arah vertikal dengan ketinggian tertentu, katakanlah H . Jadi kita dapat mengambil solusi dalam bentuk,

$$\bar{\psi}(x, z) = \bar{\psi}_0(x) \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) \quad , \quad \bar{Q}(x, z) = \bar{Q}_0(x) \sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) \quad (7.23)$$

Maka Persamaan (7.22) menjadi,

$$\left(N^2 - \omega^2\right) \left[\frac{d^2 \bar{\psi}_0}{dx^2} - \bar{\psi}_0 \right] = \frac{ig\omega}{\Pi_0 \theta_0} \frac{d\bar{Q}_0}{dx} \quad (7.24)$$

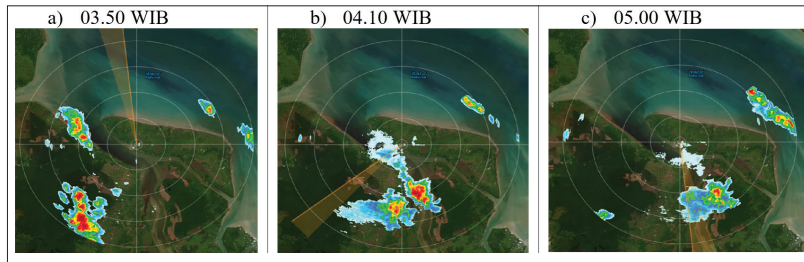
Ini tak lain adalah persamaan osilator harmonis dengan gaya eksternal. Jika suku sebelah kanan nol, maka kita akan mendapatkan relasi dispersi,

$$\left(N^2 - \omega^2\right) [k^2 - ik] = 0 \quad (7.25)$$

Pada hakikatnya, ini adalah relasi dispersi gelombang internal gravitasi dengan suku redaman. Dengan pengetahuan bentuk Q_0 , maka Persamaan (7.24) dapat diselesaikan dengan banyak metode, baik dengan transformasi Fourier, transformasi Laplace, maupun metode yang paling umum dengan fungsi Green. Jika suku sumber diabaikan dinyatakan dalam bentuk $Q_0 = A \cos(\varphi x)$, maka solusi Persamaan (7.24) dinyatakan secara umum sebagai,

$$\bar{\psi}(x) = A_1 \cos(\bar{\omega}x) + C_1 \cos(\varphi x) + C_2 \sin(\varphi x) \quad (7.26)$$

di mana ω frekuensi solusi homogen konstanta A_1 , C_1 dan C_2 ditentukan oleh syarat batas.



Ket.: Pergerakan awan di observasi dengan x-band radar di pulau Bengkalis pada tanggal 5 April 2023.

Gambar 7.2 Sirkulasi *sea-breeze* ditandai dengan pergerakan awan hujan dari darat menuju laut pada malam menjelang pagi hari.

B. Efek Topografi dan Angin *Background*

Peran topografi dalam sirkulasi sistem *sea-breeze* sangat berperan terhadap terjadinya pola hujan lebat. Model prediksi cuaca yang menggabungkan konveksi (ketinggian hingga 3 km) untuk menyimulasikan kejadian hujan deras selama 26–29 Januari terkait dengan banjir Jakarta tahun 2002, menunjukkan bahwa peran utama topografi di sini adalah meningkatkan gerakan ke atas dan menghasilkan awan konvektif yang dalam sebagai respons terhadap sistem konvektif darat selama 26–27 Januari 2002, yang kemudian menyebar secara terus-menerus dan cepat ke lepas pantai akibat mekanisme *cold pool*. Selain itu, kontras darat-laut memiliki peran penting dalam meningkatkan kecepatan angin laut sistem propagasi ke arah darat selama 28–29 Januari 2002, yang diperkuat oleh gelombang gravitasi dan menghasilkan konveksi dini hari di wilayah pesisir (Yulihastin et al., 2021).

Dalam buku ini, kita akan mempelajari efek topografi terhadap sirkulasi angin laut dengan model analitik yang sederhana. Sebuah eksperimen numerik dari Qian et al. (2011) menunjukkan bahwa dataran tinggi daratan/pedalaman cenderung memperkuat bagian

angin darat secara signifikan dibandingkan dengan kasus tanpa hadirnya topografi. Penguatan angin darat terkait dengan pemblokiran angin laut selama fase hangat dari siklus *sea-breeze*. Angin laut yang terhalang topografi menghasilkan kolam udara yang relatif dingin dan stagnan di dasar dataran tinggi, yang pada gilirannya menghasilkan kerapatan angin darat yang lebih kuat sampai keesokan paginya. Eksperimen juga menunjukkan bahwa kekuatan angin darat meningkat dengan ketinggian topografi. Untuk topografi yang sangat luas, tampaknya angin laut diblokir seluruhnya, dan peningkatan lebih lanjut pada ketinggian topografi hanya menyebabkan perubahan kecil pada intensitas angin darat dan perambatannya.

Persamaan dasar 2D nonrotasi dengan aproksimasi Boussinesq termampatkan dinyatakan sebagai berikut (Qian et al., 2011),

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (7.27)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + b \quad (7.28)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} + u \frac{\partial b}{\partial x} + w \frac{\partial b}{\partial z} + N^2 w = Q \quad (7.29)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + u \frac{\partial P}{\partial x} + w \frac{\partial P}{\partial z} + c_s^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = 0 \quad (7.30)$$

dengan syarat batas untuk topografi dinyatakan sebagai berikut,

$$w = u \frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{pd} \quad z = h(x) \quad (7.31)$$

di mana topografi dimodelkan sebagai fungsi,

$$h(x) = \begin{cases} h_0 & \text{for } |x| < L \\ \frac{h_0}{16} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi |x| - L_p}{4L_s} \right) \right]^4 & \text{for } |x| < L \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases} \quad (7.32)$$

di mana $2L_p$ adalah lebar penuh bagian datar dataran tinggi, dan L_s kira-kira setengah lebar lereng dataran. Variabel x dalam Persamaan (7.32) didefinisikan sebagai jarak yang diukur dari pusat dataran tinggi. Garis pantai berada di $x=0$, dan jarak antara garis pantai dengan titik di mana $h(x)$ pertama kali mencapai tinggi maksimumnya adalah didefinisikan sebagai L_c . Pusat dataran tinggi kemudian di $x = L_c + L_p$. Sumber panas diabatik didefinisikan oleh,

$$Q(x, z, t) = \frac{Q_0}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \left(\frac{x}{L} \right) \right) \exp \left(-\frac{z-h}{H} \right) e^{-i\omega t} \quad (7.33)$$

di mana $2L$ kira-kira setengah lebar dari gradien pemanasan, H adalah kedalaman pemanasan, dan ω adalah frekuensi diurnal. Definisi sumber panas ini menyatakan bahwa gradien pemanasan tinggi terkait dengan topografi. Seperti disebutkan di atas, pusat pesisir zona diambil menjadi $x = 0$. Dalam simulasi, biasanya digunakan $L = 10$ km, $H = 800$ m, $N = 0,01$ s², $Dx = 2$ km, dan $Dz = 40$ m di permukaan tanah, serta parameter topografi diberikan oleh $L_s = 15$ km, $L_p = 150$ km, dan $L_c = 90$ km.

Persoalan sirkulasi *sea-breeze* dengan topografi akan terkait dengan angin yang melewati daratan dan pantai memiliki dua potensi sumber gelombang: (1) aliran *background* (U) yang melewati topografi/daratan dan (2) gradien pemanasan karena garis pantai dan daratan. Untuk mengisolasi sumber pertama ini, maka aliran *background* dapat dipandang sebagai gelombang gunung yang stabil di atas dataran tinggi dan kemudian sumber panas (Persamaan 7.33)

kita gunakan. Kita hanya membatasi kondisi linier saja sehingga persamaan menjadi,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (7.34)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial z} + b \quad (7.35)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} + U \frac{\partial b}{\partial x} + N^2 w = Q \quad (7.36)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7.37)$$

Berdasarkan Persamaan (7.37), kita dapat menggunakan pendekatan fungsi *stream* $u = \partial\psi/\partial z$ dan $w = -\partial\psi/\partial x$ sehingga kita peroleh,

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial z} + U \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} = -\frac{\partial P}{\partial x} \quad (7.38)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t \partial x} + U \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\partial P}{\partial z} - b \quad (7.39)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} + U \frac{\partial b}{\partial x} + N^2 \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} = Q \quad (7.40)$$

di sini kita telah memasukkan syarat batas Persamaan (7.31) ke Persamaan (7.36). Telah diketahui bahwa dengan menurunkan Persamaan (7.38) terhadap z dan Persamaan (7.39) terhadap x kemudian dijumlahkan maka diperoleh,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + U \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = -b \quad (7.41)$$

Jika kita asumsikan lebih lanjut bahwa angin *background* tidak berdampak secara signifikan terhadap gaya apung maka kita dapat substitusikan Persamaan (7.40) ke Persamaan (7.41) sehingga menjadi,

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + U \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = -\frac{\partial Q}{\partial x} + N^2 \frac{\partial h(x)}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (7.42)$$

Kembali dengan mengingat periodisitas terhadap t maka kita peroleh,

$$\omega^2 \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial z^2} \right) - i\omega U \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\psi}}{\partial z^2} \right) + N^2 \frac{\partial h(x)}{\partial x} \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial x} = \frac{\partial \bar{Q}}{\partial x} \quad (7.43)$$

di mana tanda *bar* menyatakan fungsi dalam (x, z) . Jelas bahwa kita mendapatkan persamaan diferensial parsial linier dengan koefisien variabel. Jika kita ingat persoalan terkait osilator harmonis, yaitu suku kedua sebelah kiri mengandung U , maka suku tersebut menyatakan *damping* atau amplifikasi, sedangkan suku di sebelah kanan menyatakan sumber.

Tugas: cari solusi formal Persamaan (7.43) dan gunakan data di Indonesia, maka Anda mempunyai sebuah *paper* tentang *sea-breeze* di BMI.

Dengan menggunakan metode separasi variabel,

$$\bar{\psi}(x, z) = \phi(x) \exp\left(-\frac{z-h}{H}\right) \quad (7.44)$$

Maka Persamaan (7.43) menjadi,

$$\begin{aligned} -i\omega U \frac{d^3 \phi}{dx^3} + \omega^2 \frac{d^2 \phi}{dx^2} - \frac{N^2}{H} \Lambda(x) \frac{d\phi}{dx} + \frac{(\omega^2 - i\omega U)}{H^2} \phi &= \tilde{Q}(x) \quad , \\ \tilde{Q}(x) &= \frac{\partial \bar{Q}}{\partial x}, \quad \Lambda(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \end{aligned} \quad (7.45)$$

Hal ini adalah persamaan diferensial biasa orde tiga tak homogen dengan koefisien variabel.

Untuk kondisi tunak (*steady*), maka suku yang mengandung ω akan diabaikan, sehingga persamaan menjadi,

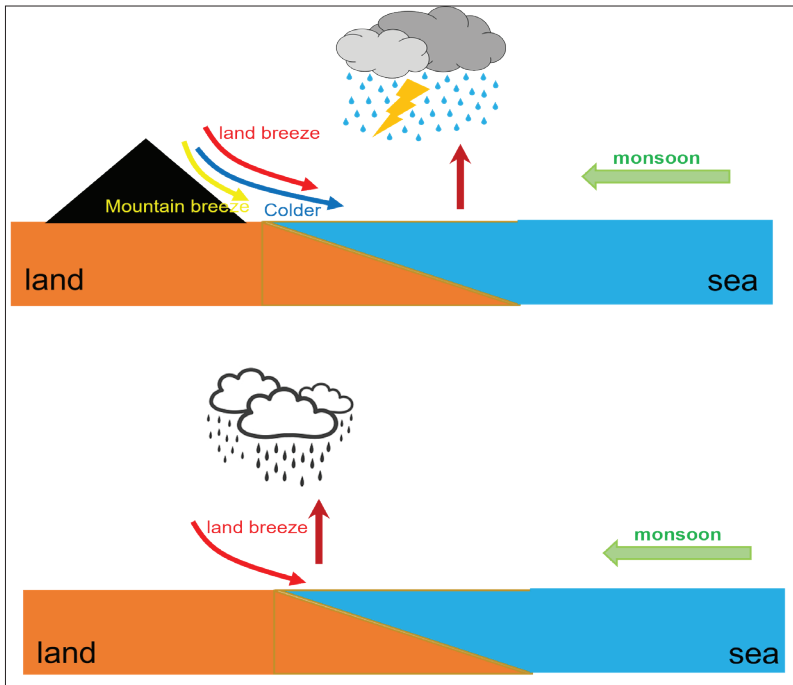
$$-\frac{N^2}{H} \Lambda(x) \frac{d\phi}{dx} = \tilde{Q}(x) \quad (7.46)$$

Persamaan ini adalah masalah integral, yaitu

$$\phi(x) = -\frac{H}{N^2} \int_0^x \frac{\tilde{Q}(x')}{\Lambda(x')} dx' \quad (7.47)$$

Terlihat secara umum antara panas diabatik dan topografi memiliki efek berkebalikan. Jika panas diabatik memperkuat sirkulasi maka topografi akan memperlemah sirkulasi. Hal ini juga sesuai dengan yang di perkirakan oleh eksperimen numerik, Qian et al. (2011).

Topografi, atau bentuk dan fitur permukaan tanah, dapat berdampak signifikan terhadap sirkulasi angin laut. Misalnya, jika garis pantai tidak teratur, dengan teluk dan semenanjung, sirkulasi angin laut dapat diubah karena aliran darat dapat dibelokkan di sekitar topografi ini. Adanya pegunungan atau perbukitan di dekat garis pantai juga dapat memengaruhi sirkulasi angin laut dengan mengubah arah dan kecepatan angin. Secara umum, fitur topografi yang berorientasi tegak lurus terhadap arah angin yang berlaku dapat meningkatkan sirkulasi angin laut dengan menyalurkan aliran udara dan meningkatkan gradien suhu antara laut dan daratan. Sebaliknya, fitur topografi yang berorientasi sejajar dengan arah angin (topografi semakin tinggi sejajar angin), maka dapat menghambat sirkulasi angin laut dengan mengganggu aliran udara dan mengurangi gradien suhu.



Ket.: Efek topografi memberikan bloking pada angin laut sehingga hujan banyak terjadi di laut hingga pesisir.

Sumber: (reproduksi dari Chen et al., 2016).

Gambar 7.3 Efek topografi terhadap sirkulasi *sea-breeze*

Penelitian numerik oleh Wei and Pu (2021) menunjukkan bahwa korelasi siklus diurnal presipitasi dan parameter lainnya, seperti suhu permukaan dan kelembapan menunjukkan kuat di lautan daripada di daratan. Kurva sinus dapat memodelkan secara akurat siklus diurnal dari sebagian besar variabel di atas lautan, tetapi tidak di atas daratan. Hal ini disebabkan oleh *shore-orthogonal ambient winds* (SOAWs) yang lebih kuat di wilayah lepas pantai, meskipun ada ketergantungan variabel dan variabilitas regional. Analisis komposit menunjukkan bahwa kehadiran kolam dingin (*cold pool*) mampu memicu *updrafts* baru serta berkontribusi pada pertumbuhan awan dan migrasi awan ke daratan.

Untuk melihat efek angin *background*, maka kita asumsikan kecepatan vertikal kecil dan topografi datar, sehingga Persamaan (7.42) menjadi,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = - \frac{\partial Q}{\partial x} \quad (7.48)$$

Dasar dari asumsi di atas adalah bahwa medan kecepatan merespons pada gradien pemanasan bulan dari pemanasan itu sendiri (bukan konveksi langsung). Tekanan dan daya apung dalam kasus ini keduanya beresilasi, tetapi tidak ada gradien horizontal yang terbentuk dan tidak ada gerakan yang terjadi. Dengan definisi Persamaan (7.33) untuk Q dan kita letakkan transformasi Fourier (Persamaan 7.48), maka kita peroleh,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + iUk \right)^2 \frac{\partial^2 \tilde{\psi}}{\partial z^2} - k^2 \tilde{\psi} = -e^{-\alpha k} e^{-\frac{z}{H}} \frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} \quad (7.49)$$

di mana $\alpha = \omega L/H$ dan,

$$\psi(x, z, t) \rightarrow \tilde{\psi}(k, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x, z, t) e^{-ikx} dx \quad (7.50)$$

adalah sebuah pasangan transformasi Fourier. Dengan melihat suku sebelah kanan mengandung $\exp(i\omega t)$ maka kita dapat melakukan dekomposisi solusi dalam bentuk,

$$\tilde{\psi}(k, z, t) = \hat{\psi}(k, z) e^{\pm i\omega t} \quad (7.51)$$

Substitusi solusi ini ke Persamaan (7.49) menghasilkan,

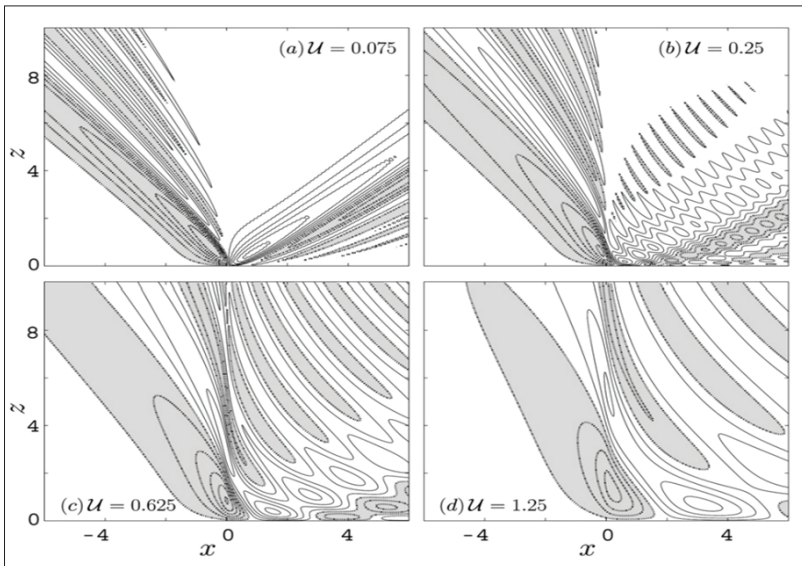
$$\omega^2 \frac{d^2 \hat{\psi}}{dz^2} + k^2 \hat{\psi} = \frac{1}{2} e^{-\alpha k} e^{-\frac{z}{H}} \quad (7.52)$$

dengan $\omega = \pm \omega + Uk$ yang disebut pergeseran Dopler, yaitu perubahan frekuensi akibat pergerakan sumber bunyi. Persamaan (7.52)

adalah persamaan diferensial biasa orde dua tak homogen, solusi formal diperoleh dengan metode fungsi Green atau menggunakan metode pemilihan solusi khusus. Jadi, solusi diberikan oleh,

$$\hat{\psi}(k, z) = \begin{cases} -e^{-\alpha k} \frac{(e^{imz} - e^{-z/H})}{(2\varpi^2 + 2k^2)}, & \varpi > 0 \\ -e^{-\alpha k} \frac{(e^{-imz} - e^{-z/H})}{(2\varpi^2 + 2k^2)}, & \varpi < 0 \end{cases} \quad m = k / |\varpi| \quad (7.53)$$

Tugas: Temukan solusi Persamaan (7.53) berdasarkan solusi khusus (lihat di buku teks tentang persamaan diferensial dan cari fungsi $\psi(x, z, t)$ melalui transformasi Fourier terbalik.



Sumber: (Qian et al., 2009). Qian,T., Epifanio, C., Zhang,F., 2009, *Linear Theory Calculations for the Sea Breeze in a Background Wind: The Equatorial Case*, J.Atmos. Sci, 66, 1749-1763

Gambar 7.4 Plot fungsi (Persamaan 7.53) dengan berbagai kecepatan *background*

C. Efek Nonlinier

Terdapat banyak fenomena yang hanya bisa dijelaskan apabila kita memperhitungkan suku nonlinier dari persamaan pembangunan, termasuk masalah sirkulasi *land-sea-breeze* (SBC). Salah satu fenomena yang menarik dan penting dalam sirkulasi *sea-breeze* ini (supaya sederhana, kita akan menggunakan istilah SBC untuk merujuk sirkulasi *land-sea-breeze*), yaitu apa yang dikenal dengan nama front. Kita tidak menerjemahkan kata ini dalam bahasa Indonesia karena terjadi bias dalam arti sesungguhnya. Dalam SBC, “front” mengacu pada batas antara angin sejuk ke darat yang bertiup dari laut dengan udara yang lebih hangat di atas daratan. Bagian depan angin laut adalah zona sempit, di mana suhu, kelembapan, dan gradien tekanan berubah dengan tajam, serta arah angin berubah secara tiba-tiba dari darat ke lepas pantai. Saat matahari memanaskan daratan, udara di dekat permukaan memanaskan dan naik sehingga menciptakan area bertekanan rendah. Pada saat yang sama, udara yang lebih dingin di atas laut menciptakan area bertekanan tinggi. Perbedaan tekanan ini menyebabkan angin laut mengalir dari laut menuju daratan, dan front terbentuk ketika udara yang lebih dingin bertemu dengan udara yang lebih hangat. Bagian depan angin laut merupakan fitur penting dari SBC karena dapat memicu awan konvektif dan presipitasi, serta memengaruhi kondisi atmosfer dan kualitas udara setempat. Misalnya, polutan dapat terakumulasi di sepanjang bagian depan angin laut sehingga menyebabkan konsentrasi ozon dan partikel yang lebih tinggi. Memahami perilaku dan karakteristik front angin laut sangat penting untuk memprediksi dan memitigasi dampak sirkulasi angin laut terhadap cuaca dan iklim.

Saat ini, efek nonlinear mudah dipelajari karena sudah banyak program numerik yang dikembangkan, tetapi secara pedagogik kita akan mempresentasikan model analitik. Model yang paling sederhana adalah menggunakan aproksimasi Boussinesq yang dinyatakan berikut ini (Feliks, 1988),

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (7.54)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\rho}{\rho_0} g \quad (7.55)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial x} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad (7.56)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (7.57)$$

Kembali Persamaan (7.57), kita dapat menggunakan fungsi *stream* dengan melakukan diferensial silang antara Persamaan (7.54) dan (7.56), sehingga diperoleh persamaan dalam bentuk fungsi vortisitas (η) sebagai berikut,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + w \frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad \eta = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} = \nabla^2 \psi \quad (7.58)$$

Langkah selanjutnya untuk menyederhanakan, kita mencari solusi dalam bentuk gelombang jalan (*traveling wave*), yaitu menyatakan solusi dalam bentuk variabel $s=x-ct$ di mana c adalah kecepatan fase front. Maka Persamaan (7.58) menjadi,

$$\frac{\partial(\psi + cz)}{\partial s} \frac{\partial \eta}{\partial z} - \frac{\partial \eta}{\partial s} \frac{\partial(\psi + cz)}{\partial z} = \frac{\partial \theta}{\partial s} \quad (7.59)$$

Persamaan termodinamika (7.56) dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\frac{\partial(\psi + cz)}{\partial s} \frac{\partial \theta}{\partial z} - \frac{\partial \theta}{\partial s} \frac{\partial(\psi + cz)}{\partial z} = 0 \quad (7.60)$$

Persamaan (7.59) dan (7.60) yang harus kita selesaikan. Salah satu teknik penyelesaian persamaan nonlinier ini adalah menggunakan *multiple scale expansion methods*, di mana akan menghasilkan persamaan diferensial nonlinier yang sudah dikenal sebelumnya, seperti persamaan KdV, Nonlinear Schrödinger, Sine–Gordon, dan lain sebagainya. Salah satu persamaan diferensial tersebut ada yang mempunyai solusi dalam bentuk *kink* yang menunjukkan sifat diskontinuitas yang umumnya berhasil memerikan solusi gelombang kejut (*shock wave*).

Solusi front angin laut dapat diwakili oleh soliton *kink*. Soliton *Kink* adalah jenis gelombang nonlinear yang memiliki transisi tajam, atau “*kink*”, antara dua keadaan yang berbeda. Dalam kasus front angin laut, soliton *kink* mewakili batas antara angin darat yang lebih dingin dan udara lepas pantai yang lebih hangat. Secara matematis, bagian depan angin laut dapat dimodelkan sebagai solusi soliton *kink* untuk persamaan diferensial parsial nonlinier yang mengatur dinamika atmosfer. Solusi soliton *kink* dicirikan oleh gangguan lokal yang mempertahankan bentuknya dan bergerak dengan kecepatan konstan. Perilaku ini konsisten dengan sifat-sifat yang diamati dari bagian front angin laut, yang merupakan zona sempit dengan gradien suhu dan tekanan yang ditentukan secara tajam serta bergerak ke daratan dengan kecepatan yang relatif konstan. Dalam beberapa tahun terakhir, terdapat beberapa penelitian yang menggunakan simulasi numerik dan model matematika untuk menyelidiki sifat soliton *kink* dalam konteks front angin laut. Studi-studi ini telah menunjukkan bahwa soliton *kink* dapat memainkan peran penting dalam pembentukan serta evolusi sirkulasi angin laut, dan mereka dapat memberikan kerangka kerja yang berguna untuk memahami dinamika fenomena atmosfer yang kompleks ini. Pendekatan ini masih terbuka untuk dikembangkan. Jika Anda bisa, maka Anda dapat memublikasikannya di jurnal internasional bereputasi tinggi.

Dalam buku ini, kita menggunakan pendekatan lebih sederhana yang dikembangkan oleh Yizhak Feliks (1988). Model Feliks menyatakan suatu front pada lokasi $r=a$, yaitu kondisi di mana

$\psi + cz = 0$ adalah suatu kurva yang memberikan bentuk front. Dengan kata lain, kita berurusan dengan persoalan nilai batas dinamik. Kiat akan berurusan dengan sistem koordinat,

$$\left. \begin{aligned} \psi + cz < 0, \quad r < a \\ \psi + cz > 0, \quad r > a \end{aligned} \right\} \quad (7.61)$$

Dengan sistem koordinat ini, maka gaya apung atau fungsi termal akan kita nyatakan sebagai berikut,

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \gamma_I (\psi + cz), \quad r < a \\ \theta &= \gamma_E (\psi + cz), \quad r > a \end{aligned} \right\} \quad (7.61)$$

di mana γ_I dan γ_E adalah suatu konstanta. Maka Persamaan (7.59) akan menjadi,

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \psi + k^2 \psi &= (\gamma_I - k^2 c^2), \quad r < a \\ \nabla^2 \psi - p^2 \psi &= (\gamma_E + p^2 c^2), \quad r > a \end{aligned} \right\} \quad (7.62)$$

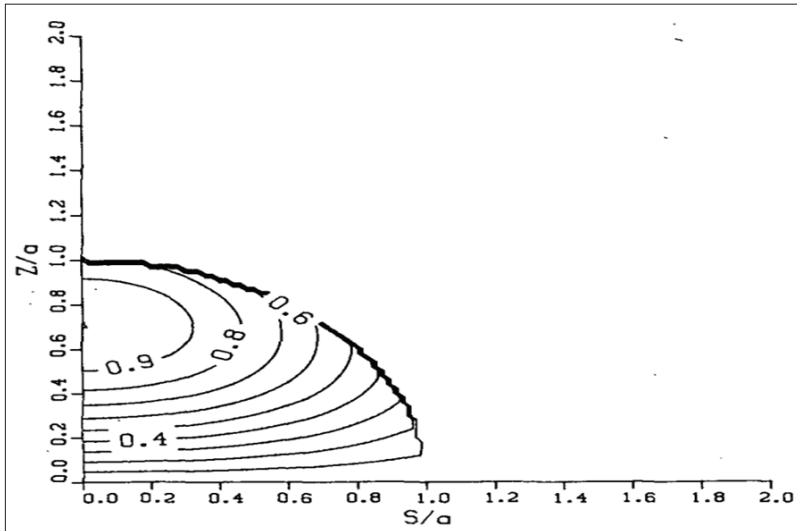
Ini adalah persamaan Helmholtz tak homogen, di mana untuk mencari solusinya agar sesuai syarat batas, maka kita gunakan transformasi dalam koordinat polar $s = r \cos \alpha$, $z = r \sin \alpha$. Dengan demikian, kita peroleh,

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha^2} + k^2 \psi &= (\gamma_I + k^2 c^2) r \sin \alpha, \quad r < a \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \alpha^2} - p^2 \psi &= (\gamma_E + p^2 c^2) r \sin \alpha, \quad r > a \end{aligned} \right\} \quad (7.63)$$

Persamaan ini mempunyai solusi (Feliks, 1988),

$$\psi = \frac{\gamma_I a}{k^2} \left[-\frac{J_1(kr)}{J_1(ka)} + \frac{r}{a} \right] \sin \alpha - cr \sin \alpha \quad (7.64)$$

di mana $J_1(x)$ adalah fungsi Bessel jenis pertama. Dengan definisi fungsi *stream*, maka kita akan mudah memperoleh kecepatan u dan w dengan memanfaatkan relasi rekursi dalam fungsi Bessel.



Sumber: Feliks, 1988

Gambar 7.5 Isoplet dari vortisitas yang dihitung berdasarkan untuk solusi Persamaan (7.64).

Penyebab propagasi front dipelajari dalam kaitannya dengan vortisitas yang memiliki dua kondisi berikut: satu sebagai gradien horizontal dari gaya apung dan yang lainnya adalah adveksi non-linier. Gaya apung selalu cenderung untuk meningkatkan vortisitas dan menyebarkan bagian front ke hulu (daratan). Sementara adveksi nonlinier di sebagian besar kasus adveksi partikel dengan vortisitas rendah ke wilayah vortisitas yang lebih tinggi menyebabkan penurunan vortisitas dan memperlambat propagasi front ke hulu.

Secara umum, pola hujan harian *sea-breeze* akan terjadi pada sore hari, tetapi ada kalanya hujan maksimum terjadi pada pagi hari. Penelitian SBC dan curah hujan yang menyertainya telah dipelajari

menggunakan Curah Hujan Tropis Produk Measuring Mission (TRMM) Real Time Multi-satellite Precipitation Analysis (MPA-RT) dari tahun 2000 hingga 2016, penekanan pada kejadian puncak curah hujan dini hari (Yulihastin et al., 2011). Curah hujan diurnal selama November hingga Maret pada dasarnya ditandai dengan puncak curah hujan yang terjadi pada sore hingga malam hari (1500–2100 LT), tetapi puncak sekunder pada malam hingga pagi hari (0100–0700 LT) juga terjadi pada bulan Januari dan Februari. Terdapat klasifikasi waktu curah hujan untuk setiap hari menjadi tiga kategori, yaitu curah hujan sore hingga malam hari (AEP), awal presipitasi pagi (EMP), dan presipitasi akhir pagi (LMP) dengan puncak yang terjadi pada rentang waktu 1300–2400 LT, 0100–0400 LT, dan 0500–1200 LT. Terlepas dari persentase terkecil, peristiwa EMP dicirikan oleh perambatan ke arah laut (serta ke darat), distribusi fase datar, dan amplitudo rata-rata yang besar. Karakteristik perambatan EMP lebih menonjol, dengan indikasi konektivitas yang lebih kuat antara presipitasi sistem di atas daratan dan lautan. Distribusi fase datar dari peristiwa EMP menunjukkan bahwa waktu presipitasi pesisir tidak selalu terkunci pada fase angin darat/laut, sehingga memungkinkan terjadinya presipitasi secara lebih acak. Selanjutnya, peran *South China Sea Cold Tongue* (SCS-CT) dan *Cross Equatorial Northerly Surge* (CENS) sebagai faktor yang memengaruhi kejadian peristiwa EMP menunjukkan bahwa SCS-CT umumnya berlaku pada bulan Januari dan Februari serta kejadian hujan pagi di pantai utara Jawa Barat terutama terjadi ketika terjadi peningkatan pendinginan SPL di Laut Cina Selatan. Selain itu, ditemukan bahwa CENS adalah yang paling banyak faktor diferensial berkaitan dengan fase presipitasi pesisir. Dalam hal ini, CENS berkorelasi positif dengan SCS-CT dan ketika dikaitkan dengan peristiwa EMP, peningkatan bersamaan dari CENS dan SCS-CT terhubung ke saluran yang sempit anomali angin utara permukaan yang kuat di lepas pantai Indochina dan Semenanjung Melayu.

Bab VIII

Dinamika Nonlinier Atmosfer Ekuator

A theory with mathematical beauty is more likely to be correct than an ugly one that fits some experimental data.

P.A.M. Dirac

Suatu hal yang paling penting dalam cuaca adalah kondisi instabilitas. Ketidakstabilan atmosfer mengacu pada keadaan atmosfer, di mana terdapat potensi perkembangan gangguan atmosfer yang kuat dan terorganisir, seperti badai petir, hujan lebat, dan tornado. Dalam atmosfer yang tidak stabil, udara hangat di dekat permukaan bumi naik dengan cepat, dan ketika naik, ia mendingin serta mengembun membentuk awan. Jika ketidakstabilan cukup kuat, awan ini dapat tumbuh menjadi awan kumulonimbus yang menjulang tinggi yang dapat menghasilkan hujan lebat, hujan es, dan kilat. Ketidakstabilan atmosfer sering kali disebabkan oleh adanya udara dingin dan kering di ketinggian, yang menciptakan lingkungan tidak stabil saat berinteraksi dengan udara hangat dan lembap di dekat permukaan. Lingkungan yang tidak stabil ini sering ditandai dengan perubahan suhu dan kelembapan yang cepat dengan ketinggian, sehingga menyediakan energi yang dibutuhkan untuk penciptaan cuaca buruk. Ahli meteorologi menggunakan berbagai alat dan teknik, seperti balon cuaca, satelit, dan

model komputer untuk memantau serta memprediksi ketidakstabilan atmosfer dan potensi peristiwa cuaca buruk.

Dalam dinamika fluida (cairan atau gas), ketidakstabilan fluida mengacu pada kecenderungan fluida, untuk menjadi tidak stabil dan mengembangkan gerakan yang tidak teratur atau kacau. Hal ini dapat terjadi ketika fluida dikenai gaya eksternal, seperti perubahan suhu, tekanan, atau kecepatan, yang mengganggu pola aliran alaminya. Ada beberapa jenis ketidakstabilan fluida, yaitu:

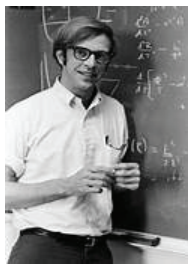
- 1) Ketidakstabilan Rayleigh-Taylor: Ini terjadi ketika fluida berat ditempatkan di atas fluida yang lebih ringan, menyebabkan fluida yang lebih berat tenggelam dan fluida yang lebih ringan naik. Hal ini dapat menyebabkan pembentukan lapisan campuran turbulen dan dapat diamati pada fenomena, seperti pencampuran air asin dan air tawar.
- 2) Ketidakstabilan Kelvin-Helmholtz: Ini terjadi ketika ada perbedaan kecepatan antara dua lapisan fluida yang berdekatan, menyebabkan mereka bergeser dan menghasilkan pusaran turbulen. Hal ini dapat diamati pada pembentukan awan atau gelombang di permukaan badan air (*internal waves*).
- 3) Konveksi Bénard: Ini terjadi ketika cairan dipanaskan dari bawah, menyebabkan cairan menjadi kurang padat dan naik. Hal ini dapat menciptakan pola siklus naik dan turunnya fluida yang dapat diamati pada fenomena alam, seperti sirkulasi atmosfer Bumi atau merebus air dalam sebuah panci.

Dalam buku ini, kita hanya akan mempelajari teori ketidakstabilan yang terkait pada fenomena atmosfer saja.

A. Ketakstabilan Nonlinier

Ketidakstabilan nonlinier mengacu pada jenis ketidakstabilan di mana gangguan kecil dalam suatu sistem dapat tumbuh dan berinteraksi satu sama lain dengan cara yang kompleks dan nonlinier, yang menyebabkan perilaku kacau atau tidak dapat diprediksi. Tidak seperti ketidakstabilan linier, di mana gangguan kecil tumbuh pada tingkat

yang konstan dan dengan cara yang dapat diprediksi, ketidakstabilan nonlinier dapat menyebabkan berbagai hasil yang berbeda tergantung pada kondisi awal dan sifat interaksi nonlinier antara berbagai komponen sistem. Salah satu contoh ketidakstabilan nonlinear adalah turbulensi, yang merupakan jenis ketidakstabilan fluida yang ditandai dengan gerakan partikel fluida yang kacau pada rentang panjang dan skala waktu yang luas. Turbulensi adalah fenomena nonlinear kompleks yang terjadi dalam dinamika atmosfer terutama di sekitar lapisan batas. Ketidakstabilan nonlinier adalah bidang penelitian yang menantang dan membutuhkan alat matematika serta komputasi canggih untuk memodelkan dan memahami interaksi kompleks antara berbagai komponen sistem. Bidang ini terus berkembang dan masih menjadi bidang kajian yang terbuka. Berbicara terkait ketidakstabilan dalam dinamika fluida geofisika, tak dapat lepas dari seorang mahasiswa bidang ini, yaitu Joseph Pedlosky.



Joseph Pedlosky (lahir 7 April 1938) adalah ahli Geofisika Fluida Amerika Serikat. Dia adalah seorang ilmuwan emeritus di Woods Hole Oceanographic Institution. Pedlosky terpilih di United States National Academy of Sciences pada tahun 1985. Ia adalah penulis buku teks *Geophysical Fluid Dynamics*, *Ocean Circulation Theory*, dan *Waves in the Ocean and Atmosphere*. Pedlosky telah memberikan kontribusi mendasar dalam studi ketidakstabilan baroklinik dan struktur termal lautan, khususnya termoklin samudra. Meskipun dia telah banyak memberikan sumbangan pada dinamika laut, tetapi dia tidak pernah ikut berlayar dengan kapal riset, dia menemukan banyak fenomena dinamika laut hanya berdasarkan matematika analitik.

1. Ketakstabilan Barotropik

Di wilayah khatulistiwa, gaya Coriolis kecil karena variasi lintang yang lemah dalam laju rotasi Bumi. Oleh karena itu, aliran di daerah

khatulistiwa sering kali hampir barotropik, artinya isobar dan isotherm hampir sejajar dan aliran sebagian besar diatur oleh keseimbangan antara gaya gradien tekanan dan gaya Coriolis. Ketidakstabilan barotropik dapat terjadi di wilayah ekuator ketika terjadi ketidaksejajaran antara gaya gradien tekanan dan arah aliran. Ini bisa terjadi, misalnya, ketika ada variasi kekuatan atau arah angin pasat, yang bertiup dari timur ke barat melintasi wilayah ekuator. Variasi tersebut dapat menyebabkan terbentuknya daerah bertekanan tinggi dan rendah, yang kemudian dapat menimbulkan ketidakstabilan barotropik. Di wilayah ekuator, ketidakstabilan barotropik dapat menyebabkan terbentuknya gelombang ekuator, yaitu gangguan berskala besar di lautan dan atmosfer yang merambat ke arah barat. Gelombang ini dapat berdampak penting pada pola cuaca dan iklim, termasuk fenomena El Niño-Southern Oscillation (ENSO), yaitu variasi periodik suhu permukaan laut di Samudra Pasifik tropis yang dapat berdampak signifikan pada pola cuaca di seluruh dunia. Oleh karena itu, memahami dinamika ketidakstabilan barotropik di wilayah khatulistiwa penting untuk memprediksi dan memahami pola cuaca dan iklim skala besar, serta untuk mengembangkan model sistem iklim Bumi yang akurat.

Ketidakstabilan baroklinik memiliki sumber energi berupa energi potensial yang dibangkitkan oleh gradien kerapatan horizontal. Sumber energi kedua untuk ketidakstabilan ini adalah angin geser horizontal yang mungkin dilepaskan oleh *Stress Reynolds*. Ketidakstabilan barotropik dapat terjadi pada daerah yang tidak bertingkat (*stratified*). Kita akan mempelajari sifat-sifat barotropik ketidakstabilan dengan cara yang paling sederhana, yaitu angin dasar (*background wind*) yang memiliki geser horizontal tetapi tidak vertikal, yaitu $U=U_0y$, yang dinamakan stratifikasi horizontal secara linier. Jika kita tuliskan persamaan gerak sebagai berikut,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) u + v \frac{\partial U}{\partial y} + w \frac{\partial U}{\partial z} - \beta v + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (8.1)$$

Dengan aliran adalah inkompresibel, sehingga kita dapat menggunakan fungsi *stream*. Jika kita mencari solusi dalam bentuk mode normal, yaitu

$$u = \bar{u}(y, z) e^{i(kx - \omega t)} \quad , \quad p = \bar{p}(y, z) e^{i(kx - \omega t)} \quad (8.2)$$

Substitusi hasil ini dan gunakan pendekatan fungsi *stream*, maka diperoleh,

$$(U - c) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - k^2 \phi \right) + \left(\beta - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \phi = 0 \quad (8.3)$$

di mana $\psi(x, y) = \phi(y) \exp(i(kx - \omega t))$, dan $c = \omega/k$. Persamaan (8.3) secara umum dinamakan persamaan Taylor-Goldstein atau persamaan Reyleigh, yang merupakan sebuah persamaan nilai eigen. Solusi persamaan di atas sangat tergantung pemilihan U . Karena secara umum, ϕ adalah fungsi kompleks maka jika kita kalikan Persamaan (8.3) dengan kompleks konjugatnya dan kita integrasikan seluruh ruang, maka kita peroleh,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left(\left| \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|^2 + k^2 |\phi|^2 \right) dy - \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\beta - U_{yy}}{U - c} \right) |\phi|^2 dy = 0 \quad (8.4)$$

Kondisi perlu untuk terjadinya ketidakstabilan adalah gradien potensial vortisitas $(\beta - U_{yy})$ bernilai negatif. Jelas bahwa β yang menahan kondisi ketidakstabilan.

Jika kita berurusan dengan stratifikasi vertikal $U = U(z)$, maka kita mempunyai persamaan Taylor-Goldstein sebagai berikut,

$$(U - c) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} - k^2 \phi \right) - \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \phi + \frac{N^2}{(U - c)} \phi = 0 \quad (8.5)$$

Dengan kondisi batas $\phi(0) = \phi(H) = 0$, maka kondisi cukup untuk membuat kondisi stabil secara linier adalah,

$$R_i(z) = \frac{N^2(z)}{(\partial U / \partial z)^2} > 0 \quad , \quad N^2(z) = - \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} \quad (8.6)$$

di mana ini dinamakan kriteria Richardson yang mencegah suatu fluida menjadi turbulen.

2. Ketakstabilan Baroklinik

Ketakstabilan baroklinik adalah jenis ketidakstabilan atmosfer yang muncul dari interaksi gradien suhu dan tekanan dalam fluida. Dalam jenis ketidakstabilan ini, fluida distratifikasi sehubungan dengan suhu dan densitas, serta stratifikasi ini tidak sejajar satu sama lain. Di atmosfer, ketidakstabilan baroklinik paling sering terjadi di garis lintang tengah dan tinggi, di mana gradien suhu antara udara hangat ke selatan dan udara dingin ke utara lebih curam. Ketidakstabilan ini mengarah pada pembentukan sistem cuaca seperti siklon lintang tengah, yang merupakan area bertekanan rendah yang berkembang di sepanjang front pertemuan massa udara hangat dan dingin. Gradien tekanan dan gradien suhu berinteraksi untuk menghasilkan gerakan fluida, dan saat fluida bergerak, hal tersebut menginduksi perubahan suhu dan tekanan, yang mengarah ke umpan balik positif yang dapat memperkuat ketidakstabilan.

Ketakstabilan barokliniks dapat dipelajari melalui persamaan berikut ini,

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + U \cdot \nabla \vec{u} = -R(\theta_0) \nabla \theta - R(\theta) \nabla \theta_0 + \Omega \times (\vec{u} \times \hat{k}) \quad (8.7)$$

di mana u adalah fluktuasi kecepatan dan θ fluktuasi potensial temperatur. Suatu fluida bertingkat (*stratified*) stabil, di mana *isopycnals* (permukaan densitas potensial konstan) atau *isentrop* (suhu potensial konstan permukaan) miring ke atas. Hal ini dapat menjadi keadaan tunak dalam fluida yang berputar karena horizontal yang dihasilkan gradien tekanan dapat diseimbangkan oleh gaya Coriolis. Jika parsel fluida dipindahkan sepanjang lintasan yang kemiringannya α memenuhi $0 < \alpha < \varphi$ di mana φ adalah kemiringan *isopycnals*, gaya apung akan mempercepat fluida (fluida ringan naik dan fluida berat tenggelam) dan situasi menjadi tidak stabil. Energi potensial

dilepaskan dan diubah menjadi energi kinetik dalam bentuk konveksi termal. Analisis penskalaan menunjukkan bahwa skala panjang horizontal paling disukai ketidakstabilan baroklinik adalah urutan, atau melebihi, radius Rossby deformasi dan fluktuasinya bersifat skala sinoptik. Pembahasan secara lengkap ketidakstabilan Baroklinik dan Barotropik memerlukan suatu buku tersendiri.

B. Struktur Disipasi dan Teori Chaos

Sesuatu yang besar sering kali muncul dari sesuatu yang kecil dan tak terduga, tak terkecuali pemahaman kita tentang teori Chaos. Pemahaman ini tak dapat dilepaskan dari apa yang digagas dan dialami oleh seorang meteorolog bernama Edward Lorenz. Berawal dari hari musim dingin yang sangat dingin di tahun 1961, Edward Lorenz (ahli meteorologi) ingin memeriksa urutan tertentu hasil model cuaca secara lebih rinci (prediksi cuaca dilakukan dengan suatu model numerik cuaca yang harus diberikan input kondisi awal setiap hari), tetapi dia mengambil jalan pintas. Alih-alih memulai seluruh putaran, ia memulai setengah jalan, mengetik angka langsung dari hasil sebelumnya untuk memberikan kondisi awal. Kemudian ia membiarkan komputer menjalankan program dan minum kopi. Ketika kembali satu jam kemudian, ia menemukan hasil yang tidak terduga. Alih-alih menduplikasi hasil sebelumnya, hasil baru menunjukkan cuaca virtual menyimpang begitu cepat dari pola sebelumnya sehingga semua kemiripan antara keduanya telah hilang hanya dalam beberapa waktu ke depan dalam jangka yang lama.

Pada awalnya, Lorenz berasumsi bahwa tabung vakum di komputer Royal McBee-nya rusak, tetapi itu mengejutkan bahwa tidak ada kerusakan. Masalahnya terletak pada angka yang ia ketik. Enam tempat desimal disimpan di memori komputer: .506127. Untuk menghemat waktu, Lorenz hanya mengetikkan tiga digit angka setelah koma: .506. Hal ini familiar dan masuk akal karena para ilmuwan percaya bahwa gangguan awal yang kecil menyebabkan sedikit perubahan pada perilaku sistem dalam jangka panjang. Komputer Lorenz menggunakan sistem persamaan deterministik murni se-

hingga model cuaca akan menghasilkan prediksi cuaca untuk masa depan dengan titik awal tertentu. Sebaliknya, titik awal yang sedikit berbeda akan menyebabkan prediksi cuaca yang sedikit berbeda. Lorenz memperkirakan bahwa variasi numerik kecil (mirip dengan hembusan angin kecil) tidak mungkin memengaruhi fitur cuaca skala besar yang penting secara signifikan. Namun, dalam sistem persamaan Lorenz yang unik, kesalahan sekecil itu terbukti membawa bencana. Saat ini, fenomena ini dikenal sebagai ketergantungan sensitif pada kondisi awal. Lorenz kemudian menjuluki penemuannya sebagai “efek kupu-kupu”: persamaan nonlinier yang mengatur cuaca sangat peka terhadap kondisi awal sehingga kupu-kupu yang mengepakkan sayapnya di Madagaskar dapat memicu tornado di Australia. Dan ia menyimpulkan bahwa prakiraan cuaca jangka panjang adalah suatu hal yang mustahil.

Dari kejadian itu, Lorenz membuat makalah dan diterima di jurnal yang dikelola oleh American Meteorological Society yang bernama *Journal of The Atmospheric Science*, yaitu Lorenz, Edward N. (1963). “*Deterministic non-periodic flow*”. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 20 (2): 130–141. Makalah ini mendorong lahirnya teori baru terkait prediktabilitas yang dinamakan teori Chaos (kekacauan). Teori ini menyangkut sistem deterministik yang perilakunya pada prinsipnya dapat diprediksi. Sistem kacau dapat diprediksi untuk sementara dan kemudian menjadi acak/rumit. Jumlah waktu di mana perilaku sistem kacau dapat diprediksi secara efektif bergantung pada tiga hal: seberapa besar ketidakpastian yang dapat ditoleransi dalam ramalan, seberapa akurat kondisi saat ini dapat diukur, dan skala waktu yang bergantung pada dinamika sistem, yang disebut waktu Lyapunov. Waktu ini tergantung sistem yang dibahas, mulai dari orde milidetik, beberapa hari, hingga juta tahun. Dalam sistem kacau, ketidakpastian dalam perkiraan meningkat secara eksponensial dengan berlalunya waktu. Artinya, dalam praktiknya, prediksi tidak akan terjadi untuk jangka Panjang, yaitu mulai lebih dari dua atau tiga kali waktu Lyapunov. Ketika prediksi tidak dapat dibuat, sistem tampak acak. Teori Chaos adalah metode analisis kualitatif dan

kuantitatif untuk menyelidiki perilaku sistem dinamis yang tidak dapat dijelaskan dan diprediksi oleh hubungan data tunggal, tetapi harus dijelaskan dan diprediksi oleh hubungan data yang utuh dan berkelanjutan.

Teori Chaos pada dasarnya adalah teori tentang dinamika sistem yang tak linier (non linier). Suatu sistem dikatakan nonlinier jika *output* tidak berbanding lurus dengan *input* atau dalam bahasa matematika, suatu sistem yang melanggar prinsip superposisi linier. Sistem nonlinier secara umum tidak mempunyai solusi analitik atau disebut nonintegrabel. Hanya sistem nonlinier tertentu yang mempunyai solusi analitik (integrabel), yaitu persamaan solitonik atau persamaan yang mempunyai solusi soliton. Dalam makalah ini, kita tidak mencari solusi integrabel, tetapi mencari solusi yang nonintegrabel. Sistem ini secara analitik dapat dipelajari dengan melihat kelakuan solusi secara kualitatif atau geometri. Secara geometri, kelakuan sistem nonlinier akan mewujudkan diri dalam bentuk konsisi tunak, kondisi periodik, dan kondisi. Terdapat perilaku khas dari sistem nonlinier yang nonintegrabel, yaitu solusi akan sangat tergantung dari pemilihan parameter atau konstanta yang terdapat dalam sistem. Perilaku solusi terhadap perubahan parameter atau konstanta dinamakan bifurkasi.

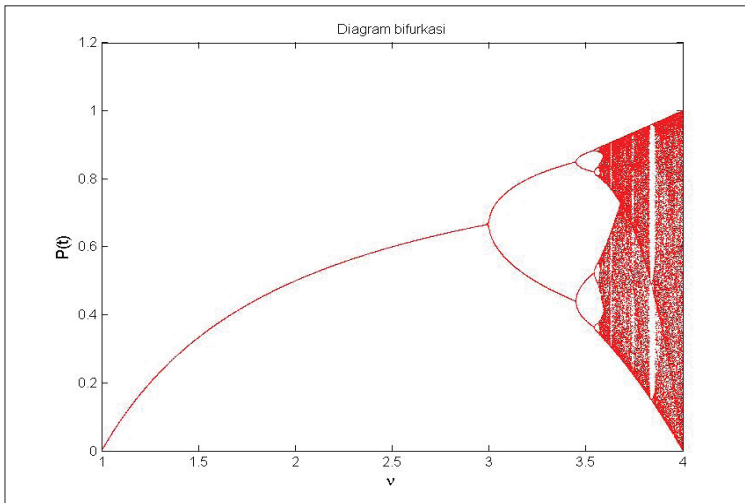
Teori ini mencoba melihat kelakuan secara kualitatif dari solusi suatu persamaan, tergantung dari parameter yang ada dalam persamaan tersebut. Pada awalnya, teori ini disebut dengan nama teori Katastrophe (*Catastrophe theory*). Secara umum, jika solusi persamaan dinamika, yaitu mempunyai kelakuan yang sama untuk setiap fungsi, maka solusi tersebut dikatakan secara struktural stabil. Sebagai contoh, ambil suatu persamaan

$$\frac{dP}{dt} = \nu P(\mu - P) \quad (8.8)$$

di mana ν dan μ adalah konstanta yang menyatakan parameter persamaan. Persamaan ini dapat dituliskan dalam bentuk diskrit sebagai berikut,

$$P_{t+1} = \nu P_t (\mu - P_t) \quad (8.9)$$

Dengan mengambil $\mu=1$ maka solusi numerik persamaan-8 dengan parameter ν sebagai peubah bebas akan menghasilkan seperti pada Gambar 8.1. Suatu persamaan diferensial dikatakan mempunyai solusi unik apabila dia berkelakuan baik. Fungsi yang berkelakuan baik adalah pemetaan satu-satu. Pada saat $\nu=3$ maka untuk satu harga dari parameter, sehingga persamaan akan mempunyai dua jenis Solusi. Dengan naiknya harga parameter ini, maka solusi yang mungkin akan semakin banyak. Dengan kata lain, kita tidak akan mempunyai solusi yang unik untuk satu harga dari parameter ν ini.



Ket.: Nilai pada saat $\nu=3$ adalah titik bifurkasi pertama, nilai $\nu=3.46$ adalah titik bifurkasi kedua. Pada kondisi ini persamaan-8 tidak mempunyai solusi yang unik karena fungsi sebagai mahluk pemetaan tidaklah berlaku lagi.

Gambar 8.1 Perilaku solusi persamaan-8 dimana peubah bebas adalah ν .

Diagram pada Gambar 8.1 dinamakan diagram bifurkasi. Diagram ini berguna untuk pemilihan harga parameter yang memerikan dinamika intrinsik dari suatu model ekosistem laut yang kita pelajari.

Pemilihan harga parameter pada titik bifurkasi menyebabkan sistem kita menjadi tak dapat diprediksi serta secara struktural menjadi tidak stabil, dan ini menjadi sistem *chaos* (Holton dan May, 1995). Hal yang luar biasa adalah selisih antara harga ke- $n-1$ dan ke- n , dibagi dengan nilai ke- n , dikurangi nilai ke- $n+1$ selalu sama, yaitu 4.66921 yang dinamakan konstanta Feigenboum (δ) (Holton dan May, 1995). Salah satu sifat sistem nonlinier adalah sensitif terhadap nilai awal, di mana hal ini dipelajari melalui sebuah nilai eksponen yang dinamakan eksponen Lyapunov (Holton dan May, 1995; Wiggins, 2008).

Tinjau $P(t)$ adalah solusi dari persamaan-8 (persamaan nonlinier) dan perubahan kecil (*small variation*) dalam solusi dinyatakan dalam bentuk $\delta P(t)$, sedangkan perubahan nilai awal akan dinyatakan oleh $\delta P(t_0)$. Sensitivitas kepada kondisi awal menyatakan bahwa sedikit variasi akan memberikan dampak yang besar (eksponensial) kepada hasil akhir. Hal ini secara kualitatif akan dinyatakan oleh,

$$|\delta P(t)| \approx e^{\lambda t} |\delta P(t_0)| \quad (8.10)$$

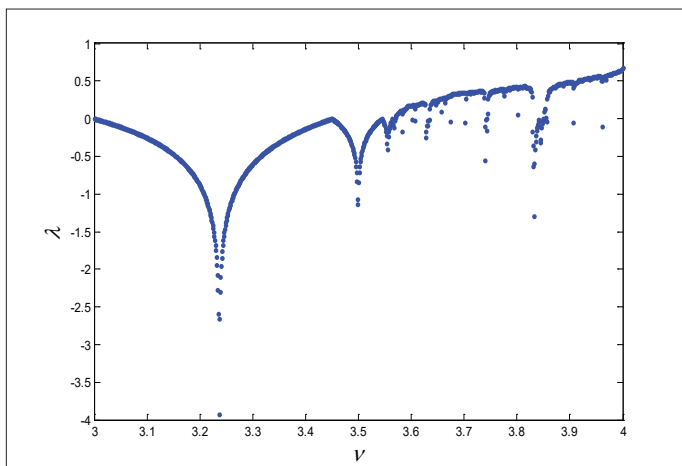
Ini yang dinamakan eksponen Lyapunov. Dengan definisi limit ($\delta \rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty}$) dan melakukan operasi logaritma natural, maka eksponen Lyapunov menjadi,

$$\ln \lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} \sum_{t=0}^n \ln \left(\frac{df(P_t)}{dP} \right) \right] \quad ; \quad f(P_t) = \nu P_t (\mu - P_t) \quad (8.11)$$

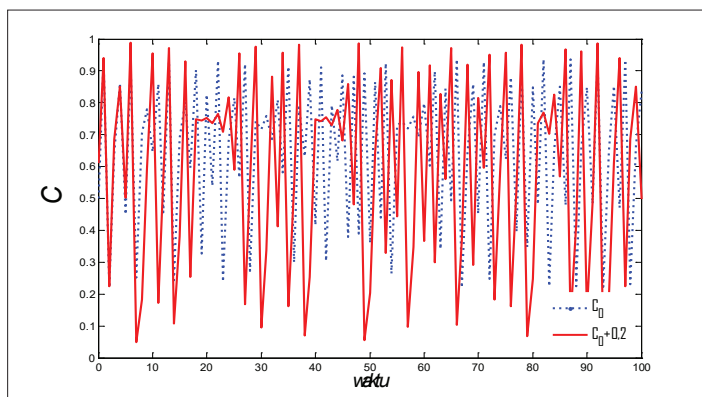
Untuk perhitungan yang akan diukur adalah $\lambda_{\max}$ yang dinyatakan oleh,

$$\lambda_{\max} = \lim_{t \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{n} \sum_{t=0}^n \ln \left(\frac{df(P_t)}{dP} \right) \right] \quad (8.12)$$

Dalam komputasi, kita tidak menghitung sampai tak berhingga, tetapi dengan bilangan yang besar. Hasil perhitungan dari Persamaan (8.12) dinyatakan dalam Gambar 8.2.



Gambar 8.2 Sensitivitas terhadap pemilihan nilai awal secara kualitatif diberikan oleh eksponen Lyapunov.



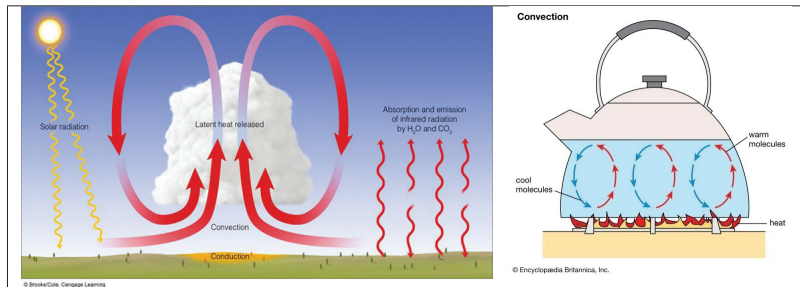
Ket.: Warna merah adalah solusi dengan nilai awal 0.5 dan nilai parameter $\nu=3.7$ (Exponen Lyapunov positif), sedangkan garis putus biru adalah solusi dengan nilai awal 0.7 dan nilai parameter $\nu=3.7$.

Gambar 8.3 Sensitivitas solusi terhadap nilai awal.

Harga eksponen Lyapunov mempunyai nilai yang negatif dan positif. Nilai negatif menunjukkan orbit atau kelakuan yang periodik

dan nilai positif menunjukkan kelakuan yang kacau. Dapat ditunjukkan bahwa jika kita memilih koefisien dengan nilai eksponen Lyapunov positif, maka sistem tersebut akan sensitif terhadap pemilihan nilai awal. Sebagai contoh, perubahan nilai awal 0.2 dari nilai semula akan memberikan perubahan solusi pada interval waktu ke sembilan (lihat Gambar 8.3).

Lorenz menjelaskan penemuan ini melalui model cuaca sederhana, di mana cuaca digambarkan sebagai fluida yang dipanaskan dari bawah (lihat Gambar 8.4). Masalah tersebut melibatkan dua fenomena, yaitu fenomena gerak dan fenomena difusi termal. Membahas fenomena tersebut adalah mencari solusi persamaan Navier-Stoke (gerak) dan persamaan difusi termal.



Ket.: Sirkulasi atmosfer ekuator paling mendasar adalah konveksi, yaitu sirkulasi fluida yang dipanaskan dari bawah. (<https://slideplayer.com/slide/4182839/>).

Gambar 8.4 Sirkulasi atmosfer ekuator

Kedua persamaan dapat ditulis (untuk menyederhanakan soal, kita asumsikan fluida invarian terhadap translasi pada sumbu y) dalam 2D karena hanya variabel x dan z yang berperan menjadi,

$$\tilde{n} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} + \zeta \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \zeta \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (8.13)$$

$$\tilde{n} \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \zeta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \zeta \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - \tilde{n} g \quad (8.14)$$

dan persamaan difusi termal,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \kappa \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (8.15)$$

Selanjutnya, kita menggunakan pendekatan Boussinesq, yang menyatakan densitas sebagai fungsi temperatur sebagai berikut $\rho = \langle \rho \rangle (1 - \alpha \Delta \theta)$. Fluida tidak dapat dimampatkan, sehingga kita dapat menyatakan kecepatan dalam fungsi aliran (*stream function*) sebagai berikut:

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (8.16)$$

Sementara kita lakukan aproksimasi untuk suhu,

$$\theta(x, z, t) = \theta_o + \Delta \theta - \frac{\Delta \theta}{H} z + \tilde{\theta}(x, z, t) \quad (8.17)$$

di mana H adalah ketinggian troposfer, dan $\nu = \eta / \rho$ adalah viskositas kinematik. Substitusikan fungsi ini ke persamaan Gerak, maka kita peroleh (kita sudah banyak berlatih untuk hal ini di bab terdahulu sehingga ini bukanlah menjadi perkara sulit),

$$\frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \psi) = -\frac{\partial (\psi, \nabla^2 \psi)}{\partial (x, z)} + \nu \nabla^4 \psi + g \alpha \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x} \quad (8.18)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial t} = -\frac{\partial (\psi, \tilde{\theta})}{\partial (x, z)} + \frac{\Delta T}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \kappa \nabla^2 \tilde{\theta} \quad (8.19)$$

di mana

$$\frac{\partial (A, B)}{\partial (x, z)} = \frac{\partial A}{\partial x} \cdot \frac{\partial B}{\partial z} - \frac{\partial A}{\partial z} \frac{\partial B}{\partial x} \quad ; \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Untuk mendapatkan gambaran umum, kita mengambil linierisasi sehingga persamaan menjadi,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^2 \psi) = \nu \nabla^4 \psi + g\alpha \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial x} \quad (8.20)$$

$$\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial t} = \frac{\Delta T}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} + \kappa \nabla^2 \tilde{\theta} \quad (8.21)$$

Persamaan di atas sudah diperoleh solusinya oleh Barry Saltzman, seorang geofisikawan yang tertarik dengan penelitian tentang konveksi mantel. Dia mendapatkan solusi sebagai berikut,

$$\psi = \psi_0 \sin\left(\frac{a}{H}x\right) \sin\left(\frac{a}{H}z\right) \quad (8.22)$$

$$\tilde{\theta} = \tilde{\theta}_0 \cos\left(\frac{a}{H}x\right) \sin\left(\frac{a}{H}z\right) \quad (8.23)$$

di mana a adalah parameter *rooling* (lingkaran) dan jika kita substitusikan hasil ini, maka kita peroleh relasi antarkonstanta sebagai berikut,

$$R_a = \frac{g\alpha H^3 \Delta T}{\kappa} \text{ dan } R_c = \frac{\pi^2 (1 + a^2)^3}{a^2} \quad (8.24)$$

di mana R_a dinamakan bilangan Reyleigh dan R_c dinamakan *critical of Reyleigh number*. Sekarang kita membahas kecerdikan Lorenz, yaitu asumsikan bahwa gerak spasial masih menunjukkan perilaku periodik tetapi tidak bersifat temporal, sehingga amplitudonya bergantung pada waktu. Lorenz mengemukakan suatu ansatz, yaitu suatu tebakan atau asumsi tambahan yang dibuat untuk membantu memecahkan masalah, yang nantinya dapat diverifikasi sebagai bagian dari solusi melalui hasilnya. Lorenz mengemukakan ansatz, (Lorenz, E, 1966),

$$\vartheta(x, z, t) = \sqrt{2} \frac{\hat{e}(1+a^2)}{a} X(t) \sin\left(\frac{\partial}{H} x\right) \sin\left(\frac{\partial}{H} z\right) \quad (8.25)$$

$$\tilde{e}(x, z, t) = \sqrt{2} \frac{\hat{R}T}{\partial R_a} Y(t) \cos\left(\frac{\partial}{H} x\right) \sin\left(\frac{\partial}{H} z\right) - Z(t) \sin\left(\frac{2\partial}{H} z\right) \quad (8.26)$$

dengan kondisi batas,

$$\tilde{\theta}(0, 0, t) = \tilde{\theta}(0, H, t) = \psi(0, 0, t) = \psi(0, H, t) = \tilde{N}^2 \psi(0, 0, t) = \tilde{N}^2 \psi(0, H, t) = 0 \quad (8.27)$$

Substitusikan solusi ini ke persamaan gerak dan difusi termal, serta abaikan suku orde empat dan gunakan syarat batas maka setelah penurunan yang melelahkan diperoleh,

$$\begin{aligned} \frac{dX}{d\tau} &= -\sigma X + \sigma Y \\ \frac{dY}{d\tau} &= -XY + rX - Y \\ \frac{dZ}{d\tau} &= XY - bZ \end{aligned} \quad (8.28)$$

Ini dinamakan persamaan Lorenz, di mana $\tau \equiv \pi^2 H^2 (1+a^2) \kappa t$ adalah waktu ternormalisasi; $\sigma = \nu/\kappa$ adalah bilangan Prandtl, $b = 4(1+a^2)^{-1}$, dan $r = Ra/Rc \propto DT$ dinamakan parameter kontrol.

Jika kita ambil persamaan Lorenz yang linier maka kita peroleh,

$$\begin{aligned} \frac{dX}{d\tau} &= -\sigma X + \sigma Y \\ \frac{dY}{d\tau} &= rX - Y \\ \frac{dZ}{d\tau} &= -bZ \end{aligned} \quad (8.29)$$

Persamaan ketiga mempunyai Solusi,

$$Z(t) = Z_0 e^{\epsilon b} \quad (8.30a)$$

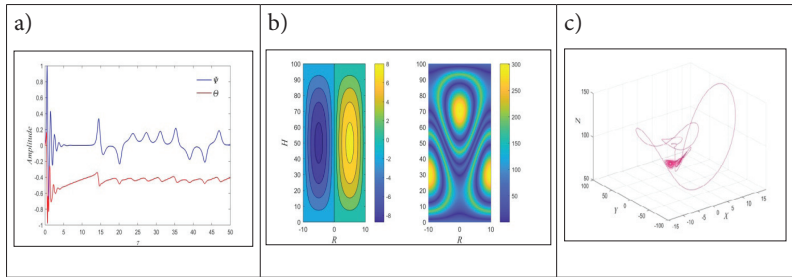
Persamaan pertama dan kedua dapat digabung sehingga diperoleh,

$$\frac{d^2 X}{d\theta^2} + \frac{d^2 Y}{d\theta^2} + \gamma X + \lambda Y = 0 \quad (8.30b)$$

di mana $\gamma = -(r + \sigma^2)$ dan $\lambda = -(\sigma + r\sigma + 2)$. Persamaan ini mudah dicari solusinya dengan metode separasi variabel.

Perilaku Persamaan (8.28) biasanya dipelajari secara kualitatif dengan menganalisis solusi pada lintasan dalam ruang fase. Lintasan ditentukan oleh fungsi $P(t)$, yang dikatakan periodik apabila kembali ke titik semula dan disebut kuasi-periodik. Jika ada selang waktu signifikan, τ , $P(t+\tau)$ akan mendekati $P(t)$. Atau lebih formalnya, $P(t)$ dikatakan kuasi-periodik jika untuk setiap $\epsilon > 0$ dan untuk setiap selang waktu t_0 terdapat selang waktu $\tau(\epsilon, t_0) > t_0$ dan waktu $t_1(\epsilon, \tau_0)$ sehingga jika $t_1 > t_2$ maka $P(t_2 + \tau) - P(t_2) < \epsilon$. Lintasan $P(t)$ yang bukan kuasi-periodik disebut non-periodik. Tentu saja, lintasan tidak memenuhi prinsip-prinsip di atas untuk aliran nonperiodik, sehingga lintasan dapat berbentuk sembarang, yang tidak harus dekat dengan titik batas. Lintasan nonperiodik mewakili aliran nonperiodik.

Lintasan yang dicapai saat fluida mencapai keadaan konvektif ditunjukkan pada Gambar 8.5. Lintasan diperoleh dengan memvariasikan nilai r . Kita tahu bahwa r sebanding dengan perbedaan suhu. Jika pemanasan berlangsung, perbedaan suhu semakin menonjol, sehingga air mulai memanaskan. Lintasan alirannya masih kuasi periodik, artinya air belum bergolak. Pada Gambar 8.5, kita mendapatkan aliran non-periodik. Hal ini menandakan bahwa air telah mengalami turbulen atau telah terjadi aliran konveksi.



Ket.: a) Deret waktu fungsi aliran dan fungsi difusi termal, b) memplot fungsi aliran dan difusi termal pada bidang x - z , c) ruang fasa dalam rezim konvektif.

Gambar 8.5 Aliran Non-Periodik

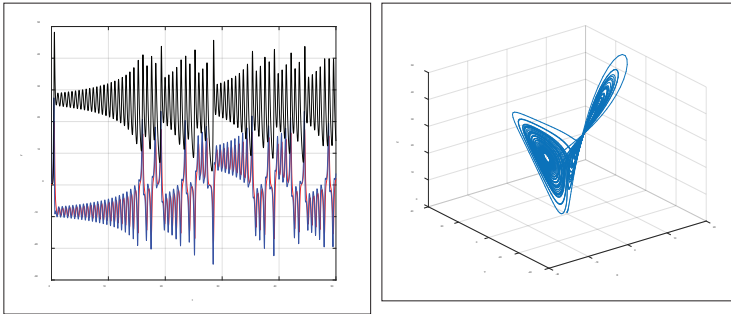
Beberapa *coding* MATLAB yang mungkin berguna,

1) Lorenz equation

```
clear all
X0=0;
Y0=0.5;
Z0=0.5;
tspan=[0:0.01:50];
y0=[X0;Y0;Z0];
[t,y]=ode45('lorenz1',tspan,y0);
plot(t,y(:,1),'r',t,y(:,2),'b',t,y(:,3),'k')
hold on
grid
xlabel('t');
ylabel('y');
figure
plot3(y(:,1),y(:,2),y(:,3))
grid
xlabel('x');
ylabel('y');
zlabel('z')
lorenz1:
function yprime=nonlinear2(t,y);

r=28; bb=8/3; p=10;
yprime=[ -p*y(1) + p*y(2)
        -y(1).*y(3)+r*y(1)-y(2)
        y(1).*y(2)-bb*y(3)];
```

hasilnya:



2) Ruang fase

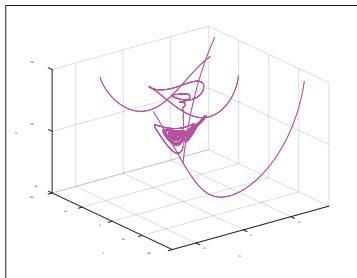
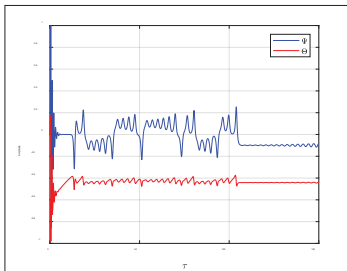
```
clear all
X0=0.5;
Y0=0.5;
Z0=0.05;
tspan=[0:0.001:150];
y0=[X0;Y0;Z0];
[t,y]=ode45('pers15a',tspan,y0);
figure
psi=y(:,1);
teta=y(:,2)-y(:,3);
teta=teta;
plot(t,psi/max(psi),'b',t,teta/max(teta)/6,'r')
hold on
grid
xlabel('\tau');
ylabel('Amplitude');
legend('\Psi','\Theta')
figure
plot3(y(:,1),y(:,2),y(:,3),'m','LineWidth',1)
grid
xlabel('X');
ylabel('Y');
zlabel('Z')
axis([-15 18 -100 100 50 150])
```

```

pers15a.m
function yprime=nonlinear2(t,y)
H=100; % tinggi silinder (m)
R=0.1; % jari jari silinder (m)
a=10; %roling
k=0.6089; %konduksi W/(mK),
b=0.0007; %koefisien ekspansi termal air 1/oC
v=0.801; %viskositas air m/s2,
rho=1; %densitas air kg/m3
g=9.8; %percepatan gravitasi
dT=500+273; %beda temperatur Kelvin
Ra=b*g*dT*H.^3/(k*v); %
Pr=v/k %prandtl number
Rc=pi.^2*(1+a.^2).^3/a.^2;
r=Ra/Rc
bb=1*4*(1+a^2)^(-1)
yprime=[ -Pr*y(1)+Pr*y(2)
        -y(1).*y(3)+r*y(1)-y(2)
        y(1).*y(2)-bb*

```

hasilnya:



3) Konveksi termal

```

clear all;
clf;
x=-10:0.01:10; z=0:0.01:100;
%Parameter
H=100; % tinggi silinder (m)
R=0.1; % jari jari silinder (m)
a=10; %roling
k=0.6089; %konduksi W/(mK),

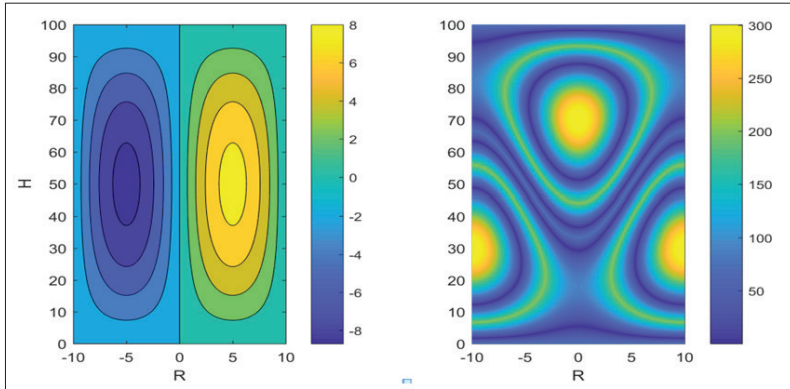
```

```

b=0.007; %koefisien ekspansi termal air ?=0.0007 1/oC
v=0.801*10^(-6); %viskositas air ?=0.801 x 10-6 m/s2,
rho=1000; %densitas air ?0 = 1000 kg/m3
g=9.8; %percepatan gravitasi
dT=300; %beda temperatur
Ra=b*g*dT*H.^3/(k*v); % Ra=?g?TH3/??
Pr=v/k; %prandtl number
Rc=pi.^2*(1+a^2)^3/a^2; % bil Rayleigh kritis
%grid
[X,Z]=meshgrid(x,z);
%amplitude konstan
Ap=sqrt(2)*k*(1+a^2)/a;
At=Rc*(dT+273)/(pi*Ra);
%fungsi
phi=Ap*(sin(a*pi/H*X).*sin(pi/H*Z));
T=At*(cos(a*pi/H*X).*sin(pi/H*Z)-sin(2*pi/H*Z));
T1=abs(T); %nondimensional
T1=10^(9)*T1-273; %dimensional oC
T2=abs(T1)-200;
T2=abs(T2);
subplot(1,2,1)
contourf(X,Z,phi); shading interp
colormap;colorbar
xlabel('R')
ylabel('H')
subplot(1,2,2)
pcolor(X,Z,T2); shading interp
colormap; colorbar
xlabel('R')

```

hasilnya:



C. Gelombang Ekuator Nonlinier

Gelombang ekuator nonlinier adalah jenis gelombang laut yang terjadi di dekat ekuator dan dicirikan oleh interaksi nonlinier antara berbagai komponen gelombang, seperti amplitudo dan frekuensinya. Misalnya, gelombang nonlinier yang disebut soliton mempunyai ikatan kuat antara amplitudo dan kecepatan fasenya.

Ada beberapa jenis gelombang ekuator nonlinier, antara lain:

- 1) Gelombang Rossby: Gelombang ini dicirikan oleh perambatannya ke arah barat dan didorong oleh rotasi Bumi. Jika ini terjadi di laut maka gelombang ini sering diamati di Samudra Pasifik, di mana mereka dapat menyebabkan perubahan ketinggian dan suhu permukaan laut.
- 2) Gelombang Kelvin: Gelombang ini didorong oleh perubahan pola angin di sepanjang ekuator, yang menyebabkan variasi suhu dan sirkulasi laut. Di laut mereka sering diamati di Samudra Pasifik, di mana mereka dapat menyebabkan perubahan permukaan laut dan memengaruhi pola iklim.
- 3) Gelombang Khatulistiwa: Gelombang ini adalah kategori gelombang umum yang mencakup gelombang Rossby dan Kelvin, serta jenis gelombang lain yang terjadi di dekat garis khatulistiwa. Mereka dicirikan oleh persamaan pembangun yang nonlinier dan

kemampuannya untuk berinteraksi dengan komponen gelombang lainnya, seperti amplitudo dan kecepatan fasenya (soliton).

Pada dasarnya, fenomena yang umum terjadi adalah nonlinier sehingga pemahaman atas gelombang ini mutlak diperlukan.

1. Gelombang Kelvin Nonlinier

Kita mulai pembahasan dengan gelombang yang sangat penting dan sering terjadi, yaitu gelombang Kelvin. Untuk menurunkan perilaku gelombang ini, kita mulai dengan persamaan air dangkal baroklinik nonlinier menggunakan (x, y) pada bidang beta dengan suku gaya hanya memasukkan mekanisme gaya internal dari jenis pemanasan kumulus (Zou dan Cho, 2000),

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial x} - yv + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (8.31)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial x} + yu + \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad (8.32)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial(\phi u)}{\partial x} + \frac{\partial(\phi v)}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = Q \quad (8.33)$$

di mana semua variabel telah dinondimensionalisasi dengan memperkenalkan suatu skala panjang dan waktu. Skala panjang didefinisikan oleh $L = \sqrt{C/\beta}$ dan skala waktu didefinisikan oleh $T = 1/\sqrt{C\beta}$, $C = \sqrt{gH}$, di mana H adalah ketinggian troposfer dan β adalah parameter bidang beta. Pemanasan internal (*adiabatic heating*) $Q = \gamma(\partial u/\partial x + \partial v/\partial y)$ adalah panas yang dilepaskan oleh kondensasi sebanding dengan fluks kelembapan ke atas dari troposfer yang lebih rendah karena konvergensi kelembapan tingkat rendah.

Gelombang nonlinier yang sudah banyak dikenal orang adalah gelombang soliter atau dinamakan soliton. Soliton merupakan jenis gelombang yang mempertahankan bentuk dan kecepatannya saat merambat melalui media, tanpa menyebarkan atau kehilangan energi.

Tidak seperti gelombang lain, yang biasanya menyebar dan kehilangan energi dari waktu ke waktu, soliton memperkuat dirinya sendiri dan dapat menempuh jarak jauh tanpa kehilangan bentuknya. Dalam kasus gelombang Kelvin, maka sinyal nonlinier muncul dalam bentuk paket gelombang sehingga kita akan mencari sebuah paket soliton. Telah diketahui bahwa sebuah paket gelombang yang merambat tanpa mengubah bentuk disebut soliton, yang umumnya memenuhi persamaan Schrodinger nonlinear (NLS). Persamaan menggambarkan keseimbangan efek dispersi dan efek nonlinier. Untuk mengurangi NLS, kita menggunakan ekspansi berganda di mana kecepatan zona u pertama kali dinyatakan dalam bentuk amplitudo dan komponen gelombang zonal, dengan bilangan gelombang dasar k dan frekuensi $\omega(k)$. Untuk mendapatkan persamaan NLS, maka kita mengekspansi variabel kecepatan sebagai berikut,

$$u(x, y, t) = \varepsilon \sum_{r=0}^{\infty} \varepsilon^r \sum_{s=0}^{r+1} A_{rs}(\zeta, \tau) \theta_{rs}(y) E^{(s)}(x, t) + cc \quad (8.34)$$

Ekspansi ini berlaku sama untuk v dan w , di mana ε adalah suatu parameter kecil (misalnya, 0.01 dan lain-lain), $E(x, t) = \exp(-i(kx - \omega(k)t))$, cc adalah kompleks konjugat, r dan s menyatakan order (tingkat/pangkat) dari amplitudo dan komponen harmonik. Fungsi $\theta_{rs}(y) \sim H(y)$ adalah komponen meridional, dengan $H(y)$ adalah fungsi Hermite. Fungsi ini akan meluruh ketika jauh dari ekuator sehingga sinyal atau gelombang yang merambat sepanjang ekuator akan meluruh ke lintang tinggi. Dengan kata lain, ekuator bertindak sebagai penjebak gelombang dan komponen ini sering disebut mode Kelvin. Lebih lanjut, $\zeta = \varepsilon(x - C_g t)$ merupakan koordinat gelombang jalan dan $\tau = \varepsilon^2 t$ adalah *slow time variable*. Substitusikan Persamaan (8.34) ke Persamaan (8.31), (8.32), dan (8.33) dengan menggunakan transformasi gelombang berjalan dan variabel waktu lambat, kita mendapatkan persamaan dari kecil ke besar. Urutan kecil adalah mode dominan, urutan lebih besar adalah mode minor, dan seterusnya.

Orde ke-nol adalah,

$$-i\omega u^{(01)} - yv^{(01)} + ik\phi^{(01)} = 0 \quad (8.35)$$

$$-i\omega v^{(01)} + yu^{(01)} + \frac{\partial \phi^{(01)}}{\partial y} = 0 \quad (8.36)$$

$$-i\omega \phi^{(01)} + (1-\gamma) \left(iku^{(01)} + \frac{\partial v^{(01)}}{\partial y} \right) = 0 \quad (8.37)$$

Solusi telah kita kenal, yaitu gelombang Kelvin linier (Zou dan Cho, 2000),

$$u^{(01)} = \alpha^{\frac{1}{2}} A_{01}(\zeta, \tau) N^{-1} e^{-i(kx - \omega t)} \left[s_1 H_{n+1} \left(\frac{y^2}{\sqrt{\alpha}} \right) + s_3 H_{n-1} \left(\frac{y^2}{\sqrt{\alpha}} \right) \right] e^{-\frac{y^2}{2\alpha}} + cc \quad (8.38)$$

$$v^{(01)} = A_{01}(\zeta, \tau) N^{-1} e^{-i(kx - \omega t)} \left[i s_2 H_n \left(\frac{y^2}{\sqrt{\alpha}} \right) \right] e^{-\frac{y^2}{2\alpha}} + cc \quad (8.39)$$

$$\phi^{(01)} = \alpha^{\frac{3}{2}} A_{01}(\zeta, \tau) N^{-1} e^{-i(kx - \omega t)} \left[s_1 H_{n+1} \left(\frac{y^2}{\sqrt{\alpha}} \right) - s_3 H_{n-1} \left(\frac{y^2}{\sqrt{\alpha}} \right) \right] e^{-\frac{y^2}{2\alpha}} + cc \quad (8.40)$$

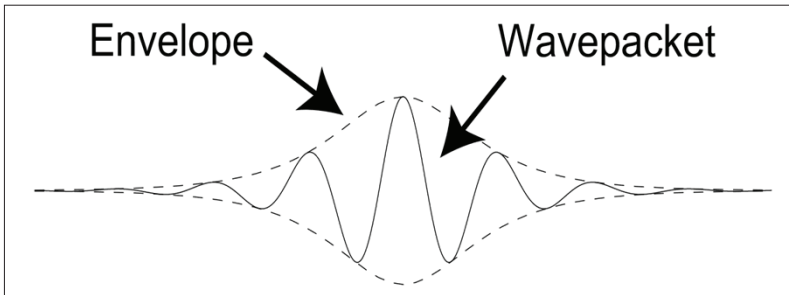
di mana $\alpha = \sqrt{1-\gamma}$, $s_1 = 1/2(\omega + k\alpha)$, $s_2 = -(\omega^2 - k^2\alpha^2)$, $s_3 = n(\omega - k\alpha)$, dan $H_n(y)$ adalah fungsi Hermite ke- n yang tidak dinormalisasi. Fungsi $A_{01}(\zeta, \tau)$ adalah solusi dari orde pertama yang memenuhi (lihat Zou dan Cho (2000) untuk turunan detail),

$$i \frac{\partial A_{01}}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \omega''(k) \frac{\partial^2 A_{01}}{\partial \zeta^2} + \nu(k) |A_{01}|^2 A_{01} = 0 \quad (8.41)$$

di mana ω'' adalah turunan kedua dari ω terhadap k dan $\nu(k)$ adalah konstanta Landau. Ini disebut persamaan Schrodinger Non-linier (NLS). Solusinya diberikan oleh,

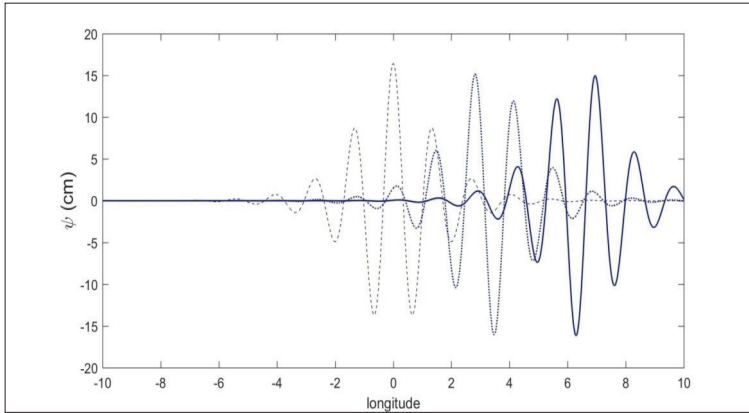
$$A_{01}(\zeta, \tau) = A_{01}^{(0)} \operatorname{sech} \left[\frac{1}{L} (\zeta - C_g \tau) \right] e^{-i(k\zeta - \omega\tau)} \quad (8.42)$$

di mana $A_{01}^{(0)} = [(C_g^2 - 2C_g V)/(2\omega''v)]^{1/2}$, $L = [2\omega''/(C_g^2 - 2C_g V)]^{1/2}$, $k = C_g/2\omega''$, dan $\omega = C_g V/2\omega''$. Solusi Persamaan (8.42) dinyatakan dalam bentuk grafik sebagai berikut,



Gambar 8.6 Solusi soliton tunggal persamaan Nonlinear Schrodinger.

Persamaan Schrödinger nonlinier menggambarkan evolusi selubung kelompok gelombang termodulasi. Suku pertama menunjukkan evolusi dengan waktu, suku kedua mewakili sifat dispersi yang dinyatakan dalam perilaku gelombang pembawa, dan suku ketiga mewakili nonlinier yang membuat gelombang cenderung tinggi, yang dinyatakan dalam selubung. Selanjutnya, simulasi dengan $C_g = 5 \text{ m s}^{-1}$, $V = 0.35 \text{ m s}^{-1}$, dan periode gelombang 60 hari menunjukkan soliton tunggal tanpa redaman dan gaya eksternal. Kecepatan selubung (gugus awan besar) merambat ke arah timur dan kecepatan pembawa (gugus awan yang lebih kecil) merambat ke arah barat. Ini digambarkan pada Gambar 8.7.



Gambar 8.7 Propagasi gelombang ekuator Kelvin nonlinier yang diberikan oleh persamaan Schrodinger Nonlinier.

Paket gelombang yang memenuhi Persamaan (8.41) mewakili kondisi tertutup atau terisolasi, di mana tidak ada gaya eksternal yang bekerja. Paket gelombang di atas muncul karena pemanasan internal (Q). Pada kondisi alam yang sebenarnya, sistem menjadi terbuka, di mana terjadi interaksi dengan sistem iklim lainnya. Interaksi dengan sistem lain ini dinyatakan dalam bentuk gaya eksternal. Akibat gaya ini, sistem merespons dalam bentuk disipasi, dinyatakan sebagai efek redaman.

2. Gelombang Rossby Nonlinier

Dalam dekade terakhir, teori gelombang ekuator merupakan riset yang cukup intensif karena pemahaman yang baik terhadap fenomena ini diyakini mampu menjelaskan beberapa ciri mendasar dari iklim tropis dan perubahan global, seperti sebagai sirkulasi Walker, osilasi frekuensi rendah Madden-Julian, dan ENSO. Salah satu gelombang yang berpengaruh terhadap dinamika ekuator terutama pada BMI adalah aktivitas gelombang Rossby. Dalam kenyataannya, diketahui bahwa pada BMI mengalami pemanasan yang intensif dan banyak fenomena yang berperan di dalamnya sehingga gelombang Rossby

yang memasuki BMI tidaklah merambat tanpa gangguan, melainkan dia akan mengalami gaya eksternal terutama pengaruh pemanasan diabatik dari lautan. Dalam buku ini, kita akan membahas bagaimana gelombang Rossby ekuator diturunkan dan secara kualitatif akan dibahas bagaimana gaya eksternal bekerja di dalamnya. Untuk mempelajari hal ini, penguasaan terhadap suatu metode yang sangat penting, yaitu ekspansi multiskala, merupakan suatu keharusan. Konsep dasar metode ini dapat dilihat pada appendix.

Persamaan dasar yang mengatur adalah persamaan vortisitas potensial kuasi-geostropik model perairan dangkal di ekuator pada bidang β , yang ditulis dalam fungsi *stream*,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \right) \left[\beta y + \nabla^2 \psi' - \frac{\beta^2 y^2}{c_0^2} \psi' \right] = 0, \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (8.43)$$

Salah satu ciri wilayah ekuator adalah segala macam bentuk persamaan diferensial akan mempunyai syarat batas,

$$\lim_{y \rightarrow \pm\infty} \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (8.44)$$

Persamaan (8.43) akan diselesaikan dengan menggunakan pendekatan sebagai berikut (Zun-Tao et al., 2005),

$$\psi = \bar{\psi} + \psi' = - \int^y [U(\tau) - c] d\tau + \psi' \quad (8.45)$$

Substitusikan ke Persamaan (8.43) sehingga diperoleh,

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (U - c) \frac{\partial}{\partial x} \right] \nabla^2 \psi' + J(\psi', \nabla^2 \psi) + \left(1 - \frac{d^2 U}{dy^2} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (8.46)$$

di mana J adalah Jacobian, yang merupakan manifestasi suku nonlinier. Selanjutnya, kita menerapkan metode *multiple scale expan-*

sion, di mana kita melihat perubahan temporal dan spasial memiliki skala yang tidak sama. Jika kita introduksi parameter kecil ε , maka kita lakukan transformasi koordinat sebagai berikut,

$$X = \varepsilon^{\frac{1}{2}} x, \quad \tau = \varepsilon^{\frac{1}{2}} t, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x} = \varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial X}, \quad \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial t} = \varepsilon^{\frac{1}{2}} \frac{\partial}{\partial \tau} \quad (8.47)$$

Hal ini menyatakan bahwa perubahan temporal lebih lambat/kecil dari perubahan spasial. Dengan menganggap bahwa suku nonlinier merupakan suku gangguan (*weakly nonlinear*) maka di depan suku nonlinier (Jacobian) kita berikan ε sehingga Persamaan (8.46) menjadi,

$$L_0(\psi') + \varepsilon \left\{ L_1(\psi') + J \left[\psi', \left(\frac{\partial^2 \psi'}{\partial y^2} - y^2 \psi' \right) \right] \right\} = 0 \quad (8.47)$$

di mana,

$$L_0 = (U - c) \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - y^2 \right) + \left(1 - \frac{d^2 U}{dy^2} \frac{\partial}{\partial x} \right) \\ L_1 = \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - y^2 \right) + (U - c) \frac{\partial^3}{\partial X^3}, \quad J[a, b] = \frac{\partial a}{\partial X} \frac{\partial b}{\partial y} - \frac{\partial b}{\partial X} \frac{\partial a}{\partial y} \quad (8.48)$$

Langkah selanjutnya, kita akan ekspansi fungsi *stream* fluktuasi atau gelombang dalam ekspansi gangguan sebagai berikut,

$$\psi' = \varepsilon \psi^{(1)} + \varepsilon^2 \psi^{(2)} + \varepsilon^3 \psi^{(3)} + \dots \quad (8.49)$$

Jika kita substitusikan ke Persamaan (8.47), maka akan diperoleh himpunan persamaan diferensial dalam orde, yaitu:

Orde satu,

$$(U - c) \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 \psi^{(1)}}{\partial y^2} - y^2 \psi^{(1)} \right) + \left(1 - \frac{d^2 U}{dy^2} \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial x} \right) = 0 \quad (8.50)$$

Orde dua,

$$(U-c) \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 \psi^{(2)}}{\partial y^2} - y^2 \psi^{(2)} \right) + \left(1 - \frac{d^2 U}{dy^2} \frac{\partial \psi^{(2)}}{\partial x} \right) = - \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial^2 \psi^{(1)}}{\partial y^2} - y^2 \psi^{(1)} \right) \\ + (U-c) \frac{\partial^3 \psi^{(1)}}{\partial X^3} + \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial X} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 \psi^{(1)}}{\partial y^2} - y^2 \psi^{(1)} \right) - \frac{\partial \psi^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 \psi^{(1)}}{\partial y^2} - y^2 \psi^{(1)} \right) \quad (8.51)$$

Jika kita ambil solusi dalam bentuk,

$$\psi^{(1)} = A(X, \tau) \phi^{(1)}(y) \quad (8.52)$$

Maka Persamaan (8.50) menghasilkan,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1 - \frac{d^2 U}{dy^2}}{U-c} - y^2 \right) \phi^{(1)} = 0, \quad \lim_{y \rightarrow \pm \infty} \phi^{(1)}(y) = 0 \quad (8.53)$$

yang telah dikenal dengan nama persamaan Taylor-Goldstein. Untuk menyelesaikan Persamaan (8.51), maka dipilih solusi untuk orde dua menjadi,

$$\psi^{(2)} = B(X, \tau) \phi^{(2)}(y) \quad (8.54)$$

Maka Persamaan (8.51) menjadi,

$$(U-c) \frac{\partial B}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 \phi^{(2)}}{\partial y^2} + \left(1 - \frac{d^2 U}{dy^2} \right) \phi^{(2)} - y^2 \phi^{(2)} \right) = - \frac{\partial A}{\partial \tau} \left(\frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial y^2} - y^2 \phi^{(1)} \right) \\ + (U-c) \frac{\partial^3 A}{\partial X^3} + \frac{\partial A}{\partial X} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial y^2} - y^2 \phi^{(1)} \right) - \frac{\partial \phi^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial A}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 \phi^{(1)}}{\partial y^2} - y^2 \phi^{(1)} \right) \quad (8.55)$$

Jika kita kalikan dengan $\phi^{(1)}$ dan integrasikan terhadap y , serta mengingat sifat ortogonalitas dari persamaan Taylor-Goldstein yang merupakan persamaan nilai eigen, maka diperoleh,

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + \alpha A \frac{\partial A}{\partial X} + \beta \frac{\partial^3 A}{\partial X^3} = 0 \quad (8.56)$$

di mana,

$$\alpha = \frac{1}{I} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{dy} \left(\frac{1 - \frac{d^2 y}{dy^2}}{U - c} \right) \frac{(\phi^{(1)})^3}{U - c} dy, \quad \beta = \frac{1}{I} \int_{-\infty}^{\infty} (\phi^{(1)})^2 dy, \quad I = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1 - \frac{d^2 y}{dy^2}}{U - c} \right) dy, \quad (8.57)$$

Persamaan (8.56) dinamakan persamaan Korteweg-de Vries (KdV) yang merupakan persamaan diferensial nonlinier yang integrabel dengan solusi soliton. Meskipun nonlinier, Persamaan (8.56) mempunyai solusi eksak dalam bentuk *traveling wave* sebagai berikut,

$$A(X, \tau) = A(X - V\tau) = A(\xi) \quad (8.58)$$

Maka Persamaan (8.56) menjadi,

$$-V \frac{dA}{d\xi} + \alpha A \frac{dA}{d\xi} + \beta \frac{d^3 A}{d\xi^3} = 0 \rightarrow -V \frac{dA}{d\xi} + \frac{\alpha}{2} \frac{dA^2}{d\xi} + \beta \frac{d^3 A}{d\xi^3} = 0 \quad (8.59)$$

Jika kita integrasikan terhadap ξ , maka diperoleh,

$$-VA + \frac{\alpha}{2} A^2 + \beta \frac{d^2 A}{d\xi^2} + C_1 = 0 \quad (8.60)$$

dikarenakan $\xi \rightarrow \infty$ $A=0$, maka kita dapat memilih konstanta integrasi $C_1=0$. Kemudian kalikan Persamaan (8.60) dengan $dA/d\xi$, maka kita peroleh,

$$-VA \frac{dA}{d\xi} + \frac{\alpha}{2} A^2 \frac{dA}{d\xi} + \beta \frac{dA}{d\xi} \frac{d^2 A}{d\xi^2} = 0 \rightarrow -\frac{V}{2} \frac{dA^2}{d\xi} + \frac{\alpha}{6} \frac{dA^3}{d\xi} + \frac{\beta}{2} \frac{d}{d\xi} \left(\frac{dA}{d\xi} \right)^2 = 0 \quad (8.61)$$

Kembali kita integrasikan, maka diperoleh,

$$\beta \left(\frac{dA}{d\xi} \right)^2 = VA^2 - \frac{\alpha}{3} A^3 \quad (8.62)$$

Akhirnya, kita peroleh suatu persoalan integrasi sebagai berikut,

$$\int \frac{dA}{\sqrt{\left(VA^2 - \frac{\alpha}{3} A^3 \right)}} = \sqrt{\frac{1}{\beta}} \int d\xi \rightarrow \int \frac{dA}{\sqrt{(A^2 - aA^3)}} = \sqrt{\frac{V}{\beta}} \int d\xi \quad a = \frac{\alpha}{3V} \quad (8.63)$$

Dengan substitusi $u=(1-\alpha A)^{1/2}$ maka,

$$-2a \int \frac{udu}{1-u^2} = \sqrt{\frac{V}{\beta}} \xi \quad (8.64)$$

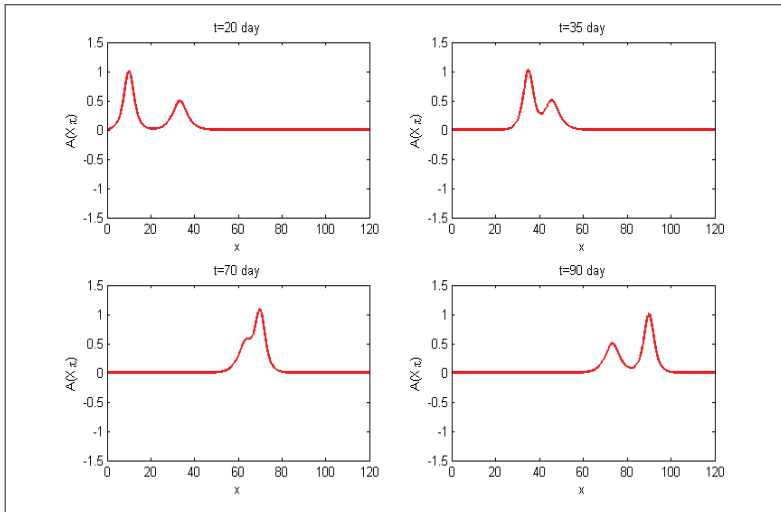
Dengan tabel integrasi, kita peroleh,

$$a \ln \left| \frac{1-u}{1+u} \right| = \sqrt{\frac{V}{\beta}} \xi \rightarrow u = \frac{1-e^{-b\xi}}{1+e^{-b\xi}} \quad b = \frac{\alpha}{3} \sqrt{\frac{1}{\beta V}} \quad (8.65)$$

Selesaikan untuk A , maka kita peroleh,

$$A(X, \tau) = A \operatorname{sech}^2 \left(\frac{\alpha}{6} \sqrt{\frac{1}{\beta V}} (X - V\tau) \right), \quad A = \frac{3V}{\alpha} \quad (8.66)$$

Solusi ini dinamakan soliton tunggal (*single soliton*) dan terlihat bahwa amplitudo sebanding dengan kecepatan propagasi, yang berarti semakin besar amplitudo soliton maka lajunya semakin cepat.



Ket.: Gelombang Rossby nonlinier yang direpresentasikan oleh gelombang soliter atau soliton. Soliton dengan amplitudo lebih tinggi akan menjalar lebih cepat dari pada soliton dengan amplitudo lebih rendah.

Gambar 8.8 Gelombang Rossby nonlinier

Gambar tersebut di-generate dengan kode MATLAB sebagai berikut,

```
% soliton
clear all; % clear all variables
clf;
% persamaan KdV
%solusi U=a*sech(sqrt(a) (x-at));
a1=0.5; a2=1; %amplitude
x = 0:.01:120 ;% x jarak
subplot(2,2,1)
for t=0:0.1:10
    y1 = a1*sech(sqrt(a1)/2*(x-a1*t)-10);      y2 =
a2*sech(sqrt(a2)/2*(x-a2*t)); yr=y1+y2;
    plot( x,real(yr), 'r','Linewidth',1.5);
    axis([0 120 -1.5 1.5]); title('t=20 day')
        xlabel('x'); ylabel('A(X,\tau)'); text(1,1,
sprintf('t=%g', t));
    drawnow;
    pause(.0005);
end
subplot(2,2,2)
for t=0:0.1:35
    y1 = a1*sech(sqrt(a1)/2*(x-a1*t)-10);      y2 =
a2*sech(sqrt(a2)/2*(x-a2*t));
    yr=y1+y2;
    plot( x,real(yr), 'r','Linewidth',1.5);
    axis([0 120 -1.5 1.5]); title('t=35 day')
        xlabel('x'); ylabel('A(X,\tau)'); text(1,1,
sprintf('t=%g', t));
    drawnow;
    pause(.0005);
end
subplot(2,2,3)
for t=0:0.1:70
    y1 = a1*sech(sqrt(a1)/2*(x-a1*t)-10);      y2 =
a2*sech(sqrt(a2)/2*(x-a2*t));
    yr=y1+y2;
    plot( x,real(yr), 'r','Linewidth',1.5);
```

```

axis([0 120 -1.5 1.5]); title('t=70 day')
xlabel('x'); ylabel('A(X,\tau)'); text(1,1,
sprintf('t=%g', t));
drawnow;
pause(.0005);
end
subplot(2,2,4)
for t=0:0.1:90
y1 = a1*sech(sqrt(a1)/2*(x-a1*t)-10); y2 =
a2*sech(sqrt(a2)/2*(x-a2*t));
yr=y1+y2;
plot(x,real(yr), 'r','Linewidth',1.5);
axis([0 120 -1.5 1.5]); title('t=90 day')
xlabel('x'); ylabel('A(X,\tau)'); text(1,1,
sprintf('t=%g', t));
drawnow;
pause(.0005);
end

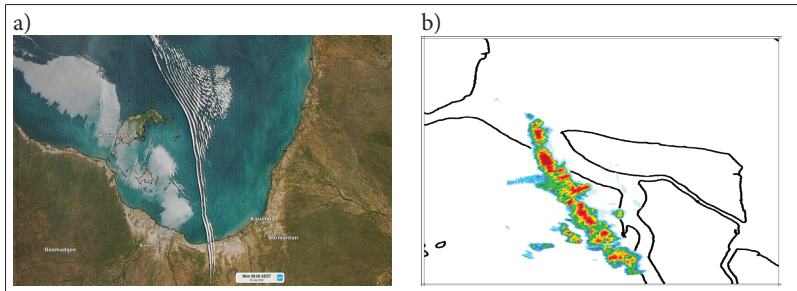
```

3. Atmospheric Soliton

Soliton atmosfer (*atmospheric soliton*) atau sering juga disebut *atmospheric bore* adalah jenis fenomena gelombang yang terjadi di atmosfer Bumi. Ini merupakan gelombang soliter yang merambat melalui atmosfer dengan sedikit kehilangan energi. Soliton atmosfer biasanya diamati di atmosfer yang lebih rendah, yaitu pada ketinggian mulai dari beberapa ratus meter hingga beberapa kilometer. Gelombang ini disebabkan oleh interaksi antara atmosfer dengan permukaan di bawahnya, seperti pegunungan atau perbukitan. Ketika angin bertiup di atas permukaan yang kasar, hal itu menciptakan gelombang yang merambat ke atas. Dalam kondisi tertentu, gelombang ini bisa menjadi soliton. Jika di laut, hal ini dikenal dengan nama *internal wave* yang terjadi akibat *flow over sill* atau topografi batimetri kasar (*rough batimetry*). Soliton atmosfer dapat memiliki rentang panjang gelombang yang luas, dari beberapa meter hingga beberapa kilometer. Mereka biasanya diamati sebagai gelombang stasioner panjang yang bertahan selama beberapa jam hingga beberapa hari. Lamanya hidup

tergantung pada stabilitas atmosfernya. Semakin atmosfer stabil maka dia akan hidup lebih lama.

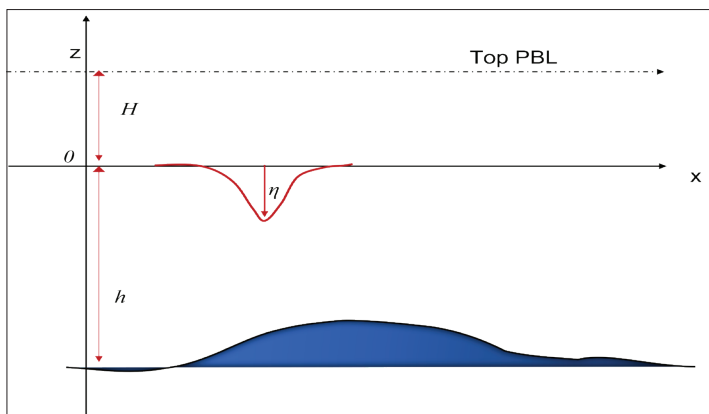
Soliton atmosfer tidak terjadi sepanjang waktu dan di semua tempat. Sebagai contoh, pada musim gugur 2016, soliton atmosfer tak beraturan melewati Inggris selatan. Pengamatan di permukaan memberikan kecepatan fase hingga 30 m/s, tekanan permukaan naik lebih dari 1,5 hPa, dan perubahan arah angin secara tiba-tiba (Osborne dan Lapworth, 2017). Penjelasan tentang bagaimana soliton ini terbentuk, sifat penjarannya dan, bagaimana soliton ini terdisipasi merupakan topik penelitian yang masih terbuka. Beberapa literatur menunjukkan bahwa soliton ini sebagai awal terjadinya awan konveksi dengan skala yang kecil, yaitu pada saat soliton pecah. Pada umumnya, soliton atmosfer muncul di dekat pantai sehingga timbul keraguan mekanisme pembentuknya, apakah ini merepresentasikan suatu front. Pengamatan dari Florida timur-tengah selama percobaan Konveksi dan Presipitasi/Elektifikasi (CaPE) digunakan untuk menyelidiki faktor-faktor yang memengaruhi pembentukan soliton atmosfer (Kingsmill et al, Montly Weath. Rev 2003). Hasil menunjukkan bahwa sepuluh kasus yang melibatkan tumbukan front dengan bagian depan angin laut dianalisis dengan radar Doppler dan *sounding* serta data mesonet permukaan. Front dalam tabrakan ini umumnya lebih dalam, lebih padat, dan lebih cepat menyebar dari pada angin laut. Soliton yang teramati mempunyai ciri seperti front. Hasil lain menunjukkan bahwa 70% dari pengamatan pascatabrakan antara angin densitas dengan soliton dapat meregenerasi konveksi baru atau meningkatkan konveksi yang ada.



Ket.: a) satelit optik (sekelompok garis awan paralel diidentifikasi sebagai paket gelombang soliter atmosfer yang ditandai dengan penurunan amplitudo dan panjang gelombang dari depan ke belakang. Fitur ini sebanding dengan solusi dnoidal soliton ke persamaan Korteweg-de Vries (KdV). Angin darat dan aliran katabatik diduga sebagai mekanisme pembangkitannya, dan b) satelit radar (soliton yang terobservasi oleh satelit x-band di Bengkulu yang diduga sebagai hasil aliran angin menabrak bukit barisan).

Gambar 8.9 Penampakan soliton atmosfer dengan berbagai pengamatan

Gelombang soliter yang telah diamati di atmosfer secara luas terdiri dari dua kelas: 1) yang menyebar di lapisan stratifikasi yang cukup dangkal di dekat tanah dan 2) yang menempati seluruh troposfer. Mekanisme pembangkitan berbeda secara substansial untuk kedua jenis gelombang soliter tersebut. Jenis pertama dihasilkan oleh fenomena skala kecil atau skala meso, seperti badai petir, *flow over sill*, angin laut, atau angin katabatik. Sementara jenis kedua dihasilkan oleh fenomena skala yang jauh lebih besar, seperti proses penyesuaian geostropik. Kita fokus pada fenomena yang pertama, yaitu yang banyak terjadi di Benua Maritim Indonesia. Teori paling umum tentang terjadinya soliton atmosfer adalah akibat *flow over sill* atau angin yang melewati pegunungan. Di Indonesia mempunyai banyak pegunungan sehingga mekanisme ini mungkin adalah yang paling umum menjadi pembangkit soliton atmosfer. Geometri model digambarkan sebagai berikut.



Gambar 8.10 Geometri model propagasi soliton di atmosfer.

Persamaan pembangun dinamika fluida dengan stratifikasi kontinu dinyatakan oleh Grimshaw (2002),

$$\rho_0 \left(\frac{\partial u}{\partial t} + U_0 \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial U_0}{\partial z} \right) + (\rho_0 + \rho) \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + U_0 \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial U_0}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (8.67)$$

$$(\rho_0 + \rho) \left(\frac{\partial w}{\partial t} + U_0 \frac{\partial w}{\partial x} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \quad (8.68)$$

$$g \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + U_0 \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) + g \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) - \rho_0 N^2 w = 0, \quad N^2(z) = - \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} \quad (8.69)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (8.70)$$

Persamaan di atas memenuhi syarat batas,

$$w = 0 \quad \text{at} \quad z = -h, \quad p_0 + p = 0 \quad \text{at} \quad z = \eta$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + U_0 \frac{\partial \eta}{\partial x} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} + w \frac{\partial \eta}{\partial z} = w \quad \text{at} \quad z = \eta \quad (8.71)$$

Karena di $z=\eta$ adalah imajiner, maka persamaan di $z=\eta$ harus diaproksimasi di sekitar $z=0$. Aproksimasi ini dinamakan deret Taylor yang dinyatakan sebagai berikut.

$$f(\eta) = f(\eta)\Big|_{z=0} + \frac{\partial f(\eta)}{\partial z}\Big|_{z=0} \zeta + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f(\eta)}{\partial z^2}\Big|_{z=0} \zeta^2 + \dots \quad (8.72)$$

dengan $f(\eta)$ dinyatakan dalam Persamaan (8.71), maka kita peroleh,

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + U_0 \frac{\partial \zeta}{\partial x} + u \frac{\partial \zeta}{\partial x} + w \frac{\partial \zeta}{\partial z} = w \quad \text{at} \quad z = 0 \quad (8.73)$$

Selanjutnya, kita akan mencari solusi dalam bentuk ansaltz (Grimshaw, 2002),

$$\begin{aligned} \zeta &= A(x-ct)\phi(z) \quad ; \quad u = (c-U_0)A(x-ct)\frac{d\phi(z)}{dz} \\ p &= \rho_0(c-U_0)^2 A(x-ct)\frac{d\phi(z)}{dz} \quad ; \quad \rho = \rho_0 N^2 A(x-ct)\phi(z) \end{aligned} \quad (8.74)$$

Jika kita substitusikan ke Persamaan (8.67)-(8.70) maka kita peroleh persamaan,

$$\frac{d}{dz} \left[\rho_0 (c-U_0)^2 \frac{d\phi}{dz} \right] + \rho_0 N^2(z)\phi \quad \text{at} \quad -h < z < 0 \quad (8.75)$$

yang disebut Persamaan Taylor-Goldstein dengan syarat batas,

$$\phi = 0 \quad \text{at} \quad z = -h \quad , \quad (c-U_0)^2 \frac{d\phi}{dz} = g\phi \quad \text{at} \quad z = 0 \quad (8.76)$$

Untuk $n=0$ dan $U_0=0$, maka kita akan mendapatkan $c=\sqrt{gh}$ yang menyatakan kecepatan fase gelombang gravitasi.

Persamaan dalam $A(x-ct)$ akan menghasilkan persamaan yang rumit. Untuk itu, kita kembali menggunakan metode *multiple scale expansion*, yaitu

$$\tau = \varepsilon \alpha t, \quad \theta = \varepsilon(x - ct), \quad \alpha = \varepsilon^2 \quad (8.77)$$

maka,

$$\zeta = \alpha A(\theta, \tau) \phi(z) + \alpha^2 \zeta^{(2)} + \dots \quad (8.78)$$

Seperti yang pernah kita lakukan dalam kasus gelombang Rossby nonlinier, dengan menyubstitusikan ke Persamaan (8.67) hingga (8.70) dan menggunakan sifat ortogonalitas fungsi eigen, maka pada akhirnya akan diperoleh,

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + \mu A \frac{\partial A}{\partial \theta} + \lambda \frac{\partial^3 A}{\partial \theta^3} = 0 \quad (8.79)$$

di mana

$$\mu = \frac{3}{I} \int_{-h}^0 \rho_0 (c - U_0)^2 \left(\frac{d\phi}{dz} \right)^3 dz, \quad \lambda = \frac{1}{I} \int_{-h}^0 \rho_0 (c - U_0)^2 \phi^3 dz, \quad I = 2 \int_{-h}^0 \rho_0 (c - U_0) \left(\frac{d\phi}{dz} \right)^2 dz \quad (8.80)$$

Ini dinamakan persamaan KdV.

Beberapa peneliti memasukkan gaya eksternal terhadap propagasi soliton atmosfer ini langsung dari persamaan KdV dengan memodifikasinya, misalnya,

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + \mu A \frac{\partial A}{\partial \theta} + \lambda \frac{\partial^3 A}{\partial \theta^3} + \gamma D(A) = F(\theta) \quad (8.81)$$

dengan γ menyatakan suku disipasi dan $F(\theta)$ adalah gaya eksternal. Beberapa peneliti melihat efek propagasi soliton terhadap lingkungannya langsung dengan memecahkan persamaan KdV, guna menghindari penurunan yang terlalu rumit mulai dari persamaan gerak.

Jika kita melihat kondisi di atmosfer, maka soliton atmosfer terkadang tidak tercipta sendirian, melainkan dalam bentuk gerombolan, seperti pada Gambar 8.9. Kondisi ini menyebabkan kita tidak dapat menggunakan solusi soliton tunggal. Kita beruntung bahwa persamaan KdV mempunyai banyak solusi, tidak hanya soliton tunggal saja, tetapi juga dapat menghasilkan solusi n -soliton. Untuk kondisi beberapa soliton yang identic, maka kita berurusan dengan sifat periodik, di mana persamaan KdV menyediakan solusi periodik dalam bentuk gelombang Dnoidal sebagai berikut,

$$A(\theta, \tau) = a \left[b(m) + cn^2 \beta(\theta - V\tau) \right] + d \quad (8.82)$$

di mana

$$b = \frac{1-m}{m} - \frac{E(m)}{mK(m)}, \quad \mu a = 12\lambda m\beta^2, \quad V = \mu d + \frac{1}{3}\mu a \left(\frac{2-m}{m} - \frac{3E(m)}{mK(m)} \right) \quad (8.83)$$

cn dinamakan fungsi eliptik Jacobi dengan modulus m , serta $K(m)$ dan $E(m)$ masing-masing adalah integral elptik jenis pertama dan kedua. Hal yang menarik adalah jika $m=0$ maka,

$$\lim_{m \rightarrow 0} cn^2(\theta) = \text{sech}^2(\theta) \quad (8.84)$$

Jika kita perluas menjadi dua dimensi, maka persamaan KdV akan menjadi persamaan Kadomtsev-Petviashvili (KP),

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial A}{\partial \tau} + \mu A \frac{\partial A}{\partial \theta} + \varepsilon^2 \frac{\partial^3 A}{\partial \theta^3} \right) + \gamma \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (8.85)$$

Dengan solusi satu soliton diberikan boleh,

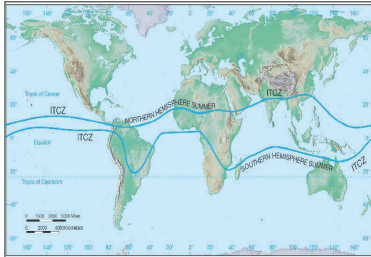
$$A(\theta, \varphi, \tau) = \frac{1}{2} a^2 \text{sech}^2 \left[\frac{1}{2} a \left(\theta - b\varphi - \frac{\omega}{a} \tau - \theta_0 \right) \right] \quad (8.86)$$

di mana (a, b, θ_0) adalah konstanta.

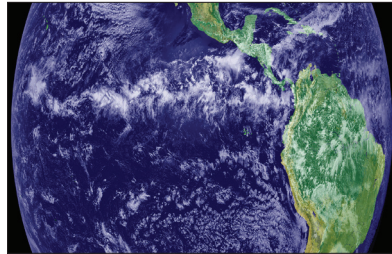
D. Interaksi Udara-Laut

Sesuai dengan namanya, Benua Maritim Indonesia merupakan wilayah dengan laut yang luas dan mungkin mendominasi wilayah ini. Wilayah dengan kepulauan yang bergunung-gunung serta banyak tersebar pulau kecil dan selat, membuat wilayah ini sangat dinamik dan mode kekuatan lokal sangat dominan. Salah satu kunci penting memahami dinamika wilayah ini adalah interaksi antara laut dan atmosfer atau disebut *air-sea interaction* (ASI). ASI didorong oleh berbagai faktor, antara lain suhu dan kelembapan udara, suhu dan salinitas air, serta adanya angin dan arus. Di Benua Maritim Indonesia, interaksi udara-laut sangat dipengaruhi oleh sistem monsun, yang membawa perubahan pola angin musiman, curah hujan, dan arus laut. Selama bulan-bulan monsun barat, udara yang hangat dan lembap mengalir di atas Samudra Hindia dan ditarik menuju sistem bertekanan rendah di atas kepulauan Indonesia. Saat udara ini naik, ia mendingin dan melepaskan kelembapan dalam bentuk hujan lebat. Hujan dan kelembapan berinteraksi dengan permukaan laut, menyebabkan penurunan salinitas permukaan dan peningkatan suhu. Sebaliknya, selama bulan-bulan musim kemarau, angin berbalik arah dan mengalir dari tenggara, membawa udara yang lebih kering dan lebih dingin ke wilayah tersebut. Hal ini menyebabkan penurunan curah hujan dan peningkatan penguapan, yang dapat menyebabkan salinitas permukaan yang lebih tinggi dan suhu permukaan laut yang lebih rendah. BMI merupakan sumber utama panas dan kelembapan untuk atmosfer, serta perubahan kondisi samudra dan atmosfer dapat berdampak signifikan pada pola cuaca di kawasan tetangganya.

a)



b)



Gambar 8.11 ITCZ merupakan a) pita bertekanan rendah di sekitar ekuator, b) kehadiran ITCZ dicirikan dengan terbentuknya awan hujan.

Mungkin salah satu contoh menarik terkait ASI adalah keadaan asimetri dari Zona Konvergensi Intertropis (ITCZ), di mana hal ini merupakan sabuk bertekanan rendah yang mengelilingi Bumi di dekat Khatulistiwa, tempat angin pasat belahan Bumi utara dan selatan bertemu. ITCZ itu tidak simetri karena mayoritas terbentuk di utara ekuator. Karena tekanan rendah cukup kontras dengan tekanan di sekelilingnya, ia seolah-olah seperti jurang tekanan sehingga juga dikenal sebagai lesung atau palung khatulistiwa. ITCZ dicirikan oleh suhu tinggi, kelembapan tinggi, dan sering terjadi badai petir, serta merupakan wilayah dengan pembentukan awan dan presipitasi yang intensif. Jadi, ITCZ dapat dikatakan pembawa hujan di Indonesia. ITCZ bergerak secara musiman, mengikuti posisi Matahari, dan dapat bergeser ke utara atau selatan ekuator tergantung pada waktu dalam setahun. ITCZ terbentuk karena pemanasan permukaan Bumi oleh Matahari. Saat udara di atas khatulistiwa memanaskan, ia naik dan menciptakan zona bertekanan rendah. Zona bertekanan rendah ini menarik udara dari daerah sekitarnya, menghasilkan konvergensi dan pembentukan ITCZ. Secara umum, ITCZ dikaitkan dengan musim hujan di daerah tropis, karena konvergensi udara lembap dapat menyebabkan curah hujan yang tinggi. Namun, lokasi dan intensitas ITCZ dapat bervariasi dari tahun ke tahun, menyebabkan variabilitas pola iklim regional.

Teori paling awal tentang asimetri ITCZ sebagai akibat dari ASI diajukan oleh Chang dan Philander (1994), yang berfokus pada dinamika positif umpan balik udara-laut antara tiga parameter, yaitu angin meridional, *upwelling* laut, dan SST. Model mereka dinyatakan oleh sistem persamaan berikut,

$$-\alpha \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - A \frac{\partial T}{\partial x} \right) = E\tau^x - f\tau^y \quad (8.87)$$

$$-\alpha \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} + A \frac{\partial T}{\partial y} \right) = E\tau^y - f\tau^x \quad (8.88)$$

$$\phi + B \left(\frac{\partial \tau^x}{\partial x} + \frac{\partial \tau^y}{\partial y} \right) = 0 \quad (8.89)$$

di mana τ^x dan τ^y adalah *stress* angin pada permukaan laut dalam arah zonal dan meridional. ϕ adalah geopotensial pada lapisan atas *boundary layer* dan T adalah suhu muka laut. E adalah faktor redaman (*damping*), $A = gH_0/2T_0$ dan $B = gH_0/\alpha\mu$ menyatakan kekuatan tekanan, H_0 kedalaman *boundary layer*, T_0 adalah temperatur referensi, serta α adalah konversi *wind speed* ke *wind stress*. Sementara variasi suhu muka laut (SST) dinyatakan oleh model Zebiak sebagai berikut,

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U_1 \frac{\partial T}{\partial x} + V_1 \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{W_1}{H_1} (T - \gamma h) + U_1 \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + V_1 \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + W_1 \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \varepsilon T - \kappa \nabla^2 T = 0 \quad (8.90)$$

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \end{bmatrix} = \frac{H_2}{H} \begin{bmatrix} u_e \\ v_e \end{bmatrix}, \quad W = \frac{H_1 H_2}{H} \nabla \cdot \vec{v}_e \quad (8.91)$$

$$\begin{bmatrix} u_e \\ v_e \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} r_s \tau^x + f \tau^y \\ r_s \tau^y - f \tau^x \end{bmatrix}, \quad \Delta = H_1 (r_s^2 + f^2) \quad (8.92)$$

Seperti biasa, huruf besar menyatakan rata-rata dan tanda bar juga menyatakan kondisi rata-rata (*mean*). (U_1, V_1) menyatakan *mean*

current dan (u, v) menyatakan gangguan arus laut. H adalah kedalaman termoklin, H_1 adalah kedalaman *mixed layer* konstan, dan H_2 adalah kedalaman rata-rata termoklin. Untuk mendemonstrasikan model di atas, maka kita ambil kasus yang sederhana, yaitu persamaan *quasi-balance* yang menyatakan kedalaman termoklie anomali (h) dinyatakan sebagai berikut,

$$\frac{dh}{dt} = -rh - \alpha bT \quad (8.93)$$

dengan r dan α adalah konstanta. Dengan hanya melihat di suatu titik, maka kecepatan zonal dan meridional diabaikan sehingga Persamaan (8.90) menjadi,

$$\frac{dT}{dt} = RT + \bar{\gamma}h, \quad R = \varepsilon - \frac{W_1}{H_1}, \quad \bar{\gamma} = \frac{W_1}{H_1}\gamma \quad (8.94)$$

Jika kedua persamaan tersebut digabungkan maka diperoleh,

$$\begin{aligned} \frac{dh}{dt} &= -rh - \alpha bT \\ \frac{dT}{dt} &= RT + \bar{\gamma}h \end{aligned} \quad (8.95)$$

Ini adalah persamaan diferensial yang diperoleh Jin, FF (1996) untuk studi terkait dengan ENSO yang memerikan interaksi antara kedalaman termoklin dan SST. Persamaan (8.95) mempunyai solusi,

$$\begin{aligned} h &= h_0 \cos(\omega t) - \frac{(rh_0 + \alpha b\mu T_0)}{\omega} \sin(\omega t) \\ T &= T_0 \cos(\omega t) + \frac{(rT_0 + \gamma h_0)}{\omega} \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (8.96)$$

Solusi ini menunjukkan bahwa amplitudo osilasi hanya bergantung pada kondisi awal. Dalam simulasi, nilai yang umumnya diambil adalah $c=1$, $\gamma=0.75$, $r=0.25$, $\alpha=0.125$, $b_0=2.5$, $\mu=2/3$, dan $\omega=\sqrt{(3/32)}$. Persamaan (8.95) dapat dikembangkan untuk memperhitungkan efek nonlinier, yaitu menjadi,

$$\begin{aligned}\frac{dh}{dt} &= -rh - abT \\ \frac{dT}{dt} &= RT + \bar{\gamma}h - e(h + bT)^3\end{aligned}\tag{8.97}$$

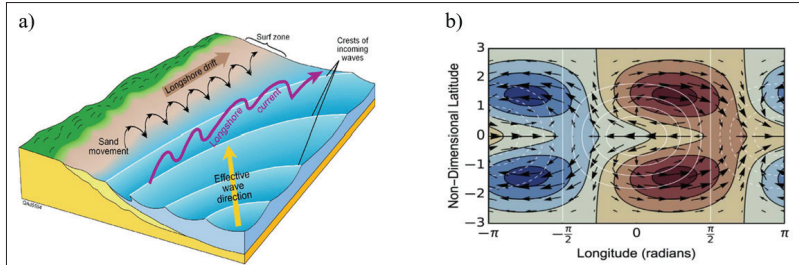
Persamaan ini mudah diselesaikan secara numerik dengan metode Runge-Kutta. Variasi persamaan di atas sangat banyak dibahas pada makalah yang umumnya dimuat di *Journal of the Atmospheric Science* atau *Journal of Climate*.

E. Interaksi Gelombang–Rata-Rata (*Mean–Waves Interaction*)

Interaksi gelombang–rata-rata (*mean-waves*) mengacu pada pertukaran energi dan momentum antara aliran rata-rata dan gelombang dalam fluida. Interaksi ini merupakan mekanisme penting dalam banyak sistem fluida, seperti atmosfer dan lautan, serta dapat berdampak signifikan pada perilaku sistem. Secara umum, aliran rata-rata mengacu pada skala besar, gerakan rata-rata dari fluida, sedangkan gelombang mengacu pada skala kecil, gerakan osilasi. Aliran rata-rata dapat dipengaruhi oleh kehadiran gelombang melalui proses yang disebut sirkulasi terinduksi gelombang, yang digerakkan oleh perpindahan momentum serta energi secara horizontal dan vertikal oleh gelombang. Hal ini juga terjadi di pantai yang dikenal dengan nama arus susur Pantai, di mana arus yang dibangkitkan oleh stress gelombang datang. Mekanisme dasar interaksi gelombang-angin (gelombang-rata-rata) dapat dipahami melalui konsep gelombang pecah. Ketika gelombang merambat dalam fluida, mereka mentransfer energi dan momentum ke aliran rata-rata melalui proses yang

dikenal sebagai gelombang pecah. Hal ini terjadi ketika amplitudo gelombang menjadi cukup besar, menyebabkan pembentukan gradien curam dalam bidang kecepatan dan tekanan fluida. Saat gelombang pecah, mereka menghasilkan gerakan turbulen skala kecil, yang dapat berinteraksi dengan aliran rata-rata untuk menghasilkan transfer bersih energi dan momentum. Di atmosfer, misalnya, hal ini dapat menghasilkan pusaran dan aliran jet skala besar, yang memainkan peran kunci dalam sirkulasi global atmosfer.

Interaksi gelombang rata-rata juga dapat terjadi melalui mekanisme lain, seperti interaksi gelombang-gelombang dan resonansi aliran gelombang-rata-rata. Dalam interaksi gelombang-gelombang, interaksi antara gelombang frekuensi yang berbeda dapat menyebabkan transfer energi dan momentum di antara mereka. Hal ini dapat mengakibatkan terbentuknya gelombang baru dengan frekuensi dan amplitudo yang berbeda. Kondisi ini sering digunakan untuk menjelaskan eksistensi gelombang ekstrem. Dalam resonansi aliran rata-rata gelombang, kehadiran gelombang dapat memodifikasi aliran rata-rata dengan cara meningkatkan atau menekan pertumbuhan jenis gelombang tertentu. Hal ini dapat menyebabkan terbentuknya struktur gelombang yang sejajar dengan aliran rata-rata, serta dapat mengakibatkan terbentuknya struktur yang koheren, seperti vortisitas dan meander. Secara keseluruhan, interaksi gelombang rata-rata adalah proses kompleks yang memainkan peran penting dalam perilaku banyak sistem fluida. Memahami interaksi ini, penting untuk memprediksi dinamika sistem ini dan untuk mengembangkan strategi mitigasi dampak bencana alam, seperti gelombang dan arus laut.



Gambar 8.12 a) Arus susur pantai (Revision World Networks Ltd.) dan b) interaksi angin zonal dan gelombang ekuator, keduanya adalah manifestasi *wave-mean interaction*.

Seperti pada teori yang telah dikembangkan di atas, pendekatan *wave-mean interaction* dilakukan atas dasar asumsi, yaitu 1) gelombang amplitudo kecil, 2) geometri sederhana, dan 3) rata-rata zonal terkait dengan geometri. Dalam pendekatan ini, maka persamaan pembang akan dituliskan dalam bentuk (Buhler, 2009),

$$\frac{\partial U}{\partial t} + L(U) + B(U, U) = 0 \quad (8.1)$$

di mana U adalah suatu fungsi vektor yang menyatakan suatu aliran, L adalah operator linier, dan B adalah operator bilinear dan bisa juga nonlinier. Seperti umumnya penyelesaian dalam matematika terapan, kita menggunakan pendekatan yang dikenal dengan nama teori gangguan. Salah satu teori gangguan yang elegan adalah ekspansi multiskala yang dibahas pada apendiks. Jika ε adalah suatu parameter kecil (misalnya, 0.01), maka teori gangguan menyatakan U dalam bentuk,

$$U = U^{(0)} + \varepsilon U^{(1)} + \varepsilon^2 U^{(2)} + O(\varepsilon^3) \quad (8.2)$$

Ekspansi ini menyatakan bahwa suatu aliran dikomposisikan sebagai penjumlahan aliran utama (orde nol) ditambah gangguan-gangguan yang semakin lama semakin kecil. Jika kita substitusikan

solusi ini ke Persamaan (8.1) maka kita peroleh persamaan dalam orde, misalnya orde nol akan memenuhi persamaan,

$$O(0) \quad \frac{\partial U^{(0)}}{\partial t} + L(U^{(0)}) + B(U^{(0)}, U^{(0)}) = 0 \quad (8.3)$$

Biasanya ini adalah persamaan linier dengan solusi yang telah diketahui dengan baik. Selanjutnya untuk orde satu menjadi,

$$O(\varepsilon) \quad \frac{\partial U^{(1)}}{\partial t} + L(U^{(1)}) + B(U^{(0)}, U^{(1)}) + B(U^{(1)}, U^{(0)}) = 0 \quad (8.4)$$

Pada dasarnya, ini adalah persamaan tak homogen untuk $U^{(1)}$, dengan suku tak homogen adalah kombinasi dari $U^{(0)}$. Selanjutnya orde dua adalah,

$$O(\varepsilon^2) \quad \frac{\partial U^{(2)}}{\partial t} + L(U^{(2)}) + B(U^{(0)}, U^{(2)}) + B(U^{(2)}, U^{(0)}) = -B(U^{(1)}, U^{(1)}) \quad (8.5)$$

Kembali, persamaan ini juga merupakan persamaan tak homogen untuk $U^{(2)}$, demikian seterusnya. Pada umumnya, kita hanya akan mengekspansi sampai orde dua saja. Karena yang kita bahas termasuk rata-rata (*mean*) maka kita akan membahas konsep rata-rata atau di atmosfer biasanya disebut perata-rataan zonal (*zonal averaging*). Konsep ini adalah suatu aliran A dinyatakan sebagai kombinasi rata-rata dan fluktuasi (dekomposisi Reynolds),

$$A = \langle A \rangle + A' \quad , \quad \bar{A} = \langle A \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L A dx \quad (8.6)$$

Seperti halnya dekomposisi Reynolds, maka perata-rataan ini mempunyai sifat,

$$\begin{aligned} \langle A' \rangle &= 0, \quad \langle aA + bB \rangle = a \langle A \rangle + b \langle B \rangle, \quad \langle AB \rangle = \langle A \rangle \langle B \rangle + \langle A' B' \rangle \\ \langle \nabla A \rangle &= \nabla \langle A \rangle, \quad \langle \partial_i A \rangle = \partial_i \langle A \rangle, \quad \langle \partial_x AB \rangle = - \langle A \partial_x B \rangle \\ \left\langle \frac{DA}{Dt} \right\rangle &= \frac{\partial \langle A \rangle}{\partial t} + (\langle u \rangle \cdot \nabla) \langle A \rangle + \langle (u' \cdot \nabla) A' \rangle \end{aligned} \quad (8.7)$$

Persamaan (8.5) jika kita lakukan perata-rataan akan menjadi,

$$O(\varepsilon^2) \quad \frac{\partial \langle U^{(2)} \rangle}{\partial t} + \bar{L}(\langle U^{(2)} \rangle) + B(U^{(0)}, \langle U^{(2)} \rangle) + B(\langle U^{(2)} \rangle, U^{(0)}) = -\langle B(U^{(1)}, U^{(1)}) \rangle \quad (8.8)$$

Meskipun kelihatannya sederhana, tetapi persoalan yang akan kita hadapi dengan metode ini tidaklah sederhana. Untuk itu, kita akan mengilustrasikan dengan contoh sebagai berikut.

Jika kita ingat kembali dalam Bab IV, bahwa persamaan vortisitas kuasi-geostropik dapat dituliskan dalam bentuk,

$$\frac{Dq}{Dt} + J(\psi, q) = 0 \quad (8.9)$$

dengan D/Dt adalah total derivatif dan J adalah Jacobian, serta

$$q = \beta y + \nabla^2 \psi + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{f_0}{N^2} b \right), \quad b = f_0 \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} \quad (8.10)$$

di mana gaya apung akan memenuhi,

$$\frac{Db}{Dt} + J(\psi, b) + N^2 w = 0 \quad (8.11)$$

Jika kita lakukan ekspansi $q = \langle q \rangle + q'$ di mana $\langle q \rangle$ adalah *mean* dan q' adalah *wave*, maka Persamaan (8.9) dengan asumsi linier menjadi,

$$\begin{aligned} \frac{\partial q'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial q'}{\partial x} + v' \frac{\partial q'}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \langle q \rangle}{\partial t} + \frac{\partial \langle v' q' \rangle}{\partial y} &= 0 \end{aligned} \quad (8.12)$$

dengan substitusi

$$q' = \nabla^2 \psi' + \frac{f_0}{N^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial z^2} \quad (8.13)$$

ke Persamaan (8.12), maka kita peroleh,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \langle u \rangle \frac{\partial}{\partial x} \right) \left[\nabla^2 \psi' + \frac{f_0}{N^2} \frac{\partial^2 \psi'}{\partial z^2} \right] + \beta \frac{\partial \psi'}{\partial x} = 0 \quad (8.14)$$

Pada dasarnya, ini adalah solusi orde satu dari Persamaan (8.4). Jika kita ambil solusi dalam bentuk,

$$\psi' = \Psi \exp \left[i(kx + ly + mz - \omega t) \right] \quad (8.15)$$

maka kita peroleh relasi dispersi,

$$\omega = \langle u \rangle k - \frac{\beta k}{\kappa^2}, \quad \kappa^2 = k^2 + l^2 + m^2 \frac{f_0^2}{N^2}, \quad (8.16)$$

Kecepatan grup akan dinyatakan oleh,

$$C_g^y = \frac{2\beta k l}{\kappa^4}, \quad C_g^z = \frac{2\beta k m f_0^2}{\kappa^4 N^2} \quad (8.17)$$

Jelas bahwa relasi dispersi menunjukkan interaksi gelombang dengan aliran rata-rata, di mana frekuensi gelombang akan dipengaruhi oleh aliran rata-rata. Jadi, aliran rata-rata akan berperan sebagai pergeseran Dopler yang akan membuat frekuensi lebih tinggi atau rendah tergantung arah dan kecepatan dari angin zonal.

F. Gangguan Atmosfer sebagai Paket Gelombang (dan Pemblokiran Atmosfer)

Dalam bab ini, kita mempelajari kondisi atmosfer yang tak biasa, yaitu *Atmospheric Blocking* (AB). Suatu kondisi yang dikaitkan dengan sistem tekanan tinggi terus-menerus, yang mengganggu aliran atmosfer sinoptik untuk jangka waktu yang lama (beberapa minggu), serta sering kali menyebabkan kondisi cuaca buruk yang dapat berdampak buruk pada produktivitas pertanian dan kegiatan ekonomi karena dampaknya yang lebih luas di daerah hulu dan hilir di seluruh daerah

aliran sungai. Baru-baru ini, pengamatan awal telah menunjukkan bahwa fenomena AB terkait dengan gelombang Rossby, interaksi aliran rata-rata eddy, dan interaksi multiskala nonlinier dari sistem atmosfer termasuk resonansi gelombang dan turbulensi skala meso.

Dalam konteks perubahan iklim, yang ditandai dengan peningkatan kejadian cuaca ekstrem, pemahaman komprehensif tentang pemblokiran atmosfer menjadi penting. Model iklim saat ini masih belum mampu mereproduksi frekuensi dan durasi kejadian pemblokiran dengan akurasi yang tinggi, yang berarti bahwa penelitian tentang mekanisme nonliniernya sangat penting. Penggunaan metodologi, seperti analisis modal nonlinier, pendekatan spektral, dan model atmosfer resolusi tinggi secara progresif mengungkap aspek pemblokiran yang sebelumnya belum dieksplorasi. Lebih jauh lagi, studi tentang pemecahan gelombang, percabangan, dan transisi ke keadaan terblokir menunjukkan eksistensi pentingnya interaksi skala kecil dan besar. Pemahaman yang lebih mendalam tentang mekanisme yang mendasari pemblokiran dapat meningkatkan prediksi gelombang panas, dingin ekstrem, dan pola curah hujan yang tidak normal. Sebaliknya, model prediksi yang didasarkan pada pendekatan multiskala berpotensi memfasilitasi mitigasi dampak kejadian ekstrem. Telah ditetapkan bahwa pemblokiran sering dikaitkan dengan gelombang Rossby yang mengalami proses amplifikasi, pemecahan, dan resonansi. Alih-alih representasi gelombang konvensional sebagai gelombang sinusoidal sederhana (yaitu gelombang bidang), penggambaran alternatif sebagai paket gelombang dianggap sebagai representasi yang lebih realistis karena kapasitasnya untuk mencerminkan struktur lokal-spasial gelombang atmosfer. Dalam pendekatan paket gelombang, kecepatan grup merupakan parameter penting untuk memahami perambatan energi gelombang dalam sistem atmosfer.

Model paket gelombang menyediakan sarana untuk menggambarkan interaksi dengan aliran rata-rata dalam hal kecepatan fase dan modifikasi kecepatan grup karena efek gradien kecepatan latar belakang (*background*), serta disintegrasi karena resonansi. Telah dibuktikan bahwa efek dispersi dapat menyebabkan penguatan atau

pelemahan struktur pemblokiran. Fenomena umpan balik nonlinier melibatkan transfer energi gelombang kembali ke aliran rata-rata, suatu proses yang memainkan peran penting dalam dinamika interaksi yang dimediasi gelombang. Pendekatan ini sering dianalisis dalam kerangka teori perkiraan WKB atau metode asimtotik untuk memahami evolusi amplitudo dan struktur gelombang. Lebih jauh, paket gelombang menyediakan sarana yang lebih alami untuk menggabungkan efek nonlinier dalam sistem atmosfer, misalnya deformasi dan munculnya bifurkasi.

Dalam bab ini, kami memberikan gambaran singkat tentang evolusi teori pemblokiran atmosfer dari interaksi aliran rata-rata eddy ke interaksi nonlinier multiskala yang mewakili batas teoretis dan terapan dalam domain dinamika atmosfer. Kami fokus pada aplikasi di wilayah Benua Maritim Indonesia (BMI) dengan dua contoh pemblokiran atmosfer diberikan: skenario pemblokiran karena adanya topografi dan pusaran melalui mekanisme aliran gelombang, serta pemblokiran karena adanya konveksi melalui mekanisme persamaan gelombang yang tidak homogen. Dalam lingkungan atmosfer yang tidak seragam, gelombang lebih baik direpresentasikan sebagai paket gelombang daripada gelombang sinusoidal tunggal (monokromatik). Paket gelombang dapat direpresentasikan sebagai (lihat buku teks Yang (1991)),

$$\psi(x, t) = \iiint_{-\infty}^{\infty} A(k, l, m) \exp \left[i \left(\vec{k} \cdot \vec{x} - \omega(\vec{k}) t \right) \right] \int_{-\infty}^{\infty} dk dl dm, \quad (8.18)$$

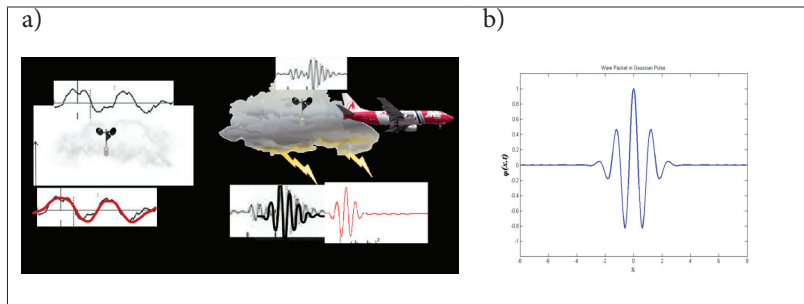
di mana k adalah vektor bilangan gelombang dan ω adalah frekuensi gelombang yang berhubungan dengan nomor gelombang melalui hubungan dispersi. Teori paket gelombang mengenal dua kecepatan gelombang, yakni kecepatan fase V (kecepatan osilasi) dan kecepatan grup C_g (kecepatan pembawa). Keduanya ditulis sebagai,

$$\vec{V} = \frac{\omega}{k} \hat{i} + \frac{\omega}{l} \hat{j} + \frac{\omega}{m} \hat{k}, \quad C_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \hat{i} + \frac{\partial \omega}{\partial l} \hat{j} + \frac{\partial \omega}{\partial m} \hat{k}. \quad (8.19)$$

Pada umumnya, paket gelombang dinyatakan dalam paket berbentuk Gaussian karena yang paling sederhana dengan $A(k)$ mempunyai bentuk $A(k) = A_0 \exp\left(-\frac{(k-k_0)^2}{2\sigma^2}\right)$, sehingga Persamaan (8.18) menjadi,

$$\psi(x, t) = A_0 \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(k-k_0)^2}{2\sigma^2} + i(kx - \omega(k)t)\right] dk. \quad (8.20)$$

Oleh karena itu, permasalahannya adalah menyelesaikan integrasi di sisi kanan persamaan (3). Penyelesaian Persamaan (8.20) digambarkan pada Gambar 8.13. Ini adalah bentuk khusus dengan bentuk pulsa Gaussian, tetapi secara umum, bentuk paket gelombang awal tidak Gaussian. Untuk memungkinkan bentuk yang lebih umum, biasanya meteorolog tertarik pada perkiraan medan jauh, di mana paket gelombang menyebar jauh dari sumbernya sehingga dapat menggunakan aproksimasi WKB untuk memperoleh solusinya.



Gambar 8.13 a) Konsep paket gelombang, di mana gangguan bersifat lokal dan b) paket gelombang yang dinyatakan oleh Persamaan (8.20).

Kunci untuk memahami dinamika cuaca dan iklim termasuk fenomena, seperti gelombang dingin dan palung khatulistiwa, adalah interaksi antara gelombang atmosfer dan aliran rata-rata. Aliran udara dingin dari lintang tinggi yang merambat ke lintang rendah, sering kali dipercepat oleh tekanan tinggi Siberia, memicu perambatan gelombang atmosfer termasuk gelombang gravitasi, gelombang

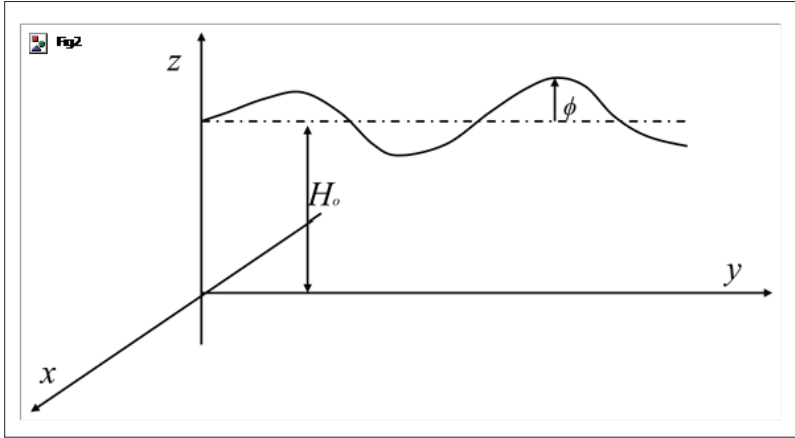
Kelvin, dan gelombang Rossby. Mereka berperan dalam pembentukan sistem cuaca ekstrem, seperti monsun dan siklon tropis. Di sisi lain, palung khatulistiwa (Zona Konvergensi Intertropis) adalah wilayah bertekanan rendah di sekitar khatulistiwa tempat sistem konvektif berkembang. Ini adalah jalur utama untuk gelombang atmosfer khatulistiwa, seperti gelombang Kelvin, gelombang Rossby, dan gelombang campuran Rossby-gravitasi. Untuk keperluan pedagogik, kami menunjukkan fungsionalitas model paket gelombang. Untuk mengilustrasikan hal ini, kami akan mempertimbangkan kasus khusus perambatan gelombang dingin (biasanya disebut seruk dingin) ke wilayah BMI. Perlu dicatat bahwa terjadinya gelombang dingin dalam musim hujan telah diamati mampu memicu perambatan gelombang Rossby ke arah ekuator. Gelombang-gelombang ini, yang masuk ke wilayah tropis, telah ditemukan menunjukkan skala yang lebih besar dan periode yang lebih panjang jika dibandingkan dengan yang diamati di wilayah lintang tengah tempat gelombang tersebut bermanifestasi sebagai paket gelombang. Gelombang ini dinamakan gelombang Rossby ekuator dalam aliran barotropik dengan geser latar belakang memenuhi persamaan perairan dangkal sebagai berikut,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \beta u = -g \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (8.21)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \beta v = -g \frac{\partial h}{\partial y}, \quad (8.22)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[uH] + \frac{\partial}{\partial y}[vH] = 0, \quad (8.23)$$

di mana ϕ adalah potensial skalar, u dan v masing-masing adalah kecepatan zonal dan meridional, serta geometri model digambarkan dalam Gambar 8.14.



Gambar 8.14 Geometri aliran barotropik dengan topografi datar.

Dengan menggunakan $u=u'$, $v=V+v'$, $H=H_0+\phi$, dan linearisasi, ini menghasilkan,

$$\frac{\partial u}{\partial t} + V \frac{\partial u}{\partial y} - \beta y v = -g \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (8.24)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + V \frac{\partial v}{\partial y} + \beta y u = -g \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad (8.25)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + H_0 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + V \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \quad (8.26)$$

kita abaikan ' untuk penyederhanaan. Turunkan Persamaan (8.24) terhadap x dan turunkan Persamaan (8.25) terhadap y , dengan menambahkan, maka menghasilkan,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + V \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \beta y \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \beta u = -g \nabla_H^2 \phi. \quad (8.27)$$

Substitusikan Persamaan (8.26) di Persamaan (8.27) maka diperoleh,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - gH_0 \nabla_H^2 \phi + V \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial t} = H_0 \beta y \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \beta u, \quad (8.28)$$

Dengan menggunakan aproksimasi WKB, pendekatan ini umumnya diterapkan pada sistem yang variasinya terjadi secara perlahan dalam ruang dan waktu, sehingga solusinya dapat diasumsikan sebagai gelombang cepat dengan modulasi yang lambat. Untuk maksud di atas, maka kita akan menggunakan transformasi koordinat,

$$X = \varepsilon x, \quad Y = \varepsilon y, \quad T = \varepsilon t. \quad (8.29)$$

di mana ε adalah parameter kecil. Dengan transformasi koordinat ini diperoleh,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial T^2} - gH_0 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \right) + V \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y \partial T} = 0. \quad (8.30)$$

Ini adalah persamaan gelombang Rossby ekuator.

Selanjutnya, sebuah solusi WKB dari paket gelombang dinyatakan dalam bentuk,

$$\phi(x, y, t) \sim A(X, Y, T) e^{i\Theta(X, Y, T)/\varepsilon}, \quad (8.31)$$

di mana $\Theta(X, T)$ dinamakan kecepatan fase, $A(X, T)$ adalah amplitudo gelombang yang bervariasi secara lambat dengan waktu. Hitung terlebih dahulu turunan masing-masing suku,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial T^2} = \left[-\frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial T} \right)^2 A + \frac{i}{\varepsilon} \left(2 \frac{\partial A}{\partial T} \frac{\partial \Theta}{\partial T} + A \frac{\partial^2 \Theta}{\partial T^2} \right) + \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} \right] e^{i\Theta/\varepsilon}, \quad (8.32)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} = \left[\frac{\partial^2 A}{\partial X^2} + \frac{i}{\varepsilon} \left(2 \frac{\partial A}{\partial X} \frac{\partial \Theta}{\partial X} + A \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} \right) - \frac{1}{\varepsilon^2} A \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} \right] e^{i\Theta/\varepsilon}, \quad (8.33)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} = \left[\frac{\partial^2 A}{\partial Y^2} + \frac{i}{\varepsilon} \left(2 \frac{\partial A}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} + A \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{\varepsilon^2} A \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right] e^{i\Theta/\varepsilon}, \quad (8.34)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial Y \partial T} = \left[\frac{\partial^2 A}{\partial Y \partial T} + \frac{i}{\varepsilon} \left(\frac{\partial A}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial T} + A \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y \partial T} + \frac{\partial A}{\partial T} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right) - \frac{1}{\varepsilon^2} A \frac{\partial \Theta}{\partial T} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right] e^{i\Theta/\varepsilon}, \quad (8.35)$$

Substitusikan ke Persamaan (8.31), maka kita peroleh persamaan dalam orde (ε^{-2}),

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial T} \right)^2 + V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial T} = gH_0 \left[\left(\frac{\partial \Theta}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right)^2 \right], \quad (8.36)$$

Sementara persamaan dalam orde (ε^{-1}) adalah,

$$2 \frac{\partial A}{\partial T} \frac{\partial \Theta}{\partial T} - 2gH_0 \left(\frac{\partial A}{\partial X} \frac{\partial \Theta}{\partial X} + \frac{\partial A}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right) + V \left(\frac{\partial A}{\partial Y} \frac{\partial \Theta}{\partial T} + \frac{\partial A}{\partial T} \frac{\partial \Theta}{\partial Y} \right) = 0. \quad (8.37)$$

Jadi, kita peroleh persamaan yang harus dipenuhi oleh $\Theta(X, T)$ dan $A(X, T)$ sehingga solusi paket gelombang dapat dihitung.

1. Efek Topografi dan Pusaran Borneo dengan interaksi Gelombang-Aliran

Dalam bab ini, kita akan memberikan contoh bagaimana terjadinya bloking akibat paket gelombang menjalar di suatu topografi. Keberadaan topografi yang tinggi di Sumatra dan Jawa mengakibatkan terjadinya pemblokiran orografis, yaitu paket gelombang tidak dapat menembus lebih jauh ke daratan. Selain keberadaan topografi, keberadaan pusaran siklon (pusaran air Borneo) yang sering terbentuk di bagian selatan Laut Cina Selatan dapat memberikan efek pemblokiran pada paket gelombang. Apabila pusaran air yang terbentuk cukup kuat, maka akan menarik paket gelombang ke dalamnya sehingga terjadi perubahan arah dan amplitudo perambatan, dan terkadang menjebak paket gelombang. Dalam hal ini, kita transformasikan $V = V + V_\phi$, dengan mensubstitusikannya ke Persamaan (8.30), maka diperoleh hubungan dispersi sebagai berikut,

$$\varpi = \frac{(V+V_0)}{2}l \pm \sqrt{gH_0(k^2+l^2) + \left(\frac{(V+V_0)}{2}l\right)^2}, \quad (8.38)$$

dengan definisi,

$$k = \frac{\partial \Theta}{\partial X}, \quad l = \frac{\partial \Theta}{\partial Y}, \quad \varpi = \frac{\partial \Theta}{\partial T}, \quad C_{gx} = \frac{\partial \varpi}{\partial k}, \quad C_{gy} = \frac{\partial \varpi}{\partial l}. \quad (8.39)$$

Kita peroleh persamaan untuk amplitudo sebagai berikut,

$$\frac{\partial A}{\partial T} + C_{gx} \frac{\partial A}{\partial X} + C_{gy} \frac{\partial A}{\partial Y} + \frac{1}{2} A \left(\frac{\partial C_{gx}}{\partial X} + \frac{\partial C_{gy}}{\partial Y} \right) = 0. \quad (8.40)$$

Dengan definisi $C_{gx} = dX/dT$ dan $C_{gy} = dY/dT$ maka kita dapatkan,

$$\frac{dA}{dT} + \frac{1}{2} A \left(\frac{\partial C_{gx}}{\partial X} + \frac{\partial C_{gy}}{\partial Y} \right) = 0. \quad (8.41)$$

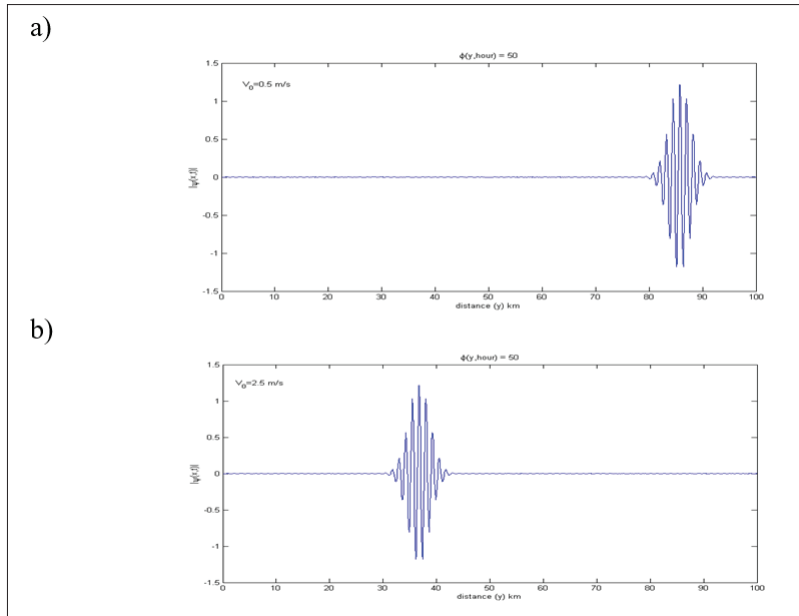
Persamaan ini mempunyai solusi,

$$A(X, Y, T) = A_0 \exp \left(-\frac{1}{2} \int_0^T \left(\frac{\partial C_{gx}}{\partial X} + \frac{\partial C_{gy}}{\partial Y} \right) d\tau \right). \quad (8.42)$$

di mana A_0 ditentukan oleh kondisi awal, misalnya kondisi pulsa awal berbentuk Gaussian. Jadi, solusi lengkap paket gelombang dinyatakan oleh,

$$\phi(X, Y, T) = A_0 \exp \left(-\frac{1}{2} \int_0^T \left(\frac{\partial C_{gx}}{\partial X} + \frac{\partial C_{gy}}{\partial Y} \right) d\tau \right) e^{\frac{i}{\varepsilon}(kX + lY - \varpi T)}. \quad (8.43)$$

Simulasi paket gelombang dengan angin topografi (angin katabatik) akan menghasilkan pemblokiran sebagai berikut,



Ket.: Dalam simulasi ini, arah meridional digunakan untuk kesederhanaan, dan kondisi awal Gaussian digunakan, a) ketika aliran orografis lemah dan b) aliran kuat.

Gambar 8.15 Simulasi pemblokiran atmosfer melalui mekanisme aliran rata-rata gelombang.

Sebagaimana dipahami, adanya *cold surge* yang memasuki BMI, dikenal sebagai *Cross-Equatorial Northerly Surge* (CENS) mengalami interaksi dengan udara hangat dan lembap, sehingga mendorong terbentuknya gugusan awan hujan (lihat makalah Praja dan Trismidiantoro, 2023; Maulana et al., 2023). Dari perspektif dinamis, fenomena ini dapat dikonseptualisasikan sebagai paket gelombang, yang mana gugusan awan ini berinteraksi dengan massa udara orografis seperti yang diilustrasikan pada Gambar 8.15. Dalam simulasi ini (kami tidak menggunakan parameter nyata untuk penyederhanaan), tidak adanya angin orografis (atau sangat lemah) memungkinkan paket gelombang tersebut merambat pada jarak yang cukup jauh, yaitu 80 kilometer dari posisi awalnya (lihat Gambar 8.15). Sebaliknya, jika terjadi angin orografis, pergerakan paket gelombang tersebut akan mengalami

halangan, dengan perambatannya dibatasi hingga maksimum 30 km dari posisi awalnya (lihat Gambar 8.15b). Simulasi ini memberikan dukungan lebih lanjut terhadap temuan studi sebelumnya bahwa keberadaan angin orografis, suatu fitur sistem angin darat-laut, juga menyebabkan perubahan pada pola curah hujan (lihat makalah Yulihastin et al., 2019; Yulihastin et al., 2020). Interaksi dengan CERN diamati mengakibatkan periode curah hujan yang panjang, biasanya berlangsung dari sore hingga pagi hari.

2. Pemblokiran Akibat Hadirnya Konveksi

Suhu permukaan laut di Laut Cina Selatan diketahui meningkat, yang pada gilirannya menyebabkan konveksi lokal. Konveksi ini kemudian berdampak pada pelemahan perambatan paket gelombang. Sebaliknya, konveksi yang kuat menghasilkan aliran keluar di tingkat atas, sehingga menangkai gelombang dingin di lapisan bawah. Akibatnya, paket gelombang menjadi lebih lemah atau bahkan tidak dapat menembus jauh ke dalam IMC, meskipun MJO juga signifikan terhadap pemblokiran paket gelombang sebagaimana dinyatakan oleh Pang et al. (2020) dan Abdillah et al. (2021). Dengan demikian, kita menggunakan persamaan inhomogeneous sebagai berikut,

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial T^2} - gH_0 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \right) + V \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y \partial T} = Q(X, Y). \quad (8.44)$$

di mana $Q(X, Y)$ adalah faktor konveksi akibat pemanasan di laut ataupun di daratan. Solusi persamaan ini diperoleh dengan metode fungsi Green sebagai berikut (detail metode fungsi Green diberikan di apendik C),

$$\phi(X, Y, T) = e^{-i\omega T} \varphi(X, Y) = e^{-i\omega T} \iint_0^X \iint_0^Y G(X, Y; X', Y') Q(X', Y') dX' dY'. \quad (8.45)$$

dengan $G(X, Y; X', Y')$ memenuhi persamaan diferensial,

$$\left(\frac{\partial^2 G}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial Y^2} \right) + i \frac{\omega V}{gH_0} \frac{\partial G}{\partial Y} - \frac{\omega^2}{gH_0} G = -4\pi \delta(X - X') \delta(Y - Y'). \quad (8.46)$$

Langkah selanjutnya adalah kita mencari fungsi Green sebagai berikut, kemudian lakukan transformasi Fourier dalam koordinat X sehingga diperoleh,

$$\frac{\partial^2 \bar{G}}{\partial Y^2} + i \frac{\partial \bar{G}}{\partial Y} - (\mu^2 + \alpha) G = -4\pi e^{-i\mu X} \delta(Y - Y'), \quad \beta = \frac{\varpi V}{gH_0}, \alpha = \frac{\varpi^2}{gH_0}. \quad (8.47)$$

Sekarang kita mempunyai persamaan dalam variabel Y saja. Persamaan homogen, yaitu

$$\frac{\partial^2 \bar{G}}{\partial Y^2} + i \frac{\partial \bar{G}}{\partial Y} - (\mu^2 + \alpha) G = 0. \quad (8.48)$$

Mempunyai solusi,

$$\bar{G}(\mu, Y) = \begin{cases} Ae^{\lambda_+ Y}, & Y < Y' \\ Be^{\lambda_- Y}, & Y > Y' \end{cases}, \quad \lambda_{\pm} = \frac{-i\beta \pm \sqrt{-\beta^2 + 4(\mu^2 + \alpha)}}{2}. \quad (8.49)$$

Langkah selanjutnya, kita harus melihat kondisi kontinuitas di $Y=Y'$ sebagai berikut,

$$Ae^{\lambda_+ Y'} = Be^{\lambda_- Y'} \rightarrow B = Ae^{(\lambda_+ - \lambda_-)Y'}. \quad (8.50)$$

dan kondisi diskontinuitas,

$$\left. \frac{d\bar{G}}{dY} \right|_{Y'+\varepsilon} - \left. \frac{d\bar{G}}{dY} \right|_{Y'-\varepsilon} = -4\pi e^{-i\mu X}. \quad (8.51)$$

Kedua kondisi ini untuk menjamin bahwa fungsi Green adalah fungsi kontinu. Lakukan operasi diferensial di kedua sisi kiri Persamaan (8.51), maka menghasilkan,

$$\left(\left. \frac{d\bar{G}}{dY} \right|_{Y'+\varepsilon} = B\lambda_- e^{\lambda_- Y'} = Ae^{(\lambda_+ - \lambda_-)Y'} \lambda_- e^{\lambda_- Y'} \right) - \left(\left. \frac{d\bar{G}}{dY} \right|_{Y'-\varepsilon} = A\lambda_+ e^{\lambda_+ Y'} \right) = -4\pi e^{-i\mu X}. \quad (8.52)$$

Sehingga diperoleh,

$$A = -\frac{4\pi e^{-i\mu X}}{(\lambda_+ - \lambda_-)e^{\lambda_+ Y'}}. \quad (8.53)$$

Maka fungsi Green menjadi,

$$\bar{G}(\mu, Y) = \begin{cases} -\frac{4\pi e^{-i\mu X}}{(\lambda_+ - \lambda_-)e^{\lambda_+ Y'}} e^{\lambda_+ Y}, & Y < Y' \\ -\frac{4\pi e^{-i\mu X}}{(\lambda_+ - \lambda_-)e^{\lambda_+ Y'}} e^{(\lambda_+ - \lambda_-)Y} e^{\lambda_- Y}, & Y > Y' \end{cases}, \quad \lambda_{\pm} = \frac{-i\beta \pm \sqrt{-\beta^2 + 4(\mu^2 + \alpha)}}{2}. \quad (8.54)$$

Dengan operasi inversi transformasi Fourier, kita peroleh fungsi Green secara lengkap,

$$G(X, Y; X', Y') = -\frac{2e^{i\mu(X-X')}}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{\lambda(Y-Y')}}{\lambda_- - \lambda_+} d\lambda, \quad \lambda = \begin{cases} \lambda_+, & Y < Y' \\ \lambda_-, & Y > Y' \end{cases} \quad (8.55)$$

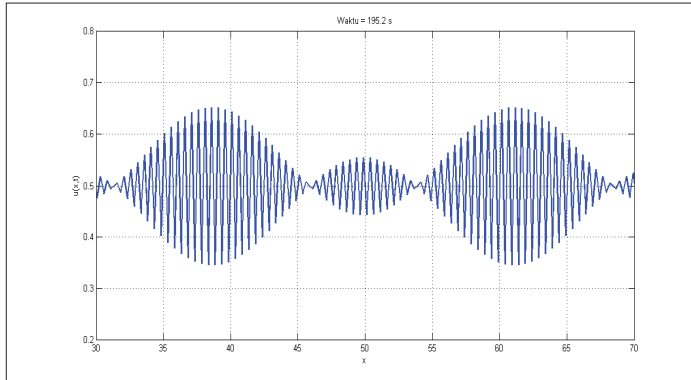
Efek bloking dirasakan jika atmosfer menuju kondisi stasioner sehingga ($\bar{\omega}=0$) yang berarti $\alpha=0$. Ini menghasilkan,

$$\lambda_{\pm} = \frac{-i\beta \pm \sqrt{-\beta^2 + 4(\mu^2 + 0)}}{2} \square -i\frac{\beta}{2} - |\mu|, \quad \lambda_+ = 0 \quad (8.56)$$

Sehingga fungsi Green menjadi,

$$G \square e^{-\frac{\beta}{2}(Y-Y')} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\mu(X-X') + |\mu|(Y-Y')}}{2|\mu|} d\mu = e^{-\frac{\beta}{2}(Y-Y')} \kappa_0 \left(\frac{\beta}{2} \sqrt{(X-X')^2 + (Y-Y')^2} \right). \quad (8.57)$$

di mana $\kappa_0(\xi)$ adalah fungsi Bessel termodifikasi jenis kedua. Solusi Persamaan (8.45) dinyatakan dalam Gambar 8.16.



Gambar 8.16 Pemblokiran paket gelombang akibat mekanisme konveksi dengan fungsi konveksi dinyatakan dalam $Q(X,T=\delta(X-X_0)\delta(Y-Y_0)$.

Seperti yang ditunjukkan pada Gambar 8.16, hasil simulasi menunjukkan bahwa konveksi dapat menghasilkan pemanasan stasioner atau berpola, yang berpotensi menghasilkan mode Rossby yang stabil secara bertahap. Mode-mode ini bertindak sebagai penghalang (pemblokiran) untuk gelombang Rossby yang masuk. Oleh karena itu, diantisipasi bahwa penggabungan istilah pemanasan dalam persamaan gelombang (solusi dengan fungsi Green) akan menimbulkan resonansi antara istilah pemaksaan $Q(X,Y)$ dan mode gelombang Rossby, sehingga menghambat perambatan konvensional. Ini adalah sistem perambatan konveksi lepas pantai di BMI (lihat Yulihastin et al., 2021). Temuan ini menawarkan dasar konseptual untuk aplikasi masa depan pada skenario atmosfer yang lebih kompleks.

Bab IX

Epilog

Pada Jumat pagi, 19 September 2025, kabar mengejutkan datang kepada kami: Prof. Yamanaka berpulang pada usia 70 tahun. Beliau merupakan mitra kolaborasi dan guru yang rendah hati. Semangatnya dalam meneliti dan mendidik, serta kepeduliannya terhadap pengembangan kapasitas ilmiah di Asia Tenggara khususnya Indonesia, memberikan inspirasi bagi kami di mana gagasan, energi, dan integritas ilmiahnya turut hadir dalam buku ini. Semoga semangat keilmuan yang beliau wariskan dapat terus hidup dan berkembang melalui generasi-generasi peneliti dan mahasiswa di Indonesia.

Wilayah Benua Maritim Indonesia (BMI) atau *Indonesian Maritime Continent* (IMC) adalah jantung dari atmosfer tropis global karena merupakan pusat konveksi, variabilitas curah hujan, dan interaksi laut-atmosfer yang kompleks. Tidak ada wilayah lain di dunia yang memiliki intensitas dan keanekaragaman proses dinamika atmosfer yang kompleks seperti IMC. Buku ini disusun untuk memberikan landasan ilmiah dan matematis yang kuat bagi siapa saja

yang ingin memahami dinamika atmosfer tropis, dengan fokus khusus pada fenomena yang dominan di IMC. Mulai dari struktur vertikal atmosfer, dinamika gelombang ekuator, hingga proses konveksi dan nonlinieritas, di mana seluruh isi buku dirancang untuk membekali mahasiswa, peneliti muda, maupun praktisi dengan kerangka berpikir dinamis dan analitis.

Di tengah tantangan prediksi cuaca dan iklim yang semakin kompleks, terlebih di wilayah tropis basah seperti Indonesia, buku ini diharapkan dapat menjadi penghubung antara teori atmosfer global dan fenomena yang terjadi secara lokal. Selain sebagai sumber belajar, buku ini juga dimaksudkan sebagai undangan terbuka bagi generasi baru ilmuwan untuk menggali lebih dalam, mengembangkan model baru, dan memperkuat pemahaman kita terhadap atmosfer IMC, baik melalui observasi, simulasi, maupun teori. Meskipun banyak kemajuan telah dicapai dalam dua dekade terakhir, pemahaman kita terhadap atmosfer tropis masih menyisakan banyak pertanyaan terbuka terutama terkait interaksi multiskala antara laut dan atmosfer, kompleksitas konveksi tropis, dan kemampuan model dalam memprediksi variabilitas iklim jangka pendek dan menengah. Kami berharap buku ini dapat menginspirasi lebih banyak peneliti muda untuk melanjutkan eksplorasi ilmiah dalam bidang ini.

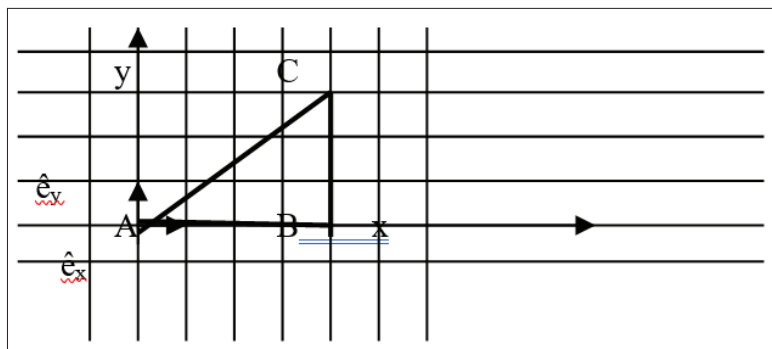
APENDIKS

Apendiks-A

Analisis Vektor

A.1 Aljabar Vektor

Suatu titik dalam ruang kartesian, yaitu A, B, dan C yang dinyatakan dalam gambar berikut,



Jika tiap kotak dalam sumbu x kita beri simbol $\hat{e}_x$ maka $AB = 4 \hat{e}_x$, dan jika tiap kotak dalam sumbu y kita beri simbol $\hat{e}_y$ maka $BC = 3 \hat{e}_y$. Karena $AC = AB + BC$ maka $AC = 4 \hat{e}_x + 3 \hat{e}_y$. Kita dapat mengatakan bahwa AC mempunyai besar 5 serta arahnya ke timur 4 satuan dan ke utara 3 satuan, jadi AC adalah suatu kuantitas yang mempunyai besar dan arah yang lazim disebut vektor. Suatu vektor biasanya kita beri simbol dengan huruf cetak tebal atau tanda panah di atasnya. Vektor $\hat{e}_x$ dan $\hat{e}_y$ yang mempunyai besar 1 disebut vektor satuan. Kedua vektor tersebut selalu memenuhi persamaan sebagai berikut:

$$\alpha \hat{e}_x + \beta \hat{e}_y = 0 \Leftrightarrow \alpha = \beta = 0 \text{ di mana } \alpha, \beta \text{ skalar. (A.1)}$$

Karena persamaan tersebut selalu dipenuhi untuk semua skalar, maka dikatakan bahwa $\hat{e}_x$ dan $\hat{e}_y$ membangun sebuah ruang vektor, sehingga elemen dari ruang vektor, yaitu $\hat{e}_x$ dan $\hat{e}_y$ dinamakan vektor. Karena kedua vektor tersebut tegak lurus, maka dikatakan kita mempunyai suatu ruang vektor ortogonal, sehingga mereka dapat kita gunakan sebagai basis representasi atau sistem koordinat. Hal ini dapat kita perluas hingga dimensi 3, yaitu dengan menambah sumbu z. Operasi aljabar, seperti penjumlahan dan pengurangan mempunyai aturan yang sama seperti halnya pada skalar. Sementara operasi perkalian mempunyai dua jenis, yaitu operasi dot yang menghasilkan skalar dan operasi cross (rotasi/*curl*) yang menghasilkan vektor.

Jika **A** dan **B** suatu vektor, maka operasi dot akan dinyatakan sebagai berikut:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \theta \quad (\text{A.2})$$

di mana θ adalah sudut terpendek antara vektor **A** dan vektor **B**, sedangkan tanda kurung lurus menyatakan besarnya vektor. Jika kita nyatakan kedua vektor tersebut dalam komponen basisnya untuk 3D (x, y, z), maka operasi dot dinyatakan oleh:

$$\vec{A} = A_x \hat{e}_x + A_y \hat{e}_y + A_z \hat{e}_z \quad \vec{B} = B_x \hat{e}_x + B_y \hat{e}_y + B_z \hat{e}_z \quad (\text{A.3})$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \hat{e}_x + A_y \hat{e}_y + A_z \hat{e}_z) \cdot (B_x \hat{e}_x + B_y \hat{e}_y + B_z \hat{e}_z) = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (\text{A.4})$$

kita telah menggunakan definisi A.1, yaitu:

$$\begin{aligned} \hat{e}_x \cdot \hat{e}_x &= |\hat{e}_x| |\hat{e}_x| \cos \theta = 1.1. \cos 0^\circ = 1 \\ \hat{e}_x \cdot \hat{e}_y &= |\hat{e}_x| |\hat{e}_y| \cos \theta = 1.1. \cos 90^\circ = 0 \end{aligned} \quad dsb \quad (\text{A.5})$$

Hasil dari operasi ini berupa skalar, dan operasi dot adalah komutatif ($AB = BA$).

- Jika **A** dan **B** suatu vektor maka, operasi cross akan dinyatakan sebagai berikut:

$$\vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \theta \hat{n} \quad (\text{A.6})$$

di mana $\hat{n}$ adalah arah yang didapat dengan memutar vektor A ke vektor B searah putaran sekrup. Karena operasi cross bergantung dari arah putaran, maka operasi cross tidak komutatif. Dalam komponennya, operasi ini dinyatakan sebagai berikut:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_x \hat{e}_x + A_y \hat{e}_y + A_z \hat{e}_z) \times (B_x \hat{e}_x + B_y \hat{e}_y + B_z \hat{e}_z) \quad (\text{A.7})$$

Dengan aturan A.3, kita dapatkan:

$$\begin{aligned} \hat{e}_x \times \hat{e}_x &= |\hat{e}_x| |\hat{e}_x| \sin \theta \hat{n} = 1.1. \sin 0^\circ = 0 \\ \hat{e}_x \times \hat{e}_y &= |\hat{e}_x| |\hat{e}_y| \sin \theta \hat{n} = 1.1. \sin 90^\circ \hat{e}_z = \hat{e}_z \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Dengan cara yang sama, kita dapatkan:

$$\begin{aligned} \hat{e}_y \times \hat{e}_y &= \hat{e}_z \times \hat{e}_z = 0 \\ \hat{e}_y \times \hat{e}_x &= -\hat{e}_z & \hat{e}_z \times \hat{e}_x &= \hat{e}_y \\ \hat{e}_y \times \hat{e}_z &= \hat{e}_x & \hat{e}_z \times \hat{e}_y &= -\hat{e}_x \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Sehingga operasi cross menjadi:

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{e}_x + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{e}_y + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{e}_z \quad (\text{A.10})$$

Hal ini mudah dilakukan apabila kita menggunakan aturan determinan suatu matriks sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \vec{A} \times \vec{B} &= \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} \hat{e}_x - \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} \hat{e}_y + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix} \hat{e}_z = \\ &= (A_y B_z - A_z B_y) \hat{e}_x + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{e}_y + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{e}_z \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Berikut ini adalah beberapa rumus operasi aljabar vektor yang sering digunakan:

$$\begin{aligned} \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) &= (\vec{A} \cdot \vec{C}) \vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{C} \\ (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) &= (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C}) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

A.2 Diferensial Vektor

Jika saya memiliki suatu fungsi $f(x) = x^2 + 2x$ maka turunan f terhadap x dinyatakan oleh $df/dx = 2x + 2$, hal ini telah diketahui semua orang. Sekarang, jika saya memiliki fungsi dua variable, katakanlah $f(x, y) = x^2 y^3 + 3x^2 y$ maka pertanyaannya adalah berapakah turunan f terhadap x ? Untuk satu dimensi maka df/dx menyatakan kemiringan (*slope*) suatu fungsi $f(x)$ di setiap titik. Dalam fungsi dua variabel, maka yang ada adalah suatu turunan berarah yang dinyatakan oleh diferensial total sebagai berikut:

$$df(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \quad (\text{A.13})$$

$\partial f / \partial x$ adalah turunan parsial $f(x, y)$ terhadap x , dihitung dengan mengambil y konstan dan $\partial f / \partial y$ adalah turunan parsial $f(x, y)$ terhadap y , dihitung dengan mengambil x konstan, maka diferensial total dari fungsi dua variabel di atas adalah:

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= x^2 y^3 + 3x^2 y \\
 \frac{\partial f}{\partial x} &= 2x y^3 + 6x y & \frac{\partial f}{\partial y} &= 3x^2 y^2 + 3x^2 \\
 df(x, y) &= (2x y^3 + 6x y) dx + (3x^2 y^2 + 3x^2) dy
 \end{aligned} \tag{A.14}$$

Jika $\mathbf{A}$ adalah vektor dan x adalah skalar, maka turunan parsial vektor $\mathbf{A}$ terhadap x dinyatakan oleh:

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial x} = \frac{\partial A_x}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial A_y}{\partial x} \hat{e}_y + \frac{\partial A_z}{\partial x} \hat{e}_z \tag{A.15}$$

Jika $f(x, y, z)$ adalah fungsi tiga variabel. maka turunan total dari fungsi di atas dinyatakan oleh:

$$df(x, y, z) = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz \tag{A.16}$$

Turunan total ini dapat dinyatakan dalam notasi vektor, yaitu dengan operasi dot sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 df(x, y, z) &= \left(\frac{\partial f}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{e}_y + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{e}_z \right) \cdot (dx \hat{e}_x + dy \hat{e}_y + dz \hat{e}_z) \\
 &= \left[\frac{\partial}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \hat{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \hat{e}_z \right] f(x, y, z) \cdot (dx \hat{e}_x + dy \hat{e}_y + dz \hat{e}_z) \\
 &= \vec{\nabla} f \cdot d\vec{r}
 \end{aligned} \tag{A.17}$$

di mana:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \hat{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \hat{e}_z \text{ disebut operator del,}$$

$d\vec{r} = dx \hat{e}_x + dy \hat{e}_y + dz \hat{e}_z$ disebut perpindahan (*displacement*).

∇ sebenarnya bukanlah vektor riil, tetapi dia adalah operator vektor sehingga dia harus bekerja pada suatu fungsi skalar atau vektor. Operator del ini mempunyai tiga macam jenis operasi, yaitu gradien, divergensi, dan *curl*.

Gradien.

Jika ϕ adalah fungsi skalar maka gradien dari fungsi tersebut akan dinyatakan oleh:

$$\vec{\nabla} \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial \phi}{\partial y} \hat{e}_y + \frac{\partial \phi}{\partial z} \hat{e}_z \quad (\text{A.18})$$

Jika $\mathbf{A}$ adalah vektor, maka gradien $\mathbf{A}$ akan dinyatakan oleh:

$$\vec{\nabla} \vec{A} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \hat{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \hat{e}_z \right) (A_x \hat{e}_x + A_y \hat{e}_y + A_z \hat{e}_z) = \begin{bmatrix} \frac{\partial A_x}{\partial x} & \frac{\partial A_y}{\partial x} & \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ \frac{\partial A_x}{\partial y} & \frac{\partial A_y}{\partial y} & \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ \frac{\partial A_x}{\partial z} & \frac{\partial A_y}{\partial z} & \frac{\partial A_z}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

Hasil dari operasi gradien suatu vektor adalah matrik 3x3 atau tensor rank-2.

- Divergensi

Jika $\mathbf{A}$ adalah vektor, maka operasi divergensi akan dinyatakan oleh $\nabla \cdot \mathbf{A}$ yang mengukur seberapa banyak vektor $\mathbf{A}$ menyebar. Operasi ini dinyatakan oleh:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \left(\frac{\partial}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \hat{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \hat{e}_z \right) \cdot (A_x \hat{e}_x + A_y \hat{e}_y + A_z \hat{e}_z) = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{A.20})$$

Hasil operasi divergensi suatu vektor adalah skalar sehingga kita dapat langsung mengetahui bahwa hasil divergensi skalar adalah nol dan divergensi tensor rank-2 adalah vektor.

- *Curl*

Jika $\mathbf{A}$ adalah vektor, maka operasi *curl* (rotasi) akan dinyatakan oleh:

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) \hat{e}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) \hat{e}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right) \hat{e}_z \quad (\text{A.21})$$

Hasil operasi *curl* dari suatu vektor adalah vektor dengan arah vektor adalah rotasi vektor **A** searah putaran sekrup, sehingga operasi *curl* hanya berlaku untuk vektor. Operasi ini mengukur seberapa banyak suatu vektor berotasi.

Berikut ini beberapa rumus yang sering digunakan (jika f, g skalar dan **A, B** vektor):

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}(fg) &= f\vec{\nabla}g + g\vec{\nabla}f, & \vec{\nabla} \cdot (f\vec{A}) &= f(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot \vec{\nabla}f, & \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) &= 0 \\ \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla}f) &= 0, & \vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) &= \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}), \\ \vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) &= (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{A} - (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} + \vec{A}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \vec{B}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}). \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Contoh: Dalam dinamika fluida, suatu kecepatan fluida akan dinyatakan dalam fungsi vektor $\mathbf{v}(x, y, z, t)$, maka percepatan dari fluida akan dinyatakan oleh $d\mathbf{v}/dt$. Dengan teknik yang telah dikembangkan terdahulu, maka kita dapat menghitung percepatan sebagai berikut:

Diferensial total dari $\mathbf{v}(x, y, z, t)$ adalah:

$$d\vec{V} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} dt + \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} dx + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} dy + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} dz \quad (\text{A.23})$$

Maka percepatan akan dinyatakan oleh (dalam notasi vektor):

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{V}}{dt} &= \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \frac{dz}{dt} \\ &= \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \left(\frac{dx}{dt} \hat{e}_x + \frac{dy}{dt} \hat{e}_y + \frac{dz}{dt} \hat{e}_z \right) \cdot \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} \hat{e}_y + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \hat{e}_z \right) = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \vec{V} \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Jika kita menuliskan dalam komponennya sebagai berikut:

- $\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV}{dt} \hat{e}_x + \frac{dV}{dt} \hat{e}_y + \frac{dV}{dt} \hat{e}_z$

- $\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \hat{e}_x + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \hat{e}_y + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \hat{e}_z$
- $\vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = (V_x \hat{e}_x + V_y \hat{e}_y + V_z \hat{e}_z) \cdot \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial x} \hat{e}_x + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} \hat{e}_y + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \hat{e}_z \right)$
 $= (V_x \hat{e}_x + V_y \hat{e}_y + V_z \hat{e}_z) \cdot \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} \hat{e}_x \hat{e}_x + \frac{\partial V_y}{\partial x} \hat{e}_x \hat{e}_y + \frac{\partial V_z}{\partial x} \hat{e}_x \hat{e}_z + \frac{\partial V_x}{\partial y} \hat{e}_y \hat{e}_x + \frac{\partial V_y}{\partial y} \hat{e}_y \hat{e}_y + \frac{\partial V_z}{\partial y} \hat{e}_y \hat{e}_z + \frac{\partial V_x}{\partial z} \hat{e}_z \hat{e}_x + \frac{\partial V_y}{\partial z} \hat{e}_z \hat{e}_y + \frac{\partial V_z}{\partial z} \hat{e}_z \hat{e}_z \right)$

Operasikan perkalian titik (*dot product*) menjadi:

$$\vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = \left(V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) \hat{e}_x + \left(V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z} \right) \hat{e}_y + \left(V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \hat{e}_z$$

Maka dalam komponennya, percepatan fluida menjadi:

$$\frac{dV_x}{dt} = \frac{\partial V_x}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_x}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} \quad \text{Komponen dalam sumbu } x,$$

$$\frac{dV_y}{dt} = \frac{\partial V_y}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_y}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_y}{\partial z}, \quad \text{Komponen dalam sumbu } y,$$

$$\frac{dV_z}{dt} = \frac{\partial V_z}{\partial t} + V_x \frac{\partial V_z}{\partial x} + V_y \frac{\partial V_z}{\partial y} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z}, \quad \text{Komponen dalam sumbu } z.$$

A.3 Integral Vektor

Integrasi suatu vektor berkaitan erat dengan batas integrasi. Ada tiga teorema dasar tentang integral vektor, yaitu teorema gradien (integral garis), teorema divergensi (teorema Gauss), dan teorema *curl* (teorema Stokes). Masing-masing dinyatakan oleh:

- Teorema gradien

Jika ϕ adalah fungsi skalar, maka teorema gradien diungkapkan oleh:

$$\int_a^b \vec{\nabla} \phi \cdot d\vec{r} = \phi(a) - \phi(b) \quad (\text{A.25})$$

- Teorema divergensi atau teorema Gauss

Jika $\mathbf{A}$ adalah suatu vektor, maka teorema divergensi akan dinyatakan oleh:

$$\iiint_{\text{Volume}(V)} (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) dV = \oiint_{\text{permukaan}} \vec{A} \cdot \vec{n} da \quad (\text{A.26})$$

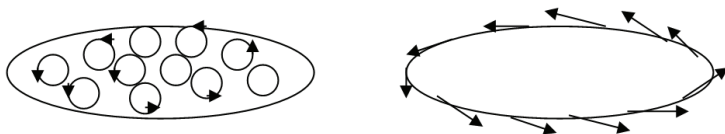
Teorema ini juga dinamakan teorema Gauss. Suku sebelah kanan menyatakan fluks dari suatu vektor $\mathbf{A}$. Maka suatu vektor $\mathbf{A}$ di suatu permukaan adalah sama dengan penyebaran vektor $\mathbf{A}$ di suatu volume yang dilingkupi oleh permukaan tadi.

- Teorema *curl* atau teorema Stokes

Jika $\mathbf{A}$ adalah vektor, maka teorema *curl* dinyatakan oleh:

$$\iint_{\text{permukaan}(a)} (\vec{\nabla} \times \vec{A}) \cdot \vec{n} da = \oint_{\text{keliling}} \vec{A} \cdot d\vec{r} \quad (\text{A.27})$$

Teorema ini juga sering disebut teorema Stokes. Penggambaran geometri dari teorema tersebut dinyatakan oleh gambar berikut:



Untuk teknik perhitungan, dapat dilihat pada buku-buku tentang analisis vektor.

Apendiks-B

Transformasi Fourier dan Laplace

B.1 Transformasi Fourier

Transformasi Fourier dikembangkan dari deret Fourier sebagai berikut,

$$f(t) = A_o + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin n \quad (\text{B.1})$$

Deret Fourier didasarkan pada anggapan bahwa sembarang fungsi (*signal*) merupakan penjumlahan (superposisi) dari fungsi-fungsi periodik. Suatu fungsi $f(t)$ dikatakan periodik dengan periode T apabila memenuhi relasi $f(t)=f(t+T)$. Jika $f(t)$ adalah sembarang fungsi, maka representasi fungsi tersebut dalam superposisi fungsi periodik (cosinus dan sinus). Jika kita mempunyai sembarang fungsi $f(t)$, maka kita dapat mengekspresikan dalam deret Fourier dengan cara mencari koefisien dari deret Fourier. Jika kita integrasikan dengan batas antara $-\pi \leq t \leq \pi$, maka Persamaan (B.1) menjadi:

$$\begin{aligned}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)dt &= \int_{-\pi}^{\pi} A_o dt + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} A_n \cos nt dt + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} B_n \sin nt dt \\ &= 2\pi A_o + 0 + 0, \Rightarrow A_o = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t)dt\end{aligned}\quad (B.2)$$

Jika kita kalikan persamaan-1 dengan $\cos(\omega_m t)$ dan integrasikan dengan batas $-\pi \leq t \leq \pi$, maka Persamaan B.1 menjadi,

$$\begin{aligned}\int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos(\omega_m t) dt &= \int_{-\pi}^{\pi} A_o \cos(\omega_m t) dt + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} A_n \cos(\omega_m t) \cos(\omega_n t) dt + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} B_n \sin(\omega_n t) \cos(\omega_m t) dt \\ &= 0 + A_o \pi + 0 \rightarrow A_o = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos(\omega_m t) dt\end{aligned}\quad (B.3)$$

Jika kita kalikan persamaan-1 dengan $\sin(\omega_m t)$ dan integrasikan dengan batas $-\pi \leq t \leq \pi$, maka Persamaan B.1 menjadi,

$$\begin{aligned}\int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin(\omega_m t) dt &= \int_{-\pi}^{\pi} A_o \sin(\omega_m t) dt + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} A_n \cos(\omega_n t) \sin(\omega_m t) dt + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} B_n \sin(\omega_n t) \sin(\omega_m t) dt \\ &= 0 + 0 + B_n \pi \rightarrow B_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin(\omega_n t) dt\end{aligned}\quad (B.4)$$

Hasil ini diperoleh dengan relasi ortogonalitas sebagai berikut,

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(mt) \cos(nt) dt = \begin{cases} 0 & \text{jika } m \neq n \\ \pi & \text{jika } m = n \end{cases}, \quad \int_{-\pi}^{\pi} \sin(mt) \sin(nt) dt = \begin{cases} 0 & \text{jika } m \neq n \\ \pi & \text{jika } m = n \end{cases}\quad (B.5)$$

Perkalian antara cos dan sin tentu saja akan menghasilkan nol. Transformasi Fourier pada dasarnya adalah mengubah domain suatu fungsi ke domain yang lain. Sebagai contoh, jika $f(t)$ adalah fungsi dalam domain waktu, maka transformasi Fourier akan mengubah $f(t)$ dalam domain frekuensi $F(\omega)$. Bagaimana kita melakukan ini? Caranya adalah kita harus menggeneralisasikan deret Fourier di atas. Jika kita substitusikan definisi dari koefisiennya, yaitu A_o , A_n dan B_n , kita dapatkan:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) \cos(n\tau) \cos(n t) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) \sin(n\tau) \sin(n t) d\tau \quad (\text{B.6})$$

Persamaan ini dapat kita tuliskan lagi dalam bentuk yang lebih sederhana sebagai berikut:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) [\cos(n\tau) \cos(n t) + \sin(n\tau) \sin(n t)] d\tau$$

dengan rumus trigonometri:

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B \quad (\text{B.7})$$

Persamaan menjadi:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) \cos n(\tau - t) d\tau \quad (\text{B.8})$$

Dengan definisi fungsi hiperbolik:

$$\cos A = \frac{e^{iA} + e^{-iA}}{2} \quad (\text{B.9})$$

Maka persamaan menjadi:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) \left[\frac{e^{in(\tau-t)} + e^{-in(\tau-t)}}{2} \right] d\tau \quad (\text{B.10})$$

Atau:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) e^{in(\tau-t)} d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) e^{-in(\tau-t)} d\tau \right] \quad (\text{B.11})$$

Suku pertama adalah suku $n=0$ dan suku ketiga akan mempunyai eksponen positif jika n menjadi negative, yaitu:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) e^{-in(\tau-t)} d\tau = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) e^{in(\tau-t)} d\tau \quad (\text{B.12})$$

Dengan kondisi ini, maka persamaan di atas kita susun dalam bentuk yang lebih menarik sebagai berikut:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) e^{in(\tau-t)} d\tau + \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) d\tau + \sum_{n=1}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) e^{in(\tau-t)} d\tau \right] \quad (\text{B.13})$$

Nah, sekarang persamaan ini dapat kita tuliskan dalam bentuk yang lebih sederhana sebagai berikut:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\pi}^{\pi} f(\tau) e^{in(\tau-t)} d\tau \quad (\text{B.14})$$

Ini sering disebut representasi deret Fourier dalam bentuk integral atau disebut integral Fourier. Jika batas integrasi kita ganti dengan $-L \leq t \leq L$ maka integral-11 menjadi:

$$f(t) = \frac{1}{2L} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-L}^L f(\tau) e^{in(\tau-t)} d\tau \quad (\text{B.15})$$

Jika kita perluas batas integrasi $L \rightarrow \infty$ dan $-L \rightarrow -\infty$ maka kita mempunyai integral Riemann dengan $\Delta\omega_n = \omega_{n+1} - \omega_n$; $\omega = \pi/L$; $n\omega = \omega_n$, maka kita dapatkan:

$$f(t) = \lim_{L \rightarrow \infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\Delta\omega_n}{2\pi} \left[\int_{-L}^L f(\tau) e^{i\omega_n \tau} d\tau \right] e^{-i\omega_n t} \quad (\text{B.16})$$

Integral Reimann adalah definisi untuk integral sehingga ekspresi di atas menjadi:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{i\omega \tau} d\tau \right] e^{-i\omega t} dt \quad (\text{B.17})$$

Dengan hasil ini, kita mempunyai pasangan transformasi Fourier sebagai berikut:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad \text{dan} \quad F(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{i\omega \tau} d\tau \quad (\text{B.18})$$

Ada beberapa sifat yang dipenuhi oleh transformasi Fourier sebagai berikut:

- 1) Transformasi Fourier adalah operasi linier, yaitu jika $f(t)$ dan $g(t)$ adalah sembarang fungsi dan a, b skalar, maka:

$$F(af(t) + bg(t)) = aF(f(t)) + bF(g(t))$$

Bukti:

$$\begin{aligned} F(af(t) + bg(t)) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} (af(t) + bg(t)) e^{-i\omega t} dt \\ &= \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt + \frac{b}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-i\omega t} dt \\ &= aF(f(t)) + bF(g(t)) \end{aligned}$$

- 2) Jika $f(t)$ kontinu dan $f(t) \rightarrow 0$ pada $|t| \rightarrow \infty$ maka:

$$F\left(\frac{df(t)}{dt}\right) = i\omega F(f(t))$$

Bukti:

$$\begin{aligned} F\left(\frac{df(t)}{dt}\right) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df(t)}{dt} e^{-i\omega t} dt \quad (\text{integral parsial}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[f(t) e^{-i\omega t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} - (-i\omega) \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \right] \\ &= i\omega F(f(t)) \end{aligned}$$

Jadi, secara umum, diferensial Fourier adalah,

$$F\left(\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right) = (i\omega)^n F(f(t))$$

Contoh:

1) Tentukan transformasi Fourier dari fungsi berikut:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{jika } 0 < t < 1 \\ 0 & \text{jika lainnya} \end{cases}$$

Jawab:

$$F(f(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^1 1 e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{e^{-i\omega} - 1}{-i\omega} \right) = \frac{1}{\omega \sqrt{2\pi}} [\sin \omega + i(1 - \cos \omega)]$$

Hasil ini menunjukkan bahwa secara alamiah, umumnya transformasi Fourier menghasilkan fungsi berharga kompleks. Karena dalam pengukuran kita berurusan dalam bilangan riil, maka kita harus meriilkan fungsi kompleks tadi dengan cara mengalikan kompleks konjugatnya.

Misalnya:

Jika f adalah kompleks, yaitu $f = a + ib$

Jika f^* adalah kompleks konjugat, yaitu $f^* = a - ib$

Maka:

$$ff^* = (a + ib)(a - ib) = a^2 + b^2 = |f|^2.$$

Jika $F(f)$ adalah transformasi Fourier dari fungsi f , maka $F(f)F^*(f) = |F(f)|^2$. Menyatakan harga absolut yang sering disebut *power spectrum/spectral density* yang merepresentasikan “energi total” dari suatu sistem yang kita tinjau. Misalnya, $f(t)$ adalah kecepatan maka *power spectrum* menyatakan energi kinetiknya.

2) Tentukan transformasi Fourier dari fungsi berikut:

$$f(t) = \cos(\omega_0 t) \quad -\infty < t < \infty$$

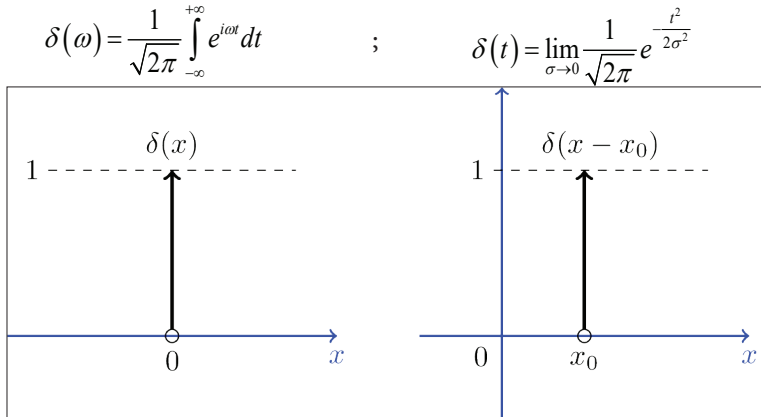
Jawab:

$$F(f(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\omega_0 t) e^{-i\omega t} dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{e^{i\omega_0 t} + e^{-i\omega_0 t}}{2} \right] e^{-i\omega t} dt$$

Selesaikan integrasi, maka kita peroleh,

$$F(f(t)) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega+\omega_0)t} dt + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega-\omega_0)t} dt \right] = \frac{1}{2} [\delta(\omega + \omega_0) + \delta(\omega - \omega_0)]$$

Integral di atas diperoleh dengan memanfaatkan definisi fungsi Delta Dirac.



Gambar B.1 Fungsi Delta Dirac.

Dalam pengukuran lapangan, misalnya getaran suatu bangunan, temperatur suatu jembatan, dan sebagainya, kita umumnya mempunyai data diskret sehingga kita memerlukan transformasi Fourier diskret. Tranformasi Fourier diskret dinyatakan oleh:

$$F_N(k) = \sum_{n=0}^{N-1} f(n) e^{-i \frac{2\pi k}{N} n} \quad \text{dan} \quad f(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F_N(k) e^{i \frac{2\pi k}{N} n} \quad (\text{B.19})$$

Dalam MATLAB telah dikembangkan algoritma untuk menghitung transformasi Fourier yang disebut *fast Fourier transform* (FFT). Pada prinsipnya, metode ini memecah transformasi Fourier diskret ke dalam bentuk fungsi ganjil dan fungsi genap sehingga komputasinya lebih mudah. Berikut ini adalah contoh program dengan MATLAB:

Program MATLAB *fast Fourier transform* untuk fungsi:

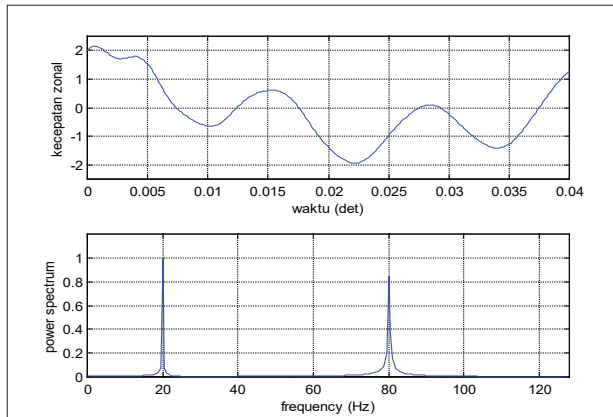
$$f(t) = A \cos(\omega_1 t) + B \sin(\omega_2 t) + C \sin c(\omega_3 t)$$

Faktor skala $n/2$ dan frekuensi nyquist $\frac{1}{2}$. Jumlah sampel 512.

Programnya sebagai berikut:

```
clear all;
f1=20; f2=80; f3=80; nt=512; T=2; dt=T/nt
df=1/T; fmax=(nt/2)*df; t=0:dt:nt*dt;
tt=0:dt/25:nt*dt/50;
u=cos(2*pi*f1*t)+sin(2*pi*f2*t)+sinc(2*pi*f3*t);
uu=cos(2*pi*f1*tt)+sin(2*pi*f2*tt)+sinc(2*pi*f3*tt);
f=0:df:(nt/2-1)*df;
figure(1);
subplot(211)
plot(tt,uu); grid
axis([0 0.04 -2.5 2.5]); xlabel('waktu (det)');
ylabel('kecepatan zonal');
yf=fft(u);
yp=zeros(1,(nt/2)); yp(1:nt/2)=(2/nt)*yf(1:nt/2);
subplot(212)
grid
plot(f,abs(yp));axis([0 fmax 0 1.2])
xlabel('frequency (Hz)');ylabel('power spectrum');
```

output program dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar B.2 Transformasi Fourier dari kombinasi linier fungsi periodik, ciri khas transformasi Fourier dari fungsi periodik adalah diskret karena representasi dari fungsi delta Dirac.

B.2 Dekomposisi Fourier

Pada dasarnya, dekomposisi Fourier adalah membangun atau menyusun suatu fungsi dari pengetahuan fungsi Fourier (periodik). Salah satu contoh yang paling mudah dipahami dalam dekomposisi Fourier adalah data pasang surut, yaitu menyusun data pasang surut dalam komponennya. Secara matematik, hal itu dilakukan sebagai berikut. Tuliskan kembali deret Fourier sebagai berikut,

$$f(t) - A_0 = \psi(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos nt + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin nt \quad (\text{B.20})$$

Deret ini dapat kita tuliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \dots & A_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(t) \\ \cos(2t) \\ \dots \\ \cos(nt) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 & B_2 & \dots & B_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(t) \\ \sin(2t) \\ \dots \\ \sin(nt) \end{bmatrix} = \Psi(t) \quad (\text{B.21})$$

B.3 Transformasi Laplace

Transformasi Laplace pada dasarnya adalah persoalan integral. Suatu fungsi $f(t)$ diintegrasikan dengan suatu fungsi tertentu, di mana dalam bahasa matematik dinamakan kernel, yang dinyatakan dalam bentuk sebagai berikut,

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (\text{B.22})$$

di mana $\mathcal{L}$ menyatakan lambang transformasi Laplace dari suatu fungsi $f(t)$. Fungsi e^{-st} dinamakan kernel, yang bertugas mengubah fungsi dengan domain t menjadi fungsi dengan domain s . Kasus ini seperti transformasi Fourier. Setelah Fourier mengemukakan transformasi Fourier, Laplace kemudian mengembangkan transformasi Laplace.

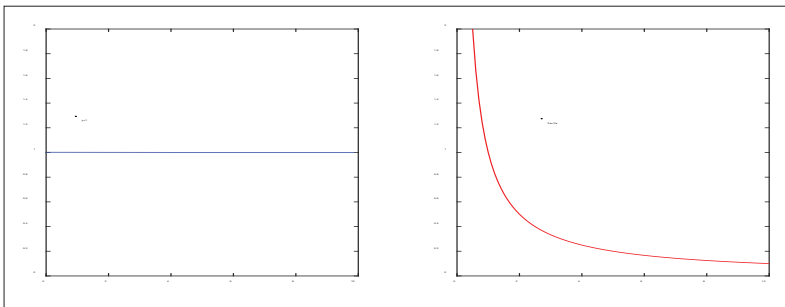
Contoh-1,

Hitunglah transformasi Laplace untuk $f(t)=y=1$,

Jawab:

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[1] = \int_0^{\infty} e^{-st} 1 dt = -\frac{1}{s} \bigg|_0^{\infty} = \frac{1}{s} \quad \forall \quad s > 0$$

Jadi dalam transformasi Laplace, nilai $s > 0$.



Contoh-2,

Hitunglah transformasi Laplace untuk $f(t)=\sin(at)$ dengan $t>0$ dan a positif.

Jawab:

$$F(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[\sin(at)] = \int_0^{\infty} e^{-st} \sin(at) dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n e^{-st} \frac{d \cos(at)}{a}$$

dengan menggunakan integrasi parsial $\int u dv = uv - \int v du$, maka diperoleh,

$$F(s) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[- \left(\frac{e^{-st}}{a} \cos(at) \right) \right]_0^n - \frac{s}{a} \int_0^n e^{-at} \cos(at) dt$$

lakukan integrasi parsial kembali untuk integral di atas sehingga diperoleh,

$$\begin{aligned} F(s) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[- \left(\frac{e^{-st}}{a} \cos(at) \right) \right]_0^n - \frac{s}{a} \left[\left(\frac{e^{-st}}{a} \sin(at) \right) \right]_0^n + \frac{s^2}{a^2} \int_0^n e^{-at} \sin(at) dt \right] \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{a} (1 - e^{-sn} \cos(an)) - \frac{se^{-sn}}{a^2} \sin(an) + \frac{s^2}{a^2} \int_0^n e^{-at} \sin(at) dt \right] \end{aligned}$$

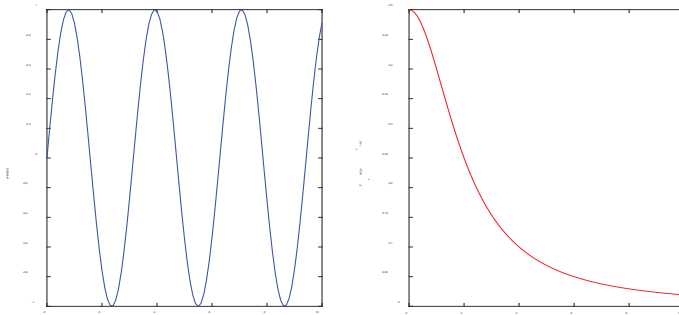
dengan rumus limit sebagai berikut,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e^{-sn} \cos(an) = \lim_{n \rightarrow \infty} e^{-sn} \sin(an) = 0$$

maka kita peroleh,

$$F(s) = \frac{1}{a} - \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{s^2}{a^2} \int_0^n e^{-at} \sin(at) dt \right] = \frac{1}{a} - \frac{s^2}{a^2} \int_0^{\infty} e^{-at} \sin(at) dt$$

$$F(s) = \frac{1}{a} - \frac{s^2}{a^2} F(s) \quad \rightarrow \quad a^2 F(s) = a - s^2 F(s) \quad \rightarrow \quad F(s) = \frac{a}{s^2 + a^2}$$



Jadi, ternyata menghitung transformasi Laplace tidaklah sederhana, terkadang berbelit-belit karena melibatkan integral tak tentu. Kalian tidak perlu khawatir karena transformasi Laplace sudah ada tabelnya.

Ada yang harus diingat tentang beberapa sifat dari transformasi Laplace.

- 1) Transformasi Laplace adalah linier

$$\mathcal{L}[af(t) + bg(t)] = a\mathcal{L}[f(t)] + b\mathcal{L}[g(t)]$$

- 2) Transformasi Laplace dari suatu Fungsi step

$$\mathcal{L}[e^{at} f(t)] = F(s - a); \quad \mathcal{L}[f(t - a)g(t - a)] = e^{-as} F(s);$$

$$\mathcal{L}[\delta(t - a)] = e^{-as}$$

B.4 Inversi Transformasi Laplace

Transformasi Laplace mempunyai inversi yang artinya jika suatu fungsi $f(t)$ dioperasikan transformasi Laplace menjadi $F(s)$, maka kita dapat memperoleh kembali fungsi $f(t)$ dengan cara melakukan inversi transformasi Laplace sebagai berikut,

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)] = \int_0^{\infty} e^{st} F(s) ds \quad (\text{B.23})$$

Sifat yang dimiliki oleh transformasi Laplace juga dipenuhi oleh inversi transformasi Laplace.

Contoh-1.

Tentukan inversi transformasi Laplace dari fungsi $F(s)=6/s - 1/(s-8) + 4/(s-3)$

Jawab:

Untuk menentukan inversi transformasi Laplace, kita gunakan tabel transformasi Laplace sebagai berikut,

Table of Laplace Transforms			
$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
1. 1	$\frac{1}{s}$	2. e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
3. $t^n, n=1,2,3,\dots$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	4. $t^p, p > -1$	$\frac{\Gamma(p+1)}{s^{p+1}}$

Dari tabel untuk nomor 1 dan nomor 2 kita peroleh,

$$F(s) = \frac{1}{s} \rightarrow f(t) = 1 \quad ; \quad F(s) = \frac{1}{s-a} \rightarrow f(t) = e^{at}$$

Maka

$$F(s) = \frac{6}{s} - \frac{1}{s-8} + \frac{4}{s-3} \rightarrow f(t) = 6 \times 1 - e^{8t} + 4 \times e^{3t} = 6 - e^{8t} + 4e^{3t}$$

Contoh-2.

Tentukan inversi transformasi Laplace dari fungsi $F(s)=19/(s+2)-1/(3s-5)+7/(s^5)$

Jawab:

Kita gunakan tabel transformasi Laplace untuk nomor 2 dan nomor 3

$$F(s) = \frac{19}{s-(-2)} - \frac{1}{3(s-\frac{5}{3})} + \frac{7 \frac{4!}{4!}}{4!s^{4+1}} \rightarrow f(t) = 19e^{-2t} - \frac{1}{3}e^{\frac{5}{3}t} + \frac{7}{24}t^4$$

Demikianlah sekadar contoh menghitung inversi transformasi Laplace. Diperlukan kecerdikan permainan aljabar supaya diperoleh bentuk yang sesuai dengan tabel transformasi Laplace.

B.5 Penyelesaian Persamaan Diferensial dengan Tranformasi Laplace

Salah satu keunggulan dengan menggunakan transformasi Laplace untuk mencari solusi persamaan diferensial adalah dengan mengubah persoalan persamaan diferensial menjadi persoalan aljabar. Transformasi Laplace dari suatu diferensial,

$$\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = \int_0^{\infty} e^{-st} \frac{df}{dt} dt = s \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt + e^{-st} f(t) \Big|_0^{\infty} = s \mathcal{L}[f(t)] - f(0) \quad (\text{B.24})$$

dengan cara yang sama, maka diperoleh untuk turunan yang lebih tinggi,

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2 f}{dt^2}\right] = s^2 \mathcal{L}[f(t)] - sf(0) - \frac{df}{dt} \Big|_{t=0} \quad (\text{B.25})$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^3 f}{dt^3}\right] = s^3 \mathcal{L}[f(t)] - s^2 f(0) - s \frac{df}{dt} \Big|_{t=0} - \frac{d^2 f}{dt^2} \Big|_{t=0} \quad (\text{B.26})$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^n f}{dt^n}\right] = s^n \mathcal{L}[f(t)] - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} \frac{df}{dt} \Big|_{t=0} - \dots - \frac{d^{n-1} f}{dt^{n-1}} \Big|_{t=0} \quad (\text{B.27})$$

Bagaimana caranya? Yang paling mudah adalah dengan melihat contoh,

Contoh:

Selesaikan persamaan diferensial berikut ini,

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - 6 \frac{dy}{dt} + 15y = 2 \sin(3t) \quad , \quad y(0) = -1, y'(0) = -4$$

Jawab:

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2y}{dt^2}\right] - 6\mathcal{L}\left[\frac{dy}{dt}\right] + 15\mathcal{L}[y] = 2\mathcal{L}[\sin(3t)]$$

$$s^2Y(s) - sy(0) - y'(0) - 6sY(s) + 6y(0) + 15Y(s) = 2\frac{3}{s^2 + 9}$$

$$(s^2 - 6s + 15)Y(s) + s - 2 = \frac{6}{s^2 + 9} \rightarrow (s^2 - 6s + 15)Y(s) = \frac{6}{s^2 + 9} - s + 2$$

$$Y(s) = \frac{6}{(s^2 + 9)(s^2 - 6s + 15)} - \frac{s}{(s^2 - 6s + 15)} + \frac{2}{(s^2 - 6s + 15)} = \frac{-s^3 + 2s^2 - 9s + 24}{(s^2 + 9)(s^2 - 6s + 15)}$$

Gunakan manipulasi aljabar untuk pecahan,

$$Y(s) = \frac{-s^3 + 2s^2 - 9s + 24}{(s^2 + 9)(s^2 - 6s + 15)} = \frac{As + B}{(s^2 + 9)} + \frac{Cs + D}{(s^2 - 6s + 15)}$$

Kalikan dengan penyebutnya, maka diperoleh persamaan pangkat empat sebagai berikut,

$$\begin{aligned} -s^3 + 2s^2 - 9s + 24 &= (A + C)s^3 + (-6A + B + D)s^2 + (15A - 6B + 9C)s + 15B + 9D \\ \left. \begin{array}{l} s^3: \quad A + C = 1 \\ s^2: \quad -6A + B + D = 2 \\ s: \quad 15A - 6B + 9C = -9 \\ s^0: \quad 15B + 9D = 24 \end{array} \right\} &\Rightarrow \begin{array}{ll} A = \frac{1}{10} & B = \frac{1}{10} \\ C = -\frac{11}{10} & D = \frac{5}{2} \end{array} \end{aligned}$$

Maka kita dapatkan bentuk,

$$Y(s) = \frac{1}{10} \left(\frac{s+1}{s^2+9} + \frac{-11s+25}{s^2-6s+15} \right) = \frac{1}{10} \left(\frac{s+1}{s^2+9} + \frac{-11s+25}{(s-3)^2+6} \right)$$

Kita lihat tabel transformasi Laplace sebagai berikut,

Table of Laplace Transforms			
$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
1. 1	$\frac{1}{s}$	2. e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
3. $t^n, n=1,2,3,\dots$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	4. $t^p, p > -1$	$\frac{\Gamma(p+1)}{s^{p+1}}$
5. $\sqrt{t}$	$\frac{\sqrt{\pi}}{2s^{3/2}}$	6. $t^{n-1/2}, n=1,2,3,\dots$	$\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)\sqrt{\pi}}{2^n s^{n+1/2}}$
7. $\sin(at)$	$\frac{a}{s^2+a^2}$	8. $\cos(at)$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
19. $e^{at} \sin(bt)$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}$	20. $e^{at} \cos(bt)$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$

Berdasarkan tabel transformasi Laplace, maka bentuk yang menyerupai adalah nomor 7, nomor 8, nomor 19, dan nomor 20. Artinya, kita harus menguraikan sehingga mempunyai bentuk pecahan seperti tabel transformasi Laplace.

$$\begin{aligned}
 Y(s) &= \frac{1}{10} \left(\frac{s}{s^2+9} + \frac{1}{s^2+9} + \frac{-11s}{(s-3)^2+6} + \frac{25}{(s-3)^2+6} \right) \\
 &= \frac{1}{10} \left(\frac{s}{s^2+3^2} + \frac{1}{3} \frac{3}{s^2+3^2} + \frac{-11(s-3+3)}{(s-3)^2+6} + \frac{25}{(s-3)^2+6} \right) \\
 &= \frac{1}{10} \left(\frac{s}{s^2+3^2} + \frac{1}{3} \frac{3}{s^2+3^2} - 11 \frac{(s-3)}{(s-3)^2+(\sqrt{6})^2} + \frac{8}{\sqrt{6}} \frac{\sqrt{6}}{(s-3)^2+(\sqrt{6})^2} \right)
 \end{aligned}$$

Dengan menggunakan tabel di atas, maka akhirnya kita peroleh solusi,

$$y(t) = \frac{1}{10} \left(\cos(3t) + \frac{1}{3} \sin(3t) - 11e^{3t} \cos(\sqrt{6}t) + \frac{8}{\sqrt{6}} e^{3t} \sin(\sqrt{6}t) \right)$$

Persamaan dari contoh-2 adalah salah satu bentuk persamaan osilator harmonis dengan gaya eksternal. Kita akan bahas secara detail dibawah ini.

B.6 Persamaan Osilator Harmonik

Salah satu persoalan yang paling penting dalam masalah rekayasa adalah getaran. Orang matematika atau fisika menyebutnya osilator harmonik. Setiap benda di alam pada dasarnya selalu bergetar. Namun, lingkungan menyebabkan getaran tersebut semakin lama berhenti, yang dinyatakan dalam bentuk redaman. Alam tidak hanya meredam getaran, tetapi terkadang juga menguatkan getaran atau disebut sebagai *driven oscillation*. Jadi, persoalan getaran di lam akan selalu berkaitan dengan redaman dan *driven* yang secara lengkap disebut sebagai *driven-damped harmonic oscillator* yang dinyatakan sebagai berikut,

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + ky = F(t) \quad (\text{B.28})$$

Sekarang kita akan menggunakan transformasi Laplace untuk mencari solusi umum dari persamaan ini. Kita tuliskan lagi persamaan-3 sebagai berikut,

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2\gamma \frac{dy}{dt} + \omega^2 y = g(t) \quad ; \quad \gamma = \frac{b}{2m}, \quad \omega^2 = \frac{k}{m}, \quad g(t) = \frac{F(t)}{m} \quad (\text{B.29})$$

Letakkan operasi transformasi Laplace pada persamaan-4 sebagai berikut,

$$\mathcal{L} \left[\frac{d^2 y}{dt^2} \right] + 2\gamma \mathcal{L} \left[\frac{dy}{dt} \right] + \omega^2 \mathcal{L} [y] = \mathcal{L} [g(t)] \quad (\text{B.30})$$

Kita peroleh,

$$s^2 Y_s - sy(0) - y'(0) + 2\gamma s Y_s - 2\gamma y(0) + \omega^2 Y_s = G_s(s) \quad (\text{B.31})$$

Atau kita tulis sebagai berikut,

$$Y_s = \frac{(s + 2\gamma)y(0) + y'(0) + G_s(s)}{s^2 + 2\gamma s + \omega^2} \quad (\text{B.32})$$

Untuk mencari inversi transformasi Laplace dari Persamaan (B.29) kelihatannya cukup rumit, tetapi mari kita lihat dari yang sederhana karena sebenarnya masalah yang rumit adalah kumpulan dari masalah yang sederhana. Sekarang masalah yang paling sederhana adalah pada saat tidak ada *damping* dan *drive*, yaitu pada saat $\gamma=G_s=0$. Maka Persamaan (B.29) menjadi,

$$Y_s = \frac{sy(0) + y'(0)}{s^2 + \omega^2} \quad (\text{B.33})$$

Nah, persamaan ini sering kita lihat pada saat kita mengerjakan contoh soal. Bentuknya persis seperti di tabel transformasi Laplace nomor 7 dan nomor 8. Jadi, mari kita tuliskan Persamaan 8 dalam bentuk seperti pasangan Laplace nomor 7 dan nomor 8 sebagai berikut,

$$Y_s = \frac{sy(0) + y'(0)}{s^2 + \omega^2} = \frac{sy(0)}{s^2 + \omega^2} + \frac{y'(0)}{s^2 + \omega^2} = y(0) \frac{s}{s^2 + \omega^2} + \frac{y'(0)}{\omega} \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (\text{B.34})$$

Maka dengan inversi transformasi Laplace nomor 7 dan nomor 8 kita peroleh,

$$y(t) = y(0) \cos(\omega t) + \frac{y'(0)}{\omega} \sin(\omega t) \quad (\text{B.35})$$

Ini adalah solusi osilator harmonis tanpa *damping* dan *driven* atau gaya eksternal. Selanjutnya, dengan berbekal kepercayaan yang sudah tinggi karena sudah bisa mendapatkan solusi yang fundamental, maka mari kita tuliskan Persamaan (B.34) dengan trik yang sama dengan yang sebelumnya, yaitu,

$$Y_s = \frac{(s+2\gamma)y(0) + y'(0) + G_s(s)}{s^2 + 2\gamma s + \omega^2} = \frac{(s+2\gamma)y(0) + y'(0)}{s^2 + 2\gamma s + \omega^2} + \frac{G_s(s)}{s^2 + 2\gamma s + \omega^2} \quad (\text{B.36})$$

Nah, suku pertama dari persamaan ini mirip dengan pasangan transformasi Laplace di tabel nomor 19 dan nomor 20, di mana dalam tabel itu a diganti dengan $-a$ sehingga tabel nomor 19 dan nomor 20 menjadi,

$$e^{-at} \sin(bt) \Leftrightarrow \frac{b}{(s+a)^2 + b^2} \quad ; \quad e^{-at} \cos(bt) \Leftrightarrow \frac{s+a}{(s+a)^2 + b^2} \quad (\text{B.37})$$

Selanjutnya lebih mudah, suku pertama Persamaan (B.36) kita tuliskan sebagai berikut,

$$\begin{aligned} Y_s^{(1)} &= \frac{(s+2\gamma)y(0) + y'(0)}{s^2 + 2\gamma s + \omega^2} = \frac{sy(0) + \gamma y(0) + \gamma y(0) + y'(0)}{(s+\gamma)^2 + \omega^2 - \gamma^2} \\ &= \frac{(s+\gamma)y(0)}{(s+\gamma)^2 + \omega^2 - \gamma^2} + \frac{\gamma y(0) + y'(0)}{(s+\gamma)^2 + \omega^2 - \gamma^2} \\ &= y(0) \frac{(s+\gamma)}{(s+\gamma)^2 + \omega^2 - \gamma^2} + \frac{(\gamma y(0) + y'(0))}{\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}} \frac{\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}}{(s+\gamma)^2 + \omega^2 - \gamma^2} \end{aligned} \quad (\text{B.38})$$

Maka dengan melihat tabel transformasi Laplace, kita peroleh,

$$y(t)^{(1)} = y(0)e^{-\gamma t} \cos(\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}t) + \frac{(\gamma y(0) + y'(0))}{\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}} e^{-\gamma t} \sin(\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}t) \quad (\text{B.39})$$

Dengan demikian, kita semakin yakin untuk mencari solusi yang kedua sebagai berikut,

$$Y_s^{(2)} = \frac{G_s(s)}{s^2 + 2\gamma s + \omega^2} = \frac{G_s(s)}{(s+\gamma)^2 + \omega^2 - \gamma^2} = \frac{1}{(s+\gamma)^2 + \omega^2 - \gamma^2} \times G_s(s) \quad (\text{B.40})$$

Karena di sini melibatkan perkalian, maka kita gunakan teorema konvolusi dari transformasi Laplace, yaitu mengatakan bahwa jika inversi dari transformasi Laplace dua fungsi $f(s)$ dan $g(s)$ sebagai berikut,

$$\mathcal{L}^{-1}[f(s)] = F(t) \quad , \quad \mathcal{L}^{-1}[g(s)] = G(t) \quad (\text{B.41})$$

Maka inversi transformasi Laplace dari perkalian dua fungsi tersebut adalah,

$$\mathcal{L}^{-1}[f(s)g(s)] = \int_0^t F(t-u)G(u)du \quad (\text{B.42})$$

karena

$$f(s) = \frac{1}{(s+\gamma)^2 + \omega^2 - \gamma^2} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}} \frac{\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}}{(s+\gamma)^2 + \omega^2 - \gamma^2} \Rightarrow F(t) = \frac{e^{-\gamma t}}{\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}} \sin(\sqrt{\omega^2 - \gamma^2} t)$$

dan

$$g(s) = G_s(s) \Rightarrow G(t) = \frac{f(t)}{m}$$

Maka solusi $y(t)^{(2)}$ akan menjadi,

$$y(t)^{(2)} = \frac{1}{m\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}} \int_0^t e^{-\gamma(t-u)} \sin(\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}(t-u)) f(u) du \quad (\text{B.43})$$

Jadi, solusi lengkap persoalan *driven-damping harmonic oscillator* dinyatakan oleh,

$$\begin{aligned} y(t) = & y(0)e^{-\gamma t} \cos(\sqrt{\omega^2 - \gamma^2} t) + \frac{(\gamma y(0) + y'(0))}{\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}} e^{-\gamma t} \sin(\sqrt{\omega^2 - \gamma^2} t) \\ & + \frac{1}{m\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}} \int_0^t e^{-\gamma(t-u)} \sin(\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}(t-u)) f(u) du \end{aligned} \quad (\text{B.44})$$

Apendiks-C

Metode Fungsi Green

C.1 Konsep Dasar

Salah satu kesulitan persoalan analisis matematika dinamika atmosfer di tropis terutama Benua Maritim Indonesia, karena pemanasan intensif dan banyak sumber pembangkit sehingga persamaan gerak pada umumnya menjadi tak homogen. Jadi, kita akan berurusan dengan persamaan diferensial tak homogen. Suatu metode paling umum untuk menyelesaikan masalah ini adalah dengan metode fungsi Green. Metode ini pertama kali diperkenalkan oleh George Green pada tahun 1828, untuk bidang mekanik tertentu, khususnya masalah *string*. Fungsi ini telah dikembangkan dan secara luas digunakan selama 60 tahun terakhir, terutama sebagai bagian dari area penelitian yang menarik, terlebih metode ini menyediakan perangkat matematika yang glamor. Sebuah buku teks yang direkomendasikan adalah Prem. K. Kythe, *Green's Function and Linear Differential Equation*, CRC Press, New Yorks, 375 pp.

Pada dasarnya, metode fungsi Green mirip dengan transformasi integral seperti transformasi Fourier atau transformasi Laplace, tetapi integral yang ada merupakan integral konvolusi. Secara umum, suatu persamaan diferensial dengan suku homogen,

$$L_{(x,y,z)}\psi(x,y,z) = f(x,y,z) \quad (C.1)$$

akan mempunyai solusi yang dinyatakan dalam bentuk integral konvolusi dengan fungsi konvolusi, propagator, atau kernel dinamakan fungsi Green sebagai berikut,

$$\psi(x,y,z) = \iiint G(x-x',y-y',z-z')f(x',y',z')dx'dy'dz' \quad (C.2)$$

di mana $G(x-x',y-y',z-z')$ dinamakan fungsi Green yang memenuhi persamaan diferensial,

$$L_{(x,y,z)}G(x-x',y-y',z-z') = -4\pi\delta(x-x')\delta(y-y')\delta(z-z') \quad (C.3)$$

Jelas dari Persamaan (C.3), kita melihat keterlibatan fungsi delta. Fungsi delta atau sering disebut fungsi delta Dirac bukanlah fungsi biasa, ia sering disebut *generalized function* karena membuat suatu fungsi menjadi kontinu di titik singularitas. Salah satu sifat penting dari fungsi delta ini adalah,

$$\int \phi(t)\delta(t-t_0)dt = \phi(t_0) \quad (C.4)$$

dan

$$\delta(t-t') = \begin{cases} 0 & \text{if } t \neq t' \\ \infty & \text{if } t \rightarrow t' \end{cases}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1 \quad (C.5)$$

Fungsi di atas akan berguna untuk mencari fungsi Green.

C.2 Osilator Harmonis Tak Homogen

Untuk mengilustrasikan bagaimana fungsi Green diperoleh, maka kita gunakan contoh yang sederhana, yaitu suatu osilator harmonis dengan hadir gaya eksternal sebagai berikut,

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} + k^2\phi = F(t) \quad (C.6)$$

dengan syarat batas bebas $\phi(t \rightarrow \infty) = 0$. Dengan metode fungsi Green, persamaan ini mempunyai Solusi,

$$\phi(t) = \int G(t-t')F(t')dt' \quad (C.7)$$

di mana

$$\frac{d^2G(t-t')}{dt^2} + k^2G(t-t') = -\delta(t-t') \quad (C.8)$$

Untuk mendapatkan fungsi Green (C.8), kita menggunakan fakta bahwa Persamaan (C.6) homogen ($F(t)=0$) akan merupakan persoalan harga eigen dengan fungsi eigen,

$$\phi_h^{(n)}(t) = A_n \cos(k_n t) \quad (C.9)$$

Fungsi eigen ini mempunyai sifat ortogonalitas,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \cos(k_n t) \cos(k_m t) dt = \delta_{nm} \quad , \quad \delta_{nm} = \begin{cases} 1 & \text{if } n = m \\ 0 & \text{if } n \neq m \end{cases} \quad (C.10)$$

Jika kita asumsikan fungsi Green adalah kombinasi linier solusi homogen sebagai berikut,

$$G^{(n)}(t) = \sum_{n=1} A_n(t') \cos(k_n t) \quad (C.11)$$

Substitusikan ke Persamaan (C.8), maka kita peroleh,

$$-\sum_n A_n(t') k_n^2 \cos(k_n t) + \sum_n A_n(t') k_n^2 \cos(k_n t) = -\delta(t-t') \quad (C.12)$$

Maka

$$-\sum_n A_n(t') k_n^2 \int_{-\infty}^{\infty} \cos(k_n t) \cos(k_m t) dt + \sum_n A_n(t) k_n^2 \int_{-\infty}^{\infty} \cos(k_n t) \cos(k_m t) dt = -\int_{-\infty}^{\infty} \cos(k_m t) \delta(t-t') dt \quad (\text{C.13})$$

Gunakan sifat ortogonalitas (Persamaan C.10) sehingga kita peroleh,

$$-\sum_n A_n(t') k_n^2 \delta_{nm} + \sum_n A_n(t) k_n^2 \delta_{nm} = -\cos(k_m t') \quad (\text{C.14})$$

Maka kita peroleh,

$$A_n(t') = -\sum_n \frac{\cos(k_n t')}{k^2 - k_n^2} \quad (\text{C.15})$$

Jadi fungsi Green adalah,

$$G(t-t') = -\sum_n \frac{\cos(k_n t') \cos(k_n t)}{k^2 - k_n^2} \quad (\text{C.16})$$

Kita akan demonstrasikan lagi bahwa fungsi Green tergantung juga syarat batas. Kembali kita berurusan dengan Persamaan (C.6) sebuah osilator harmonis dengan gaya eksternal, tetapi sekarang kita mempunyai syarat batas,

$$\phi(t=0) = \phi(t=T) = 0 \quad , \quad 0 < t < T \quad (\text{C.17})$$

Solusi umum Persamaan (C.6) dengan syarat batas di atas adalah,

$$\phi(t) = A(t) \cos(kt) + B(t) \sin(kt) = \phi_1(t) + \phi_2(t) \quad (\text{C.18})$$

Metode variasi parameter (*the method of variation of parameters*), kita mencari Wronskian dari,

$$W(\phi_1, \phi_2) = 0 \Rightarrow \phi_1(t) \frac{d\phi_2(t)}{dt} - \phi_2(t) \frac{d\phi_1(t)}{dt} = 0 \quad (\text{C.19})$$

Dengan Persamaan (3.18) kita peroleh,

$$\begin{aligned} A'(t)\cos(kt) + B'(t)\sin(kt) &= 0 \\ -A(t)k\sin(kt) + B(t)k\cos(kt) &= -F(t) \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

Maka kita peroleh,

$$\frac{dA(t)}{dt} = \frac{F(t)\sin(kt)}{k}, \quad \frac{dB(t)}{dt} = -\frac{F(t)\cos(kt)}{k} \quad (\text{C.21})$$

Integrasikan, maka kita peroleh Solusi Persamaan (3.18)

$$\phi(t) = \frac{\cos(kt)}{k} \int_a^t f(\tau) \sin(k\tau) d\tau - \frac{\sin(kt)}{k} \int_b^t f(\tau) \cos(k\tau) d\tau \quad (\text{C.22})$$

Langkah selanjutnya adalah mencari nilai a dan b , dengan syarat batas $\phi(t=0)=0$ maka,

$$\phi(t=0) = \frac{\cos(k0)}{k} \int_a^0 f(\tau) \sin(k\tau) d\tau - \frac{\sin(k0)}{k} \int_b^0 f(\tau) \cos(k\tau) d\tau = \frac{1}{k} \int_a^0 f(\tau) \sin(k\tau) d\tau = 0 \quad (\text{C.23})$$

Karena integran tidak nol, maka integral di atas akan nol jika kita pilih $a=0$. Jadi, solusi Persamaan (C.22) menjadi,

$$\phi(t) = \frac{\cos(kt)}{k} \int_0^t f(\tau) \sin(k\tau) d\tau - \frac{\sin(kt)}{k} \int_b^t f(\tau) \cos(k\tau) d\tau \quad (\text{C.24})$$

Untuk mendapatkan nilai b maka kita gunakan syarat batas kedua, yaitu $\phi(T)=0$. Maka kita peroleh,

$$\phi(T) = \frac{\cos(kT)}{k} \int_0^T f(\tau) \sin(k\tau) d\tau - \frac{\sin(kT)}{k} \int_b^T f(\tau) \cos(k\tau) d\tau = 0 \quad (\text{C.25})$$

Maka kita peroleh relasi,

$$\frac{\sin(kT)}{k} \int_b^0 f(\tau) \cos(k\tau) d\tau = \frac{1}{k} \int_0^T f(\tau) \sin(k(\tau-T)) d\tau \quad (C.26)$$

Maka solusi menjadi,

$$\begin{aligned} \phi(T) &= \frac{1}{k} \int_0^t F(\tau) \sin(k(\tau-T)) d\tau - \frac{\sin(kT)}{k \sin(kT)} \int_0^T F(\tau) \sin(k(\tau-T)) d\tau \\ &= \int_0^t F(\tau) \frac{\sin(k\tau) \sin(k(T-\tau))}{k \sin(kT)} d\tau + \int_0^T F(\tau) \frac{\sin(k\tau) \sin(k(\tau-T))}{k \sin(kT)} d\tau \\ &= \int_0^T G(t, \tau) F(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (C.27)$$

Jelas kita mempunyai fungsi Green sebagai berikut,

$$G(t, \tau) = \begin{cases} \frac{\sin(k\tau) \sin(k(T-t))}{k \sin(kT)} & \text{for } 0 \leq \tau \leq t \\ \frac{\sin(k\tau) \sin(k(T-\tau))}{k \sin(kT)} & \text{for } t \leq \tau \leq T \end{cases} \quad (C.28)$$

C.3 Gelombang Kelvin Tak Homogen

Kita telah melihat pada bab sebelumnya bahwa gelombang Kelvin dengan gaya eksternal akan memenuhi persamaan diferensial,

$$\frac{d^2 \phi_n(y)}{dy^2} + [\lambda_n - y^2] \phi_n(y) = F(y) \quad (C.29)$$

Solusi persamaan ini dengan metode fungsi Green akan dinyatakan sebagai berikut,

$$\phi_n(y) = \int G_n(y, y') F(y') dy' \quad (C.30)$$

di mana fungsi Green akan memenuhi,

$$\frac{d^2 G_n(y)}{dy^2} + [\lambda_n - y^2] G_n(y) = -\delta(y - y') \quad (C.31)$$

Kita ingat bahwa solusi homogen Persamaan (3.29) dinyatakan dalam polinomial Hermit sebagai berikut,

$$\phi_n(y) = \frac{B_n}{(2^n n! \sqrt{\pi})^{\frac{1}{2}}} H_n(y) e^{-\frac{y^2}{2}} \quad (\text{C.32})$$

Jika kita asumsikan fungsi Green dalam bentuk,

$$G_n(y, y') = \sum_n \frac{B_n(y')}{(2^n n! \sqrt{\pi})^{\frac{1}{2}}} H_n(y) e^{-\frac{y^2}{2}} \quad (\text{C.33})$$

Maka Persamaan (C.31) menjadi,

$$\sum_n \frac{B_n(y')}{(2^n n! \sqrt{\pi})^{\frac{1}{2}}} [4n(n-1) H_{n-2}(y) + (\lambda_n - y^2) H_n(y)] e^{-\frac{y^2}{2}} = -\delta(y = y') \quad (\text{C.34})$$

Jika kita kalikan dengan konjugatnya dan integrasikan maka diperoleh,

$$\sum_n \frac{B_n(y')}{(2^n n! \sqrt{\pi})^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{4n(n-1) \int_{-\infty}^{\infty} H_m(y) H_{n-2}(y) dy + \lambda_n \int_{-\infty}^{\infty} H_m(y) H_n(y) dy}{\int_{-\infty}^{\infty} H_m(y) y^2 H_n(y) dy} \right] e^{-\frac{y^2}{2}} = - \int_{-\infty}^{\infty} H_m(y) \delta(y = y') dy \quad (\text{C.35})$$

Dengan sifat ortogonal fungsi Hermit

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(y) H_n(y) e^{-\frac{y^2}{2}} dy = \frac{2^n n!}{\sqrt{\pi}} \delta_{mn} \quad (\text{C.36})$$

Maka diperoleh,

$$\sum_n \frac{B_n(y')}{(2^n n! \sqrt{\pi})^{\frac{1}{2}}} \left[(\lambda_n - 2n) \frac{2^n n!}{\sqrt{\pi}} \delta_{mn} - 2^{(n-1)} \sqrt{\pi} (2n+1) n! \delta_{mn} \right] = -H_m(y') \quad (\text{C.37})$$

Di sini kita telah menggunakan relasi rekursif dan aturan Leibniz. Selesaikan untuk B_n dan substitusikan ke fungsi Green (C.5), maka kita peroleh fungsi Green,

$$G_n(y, y') = - \sum_n \frac{\sqrt{\pi} H_n(y') H_n(y) e^{-\frac{y^2}{2}}}{2^n n! \left[\lambda_n - 2n \left(1 - \frac{\pi}{2} \right) - \frac{\pi}{2} \right]} \quad (\text{C.38})$$

Terlihat tidak ada metode yang unik untuk menentukan fungsi Green.

Apendiks-D

Fungsi-Fungsi Khusus

Fungsi khusus adalah suatu fungsi sebagai hasil dari suatu persamaan diferensial tertentu. Kita mulai dengan persamaan diferensial Hermit. Persamaan diferensial Hermit adalah suatu persamaan diferensial atau persoalan nilai eigen dengan bentuk,

$$\frac{d^2 y_n(x)}{dx^2} - x^2 y_n(x) = -(2n+1) y_n(x), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{D.1})$$

Persamaan ini dapat kita tuliskan dalam bentuk,

$$\left(\frac{d}{dx} + x \right) \left(\frac{d}{dx} - x \right) y_n(x) = -(2n+1) y_n(x), \quad (\text{D.2})$$

atau

$$\left(\frac{d}{dx} - x \right) \left(\frac{d}{dx} + x \right) y_n(x) = -2n y_n(x), \quad (\text{D.3})$$

Jika Persamaan (D.3) kita operasikan $(d/dx+x)$ dan Persamaan (D.2) dengan $(d/dx-x)$, kemudian kita tukar indeks n menjadi m maka kita peroleh,

$$\left(\frac{d}{dx}+x\right)\left(\frac{d}{dx}-x\right)\left(\frac{d}{dx}+x\right)y_m(x)=-2m\left(\frac{d}{dx}+x\right)y_m(x), \quad (D.4)$$

$$\left(\frac{d}{dx}-x\right)\left(\frac{d}{dx}+x\right)\left(\frac{d}{dx}-x\right)y_m(x)=-(2m+1)\left(\frac{d}{dx}-x\right)y_m(x), \quad (D.5)$$

Jelas bahwa jika kita ubah n menjadi m dan $y_n=(d/dx-x)y_m$, maka kedua persamaan tersebut identik. Dengan kata lain, jika kita tulis,

$$y_{m+1}(x)=\left(\frac{d}{dx}-x\right)y_m(x), \quad (D.6)$$

Jelas bahwa jika kita mempunyai solusi y_m , maka solusi $y_{n=m+1}$ dapat kita peroleh dengan mengoperasikan operator $(d/dx-x)$. Dalam mekanika kuantum, ini dikenal dengan nama operator tangga (*ladder*) yang terkait dengan operator anihilasi dan kreasi. Lawan dari operator Persamaan (D.6) adalah,

$$y_{m-1}(x)=\left(\frac{d}{dx}+x\right)y_m(x), \quad (D.7)$$

Untuk kasus terendah, yaitu $n=0$ maka Persamaan (D.3),

$$\left(\frac{d}{dx}+x\right)y_0(x)=0, \quad (D.8)$$

Persamaan ini mempunyai solusi,

$$y_0(x)=e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad (D.9)$$

Maka solusi ke $m+1$ atau ke n diperoleh dari Persamaan (4.6) sebagai berikut,

$$y_n(x) = \left(\frac{d}{dx} - x \right)^n e^{-\frac{x^2}{2}} = e^{\frac{x^2}{2}} \left(\frac{d^n}{dx^n} \right) e^{-x^2}, \quad (\text{D.10})$$

Ini dinamakan fungsi Hermite. Jika dikalikan dengan $(-1)^n \exp(1/2x^2)$, maka diperoleh,

$$y_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \left(\frac{d^n}{dx^n} \right) e^{-x^2}, \quad (\text{D.11})$$

Yang menghasilkan suatu bentuk polinomial yang dinamakan polinomial Hermite, yaitu

$$H_0(x) = 1, \quad H_1(x) = 2x, \quad H_2(x) = 4x^2 - 2, \quad (\text{D.12})$$

Polinomial Hermite mempunyai sifat ortogonalitas, yaitu

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_n(x) H_m(x) dx = \begin{cases} 0 & , \quad n \neq m \\ \sqrt{\pi} 2^n n! & , \quad n = m \end{cases} \quad (\text{D.13})$$

Diferensial dan relasi rekursif polinomial Hermite,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (H_n(x)) &= 2n H_{n-1}(x) \\ H_{n+1}(x) &= 2x H_n(x) - 2n H_{n-1}(x) \end{aligned} \quad (\text{D.14})$$

Selanjutnya, kita perhatikan persamaan diferensial Bessel sebagai berikut,

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - \alpha^2) y = 0 \quad (\text{D.15})$$

di mana α dinamakan orde dari fungsi Bessel. Persamaan diferensial Bessel banyak terkait dengan fenomena dalam geometri bulat atau bola. Solusi dari persamaan diferensial Bessel dinamakan

fungsi Bessel. Anda dapat memikirkan fungsi Bessel sebagai sesuatu seperti sinus dan cosinus teredam. Daftar berikut dari beberapa masalah di mana mereka muncul akan memberi Anda gambaran tentang berbagai macam topik yang ada mungkin melibatkan fungsi Bessel: masalah dalam listrik, panas, hidrodinamika, elastisitas, gerak gelombang, mekanika kuantum, dan lain-lain, melibatkan simetri silinder (untuk itulah sebabnya fungsi Bessel terkadang disebut fungsi silinder); pergerakan bandul yang panjangnya terus bertambah; osilasi kecil yang fleksibel, kurva transisi kereta api; stabilitas kawat atau balok vertikal; Fresnel integral dalam optik; distribusi arus dalam konduktor; Deret Fourier untuk busur dari sebuah lingkaran; dan lain sebagainya.

Persamaan (D.15) dapat kita tulis dalam bentuk yang lebih sederhana sebagai berikut,

$$x \frac{d}{dx} \left(x \frac{dy}{dx} \right) + (x^2 - \alpha^2) y = 0 \quad (\text{D.16})$$

Secara umum, suatu persamaan diferensial pada dasarnya dapat dicari solusinya dalam bentuk deret sebagai berikut,

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+s}, \quad \frac{dy}{dx} = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (n+s) x^{n+s-1} \quad (\text{D.17})$$

Sehingga kita peroleh,

$$\begin{aligned} x \frac{dy}{dx} &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n (n+s) x^{n+s} \\ \frac{d}{dx} \left(x \frac{dy}{dx} \right) &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n (n+s)^2 x^{n+s-1} \\ x \frac{d}{dx} \left(x \frac{dy}{dx} \right) &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n (n+s)^2 x^{n+s} \end{aligned} \quad (\text{D.18})$$

Jika kita substitusikan ini ke Persamaan (D.16), maka akan kita peroleh koefisien dalam x^s . Jika kita tabelkan, hasilnya sebagai berikut,

$$\begin{array}{ccccccc}
x^s & & x^{s+1} & & x^{s+2} & \dots & x^{s+n} \\
x \frac{d}{dx} \left(x \frac{dy}{dx} \right) : & s^2 a_0 & (1+s)^2 a_1 & (2+s)^2 a_2 & & & (n+s)^2 a_n \\
x^2 y & : & & & a_0 & & a_{n-2} \\
-\alpha^2 y & : & -\alpha^2 a_0 & -\alpha^2 a_1 & -\alpha^2 a_2 & & -\alpha^2 a_n
\end{array}$$

Maka masing-masing koefisien dari pangkat adalah nol sehingga diperoleh koefisien x^s ,

$$s^2 - \alpha^2 = 0, \quad s = \pm \alpha \quad (\text{D.19})$$

Koefisien x^{s+n} menghasilkan,

$$\left[(n+s)^2 - \alpha^2 \right] a_n + a_{n-2} = 0, \rightarrow a_n = \frac{a_{n-2}}{(n+s)^2 - \alpha^2} = \frac{a_{n-2}}{n(n+2\alpha)}, \quad a_{2n} = \frac{a_{2n-2}}{2^2 n(n+\alpha)} \quad (\text{D.20})$$

Maka solusi akan menjadi,

$$y = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_{n-2}}{n(n+2\alpha)} x^{n+s} \quad (\text{D.21})$$

Kita dapat menyatakan koefisien ini dalam suatu fungsi Gamma sebagai berikut,

$$y = a_0 2^\alpha \left(\frac{x}{2} \right)^\alpha \Gamma(1+\alpha) \left[\frac{1}{\Gamma(1)\Gamma(1+\alpha)} - \frac{1}{\Gamma(2)\Gamma(2+\alpha)} \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \dots \right] \quad (\text{D.22})$$

Bessel mendefinisikan fungsi dalam fungsi Gamma sebagai berikut,

$$J_\alpha(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\Gamma(n+1)\Gamma(n+1+\alpha)} \left(\frac{x}{2} \right)^{2n+\alpha}, \quad J_{-\alpha} = (-1)^\alpha J_\alpha(x) \quad (\text{D.23})$$

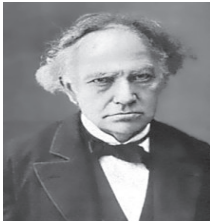
Apakah solusi ini sudah cukup merepresentasikan solusi Persamaan (D.16)? Jika kita lihat Persamaan (D.16), apabila suku x^2 kita abaikan maka akan didapatkan $d^2y/dx^2 + \alpha^2 y = 0$, di mana ini adalah persamaan osilator harmonis dengan solusi pasangan $\cos(x)$ dan $\sin(x)$, jadi kita juga bisa berasumsi bahwa solusi Persamaan (D.16) merupakan pasangan fungsi Bessel. Setelah mengalami pergulatan pemikiran, akhirnya Bessel menemukan suatu fungsi sebagai berikut,

$$Y_\alpha(x) = \frac{\cos(\alpha\pi)J_\alpha(x) - J_{-\alpha}(x)}{\sin(\alpha\pi)} \quad (\text{D.24})$$

Sehingga solusi Persamaan (D.16) dapat dinyatakan sebagai,

$$y(t) = AJ_\alpha(x) + BY_\alpha(x) \quad (\text{D.25})$$

di mana A dan B adalah suatu konstanta atau amplitudo.



Charles Hermite (24 Desember 1822–14 Januari 1901) adalah seorang matematikawan Prancis yang melakukan penelitian pada bidang teori bilangan, bentuk kuadrat, teori invarian, polinomial ortogonal, fungsi eliptik, dan aljabar. Ia adalah orang pertama yang membuktikan bahwa e , basis dari logaritma natural, merupakan bilangan transenden. Salah satu murid Hermite adalah Henri Poincaré yang merupakan mahaguru fisikawan dan matematikawan abad 21. Polinomial Hermite, interpolasi Hermite, bentuk normal Hermite, dan operator Hermite dinamai dengan nama dirinya. Kawah Hermite yang terletak dekat dengan kutub utara Bulan juga dinamai atas jasanya.



Friedrich Wilhelm Bessel (22 Juli 1784–17 Maret 1846) adalah seorang ahli matematika, astronomi, dan perumus Fungsi Bessel yang sebelumnya dicetuskan oleh Daniel Bernoulli. Di bidang astronomi, Bessel merupakan orang pertama yang menggunakan *parallax* dalam mengkalkulasi jarak terhadap Bintang. Fungsi Bessel adalah generalisasi dari fungsi sinus. Ini dapat diartikan sebagai getaran seutas tali dengan ketebalan variabel, tegangan variabel (atau kedua kondisi secara bersamaan); getaran dalam media dengan sifat variabel; getaran membran cakram, dan lain-lain.

Apendiks-E

Konsep Dasar Gelombang Linier di Bidang Beta

Konsep yang paling sederhana terkait gelombang di atmosfer adalah pendekatan perairan dangkal linier dalam bidang beta yang dinyatakan sebagai berikut,

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \beta y v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{E.1})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \beta y u = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (\text{E.2})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + C_0^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad , \quad C_0 = \sqrt{gH} \quad (\text{E.3})$$

di mana u , v adalah gangguan angin dalam arah zonal dan meridional. Untuk kepentingan studi teoritis, biasanya kita cenderung untuk menghilangkan konstanta yang ada di persamaan dengan

cara melakukan penskalaan. Skala panjang $L=\sqrt{C_0/\beta}$, skala waktu $\tau=1/\sqrt{\beta C_0}$. Dengan skala ini, maka persamaan di atas menjadi,

$$\frac{\partial u}{\partial t} - yv = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{E.4})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + yu = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (\text{E.5})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{E.6})$$

Ketiga persamaan ini akan menghasilkan banyak gelombang. Sebagai contoh, jika kita ambil $v=0$, maka kita peroleh kumpulan persamaan,

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{E.7})$$

$$yu = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (\text{E.8})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (\text{E.9})$$

Persamaan (E.7) dan (E.9) dapat digabungkan menjadi

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{E.10})$$

Persamaan ini adalah persamaan gelombang dengan solusi gelombang jalan. Namun, karena u masih mempunyai fungsi y , maka digunakan metode separasi variabel sehingga diambil solusi dalam bentuk,

$$u(x, y, t) = e^{i(kx - \omega t)} Y(y) \quad (\text{E.11})$$

Dari Persamaan (5.7), maka kita peroleh,

$$\frac{\partial}{\partial t} A e^{i(kx-\omega t)} Y(y) = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad -i\omega A e^{i(kx-\omega t)} Y(y) = -\frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad \phi = \frac{\omega}{k} A e^{i(kx-\omega t)} Y(y) \quad (\text{E.12})$$

Maka Persamaan (E.8) menjadi

$$yY(y) + \frac{\omega}{k} \frac{dY(y)}{dy} = 0 \quad (\text{E.13})$$

Persamaan ini mempunyai solusi,

$$\frac{1}{Y(y)} \frac{dY(y)}{dy} = -\frac{k}{\omega} y, \quad \int \frac{1}{Y(y)} dY(y) = \int -\frac{k}{\omega} y dy \rightarrow \ln Y(y) = -\frac{k}{2\omega} y^2 + C \rightarrow Y(y) = Y_0 e^{-\frac{k}{2\omega} y^2} \quad (\text{E.14})$$

Jadi solusi lengkap adalah,

$$u(x, y, t) = Y_0 e^{-\frac{k}{2\omega} y^2} e^{i(kx-\omega t)}, \quad \phi = \frac{\omega}{k} Y_0 e^{-\frac{k}{2\omega} y^2} e^{i(kx-\omega t)}, \quad v = 0 \quad (\text{E.15})$$

Ini menyatakan gelombang yang menjalar ke timur dengan amplitudo yang meluruh menjauhi ekuator dalam arah meridional yang dikenal dengan nama gelombang Kelvin. Gelombang Kelvin ekuator memiliki karakteristik:

- 1) Gelombang Kelvin khatulistiwa bergerak ke arah timur dengan kecepatan fase gravitasi gelombang, C_0 .
- 2) Gelombang Kelvin terperangkap di dekat khatulistiwa.
- 3) $v = 0$, sedangkan u persis dalam kesetimbangan geostropik dengan ϕ . Menghadapi
- 4) pergerakan arah, tekanan tinggi adalah ke kanan (kiri) di utara (selatan) belahan Bumi.

- 5) Gelombang Kelvin nondispersif karena mewakili paket gelombang jalan yang merambat tanpa berubah bentuk. Ini berarti bahwa kecepatan kelompok sama dengan kecepatan fase, yaitu energi juga disebarkan dengan kecepatan C_0 .

Secara fisik, gelombang Kelvin khatulistiwa hanyalah gelombang gravitasi yang terperangkap di khatulistiwa karena rotasi Bumi melalui keseimbangan geostropik. Ini mengungkapkan sifat penting dari zona khatulistiwa: ia bertindak sebagai *a* pemandu gelombang.

Nah, sekarang kita ambil kondisi jika kecepatan meridional tidak hilang sehingga kita ambil solusi gelombang jalan sebagai berikut,

$$(u, v, \phi) = \text{Re}[U(y), V(y), \Phi(y)]e^{i(kx - \omega t)} \quad (\text{E.16})$$

Re menyatakan *real*. Substitusikan ini ke Persamaan (E.4) hingga (E.6) diperoleh,

$$-i\omega U - yU = -ik\Phi \quad (\text{E.17})$$

$$-i\omega V + yU = -\frac{d\Phi}{dy} \quad (\text{E.18})$$

$$-i\omega\Phi + ikU + \frac{dV}{dy} = 0 \quad (\text{E.19})$$

Masukkan Persamaan (E.17) ke Persamaan (E.19) kita peroleh,

$$U = \frac{1}{k^2 - \omega^2} \left(ik \frac{dV}{dy} - i\omega y V \right) \quad (\text{E.20})$$

Masukkan Persamaan (E.17) ke Persamaan (E.18) kita peroleh,

$$\Phi = \frac{1}{k^2 - \omega^2} \left(i\omega \frac{dV}{dy} - iky V \right) \quad (\text{E.21})$$

Selanjutnya, substitusikan Persamaan (E.20) dan (E.21) ke Persamaan (E.18), maka kita peroleh,

$$\frac{d^2V}{dy^2} + \left[(\omega^2 - k^2) - \frac{k}{\omega} - y^2 \right] V = 0 \quad (\text{E.22})$$

Jelas bahwa syarat mutlak gelombang ini adalah $k^2 \neq \omega^2$. Jika $\omega^2 - k^2 - k/\omega = 2m+1$ maka persamaan ini jadi,

$$\frac{d^2V}{dy^2} + [2m+1 - y^2] V = 0 \quad (\text{E.23})$$

Ini yang dinamakan persamaan diferensial Hermite seperti yang telah kita diskusikan di Apendiks D. Maka solusi Persamaan (E.23) adalah,

$$V(y) = V_m(y) = e^{-\frac{1}{2}y^2} H_m(y), \quad m = 0, 1, 2, 3... \quad (\text{E.24})$$

Maka dengan Persamaan (E.20) dan (E.21) kita peroleh,

$$v(x, y, t) = \text{Re}(V_m(y)) e^{i(kx - \omega t)} \quad (\text{E.25})$$

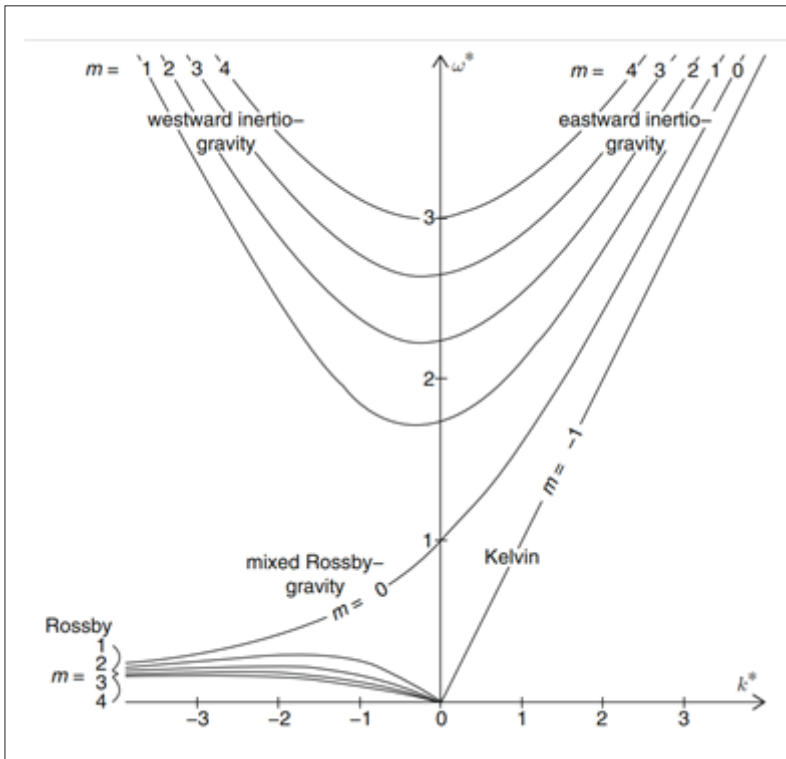
$$u(x, y, t) = \text{Re} \left(\frac{i}{2} \left[\frac{V_{m+1}}{\omega - k} + \frac{2m}{\omega + k} V_{m-1} \right] \right) e^{i(kx - \omega t)} \quad (\text{E.26})$$

$$\phi(x, y, t) = \text{Re} \left(\frac{i}{2} \left[\frac{V_{m+1}}{\omega - k} - \frac{2m}{\omega + k} V_{m-1} \right] \right) e^{i(kx - \omega t)} \quad (\text{E.27})$$

Ini adalah solusi lengkap persamaan perairan dangkal linier dalam bidang beta. Jika kita substitusikan ke tiga solusi ini ke persamaan pembangun di atas (5.4) hingga (5.6), maka kita peroleh relasi dispersi,

$$k_m = -\frac{1}{2\omega} \pm \sqrt{\omega^2 + \frac{1}{4\omega^2} - (2m+1)}, \quad m = 1, 2, 3, ... \quad (\text{E.28})$$

Jika kita plot relasi di atas dalam bidang $k-\omega$, maka diperoleh grafik yang rumit seperti berikut ini,



Gambar E.1 Grafik relasi dispersi dalam bidang $k-\omega$, reproduksi dari Kiladis et al. (2009). © Copyright 2009, American Geophysical Union (AGU)

Dari grafik terlihat bahwa gelombang Kelvin akan muncul untuk wilayah $m \sim -1$, sedangkan gelombang campuran Rossby-Gravitasi muncul untuk wilayah $m \sim 0$, demikian seterusnya. Ingat kembali bahwa m adalah order dari polinomial Hermite dan ternyata dia menentukan wilayah gelombang ekuator yang terjadi. Hal ini mudah dipahami karena m juga terkait dengan nilai eigen, nilai eigen pada dasarnya adalah energi jadi gelombang yang merupakan penalaran energi ditentukan jenisnya melalui besar energinya atau nilai eigennya.

Apendiks-F

Metode Ekspansi Multiskala

Dalam bidang matematika terapan, kita selalu berurusan dengan persamaan diferensial parsial yang mungkin mempunyai bentuk yang rumit dan sulit sekali diperoleh solusinya. Namun dengan perkembangan komputer, sesulit apa pun persamaannya akan dapat diperoleh solusinya dalam bentuk angka dan diplot untuk melihat hasilnya. Meskipun metode ini menyediakan alat yang indah dan efisien dalam bidang matematika terapan, tetapi tidak semua matematikawan senang. Mereka menginginkan melihat suatu solusi eksplisit yang hanya dapat diperoleh melalui solusi analitik. Solusi analitik adalah ekspresi atau rumus matematika yang memberikan solusi langsung, eksplisit, dan tepat untuk suatu masalah atau persamaan. Pentingnya solusi analitik dapat diringkas sebagai berikut. Pertama, akurasi, solusi analitik memberikan solusi yang tepat dan tepat untuk suatu masalah, yang dapat menjadi penting di banyak bidang, seperti teknik, fisika, dan lain-lain di mana kesalahan kecil pun dapat memiliki konsekuensi yang signifikan. Kedua, sifatnya yang cepat, solusi analitik sering

kali lebih cepat untuk dihitung daripada metode numerik, yang memerlukan pendekatan iteratif. Ini bisa menjadi sangat penting saat memecahkan masalah kompleks atau berurusan dengan kumpulan data besar. Ketiga adalah wawasan, solusi analitik dapat memberikan wawasan yang berharga ke dalam struktur dan perilaku yang mendasari suatu sistem. Mereka dapat mengungkapkan hubungan antara variabel yang berbeda, mengklarifikasi asumsi, dan membantu mengidentifikasi potensi masalah. Keempat adalah generalisasi, solusi analitik sering kali dapat diterapkan pada berbagai masalah, dan dapat memberikan kerangka kerja untuk memahami dan memecahkan masalah terkait. Terakhir, verifikasi, solusi analitik menyediakan sarana untuk memverifikasi keakuratan metode numerik.

Tidak semua masalah dapat diperoleh solusi analitiknya. Namun, matematikawan berhasil mengembangkan suatu cara bagaimana memperoleh solusi dari persamaan yang rumit dengan suatu metode yang dikenal dengan nama metode gangguan. Tinjau suatu osilator nonlinier atau yang dikenal dengan persamaan Duffing sebagai berikut,

$$\frac{d^2y}{dt^2} + y + \varepsilon y^3 = 0, \quad y(0) = 1, \quad \left. \frac{dy}{dt} \right|_{t=0} = 0 \quad (\text{F.1})$$

Metode teori gangguan akan mengekspansi solusi dalam bentuk,

$$y(t) = y^{(0)}(t) + \varepsilon y^{(1)}(t) + \varepsilon^2 y^{(2)}(t) + \dots \quad (\text{F.2})$$

di mana ε adalah parameter kecil. Jika kita ekspansi hanya sampai orde satu, maka kita peroleh,

$$\frac{d^2 y^{(0)}}{dt^2} + \varepsilon \frac{d^2 y^{(1)}}{dt^2} + y^{(0)} + \varepsilon y^{(1)} + \varepsilon (y^{(0)3} + 2\varepsilon y^{(0)2} y^{(1)} + \varepsilon^2 y^{(1)2} y^{(0)} + \varepsilon y^{(1)} y^{(0)2} + 2\varepsilon^2 y^{(1)2} y^{(0)} + \varepsilon^3 y^{(1)3}) = 0, \quad (\text{F.3})$$

Jika orde dua ke atas kita abaikan, maka kita peroleh,

$$\frac{d^2 y^{(0)}}{dt^2} + y^{(0)} + \varepsilon \left(\frac{d^2 y^{(1)}}{dt^2} + y^{(1)} + y^{(0)3} \right) = 0 \quad (\text{F.4})$$

Jadi kita mempunyai dua persamaan,

$$\frac{d^2 y^{(0)}}{dt^2} + y^{(0)} = 0 \quad (\text{F.5})$$

$$\frac{d^2 y^{(1)}}{dt^2} + y^{(1)} = -y^{(0)3} \quad (\text{F.6})$$

Persamaan (F.5) mempunyai solusi,

$$y^{(0)} = \cos(t) \quad (\text{F.7})$$

Sehingga Persamaan (F.6) menjadi,

$$\frac{d^2 y^{(1)}}{dt^2} + y^{(1)} = -\cos^3(t) \quad (\text{F.8})$$

Untuk menyelesaikan persamaan ini, kita gunakan identitas,

$$\cos(3t) = 4\cos^3(t) - 3\cos(t) \quad (\text{F.9})$$

Maka solusi khusus akan dinyatakan oleh,

$$y(t) = A_1 \cos(3t) + A_2 \sin(3t) + B_1 \cos(t) + B_2 \sin(t) \quad (7.10)$$

Jika kita substitusikan Persamaan (6.10) ke Persamaan (6.9), maka diperoleh,

$$y^{(1)} = -\frac{1}{32} \cos(t) + \frac{1}{32} \cos(3t) - \frac{3}{8} t \sin(t) \quad (\text{F.11})$$

Akhirnya, solusi total adalah,

$$y(t) = \cos(t) + \varepsilon \left[-\frac{1}{32} \cos(t) + \frac{1}{32} \cos(3t) - \frac{3}{8} t \sin(t) \right] \quad (\text{F.12})$$

Suku ketiga mengandung perkalian antara t dengan $\sin(t)$ apabila diplot akan menghasilkan kondisi tak berhingga (*unbounded*), di mana tidak sesuai dengan kondisi fisis, di mana suku nonlinier ($y(t)^3$)

adalah parameter kecil. Jelas bahwa teori gangguan langsung gagal menjelaskan fenomena fisisnya. Kita tunjukkan lagi bahwa teori gangguan di atas tidak bekerja dengan baik. Jika kita kalikan Persamaan (F.1) dengan dy/dt maka kita peroleh,

$$\frac{dy}{dt} \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} (y + \varepsilon y^3) = 0, \rightarrow \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} y^2 + \frac{\varepsilon}{4} y^4 \right) = 0 \quad (\text{F.13})$$

Integrasi terhadap t kita peroleh,

$$\int \frac{dy}{\sqrt{\left(y^2 + \frac{\varepsilon}{2} y^4 \right)}} = - \int \frac{2}{\sqrt{2}} dt \quad (\text{F.14})$$

Kita telah mengambil konstanta integrasi nol karena sifat integrabilitas. Dengan tabel integrasi, maka kita akan peroleh solusi dalam bentuk fungsi hiperbolik yang menunjukkan bahwa solusi integrabel atau terbatas (*bounded*). Jika kita melihat Persamaan (F.1) yang menunjukkan bahwa terdapat suatu osilator (dua suku pertama) diberikan gaya eksternal yang dinyatakan dalam bentuk y^3 , di mana kita menganggap gangguan kecil maka solusi akan mempunyai bentuk osilasi dengan kondisi suatu saat membesar dan kemungkinan akan normal kembali jika gangguan hilang. Dengan kata lain, akan ada osilasi jangka panjang dan osilasi jangka pendek. Jadi kita mempunyai dua skala waktu yang berbeda. Inilah yang disebut fenomena dua skala, jika banyak dinamakan multiskala.

Ide dasar di balik metode multiskala adalah memperluas fungsi atau variabel yang diinginkan dalam serangkaian suku, setiap suku mewakili skala panjang/waktu yang berbeda. Perluasan biasanya dilakukan di sekitar titik referensi, yang dapat berupa titik tetap dalam ruang atau waktu, atau titik yang bergerak bersama sistem yang dipelajari (kondisi utama). Dengan kata lain, solusi secara keseluruhan yang diinginkan dekat dengan solusi yang diketahui, tetapi mengandung sedikit penyimpangan atau gangguan. Secara keseluruhan, metode ini merupakan alat yang ampuh dan umum untuk menganalisis serta memecahkan masalah kompleks yang meli-

batkan banyak skala panjang, dan digunakan secara luas di banyak bidang sains dan teknik. Dalam konteks persamaan Duffing (F.1), karena suku nonlinear dianggap sebagai gangguan maka dia akan mempunyai skala waktu yang pendek, sedangkan suku harmonik (dua suku pertama) akan mempunyai skala waktu panjang. Jadi, kita akan merepresentasikan solusi dalam bentuk dua skala waktu sebagai berikut,

$$y(t) = Y(t_0, \tau) \quad , \quad \tau = \varepsilon t_0, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} \quad (\text{F.15})$$

Jelas, Persamaan (F.1) menjadi,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t_0} + \varepsilon \frac{\partial}{\partial \tau} \right)^2 Y + Y + \varepsilon Y^3 = 0, \quad (\text{F.16})$$

Persamaan ini kita tulis kembali menjadi,

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t_0^2} + Y + \varepsilon \left(2 \frac{\partial^2 Y}{\partial t_0 \partial \tau} + Y^3 \right) + \varepsilon^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial \tau^2} = 0 \quad (\text{F.17})$$

Untuk menyelesaikan ini, kembali kita gunakan teori gangguan biasa sebagai berikut,

$$Y(t_0, \tau) = Y^{(0)} + \varepsilon Y^{(1)} + \varepsilon^2 Y^{(2)} + \dots \quad (\text{F.18})$$

Maka kita peroleh persamaan untuk tiap orde,

Orde nol

$$\frac{\partial^2 Y^{(0)}}{\partial t_0^2} + Y^{(0)} = 0 \quad (\text{F.19})$$

Persamaan ini mempunyai solusi umum,

$$Y^{(0)} = A_1 e^{i t_0} + A_2 e^{-i t_0} \quad (\text{F.20})$$

Persamaan orde satu,

$$\frac{\partial^2 Y^{(1)}}{\partial t_0^2} + Y^{(1)} + 2 \frac{\partial^2 Y^{(0)}}{\partial t_0 \partial \tau} + Y^{(0)3} = 0 \quad (\text{F.21})$$

Substitusi solusi Persamaan (F.20) ke Persamaan (F.21) maka diperoleh,

$$\frac{\partial^2 Y^{(1)}}{\partial t_0^2} + Y^{(1)} + A_1^3 e^{3it} + A_2^3 e^{-3it} + \left[2i \frac{\partial A_1}{\partial \tau} + 3A_1^2 A_2 \right] e^{it} - \left[2i \frac{\partial A_2}{\partial \tau} - 3A_2^2 A_1 \right] e^{-it} = 0 \quad (\text{F.22})$$

Karena e^{it} adalah suatu vector, maka persamaan ini akan mempunyai solusi jika,

$$2i \frac{\partial A_1}{\partial \tau} + 3A_1^2 A_2 = 0 \quad , \quad 2i \frac{\partial A_2}{\partial \tau} - 3A_2^2 A_1 = 0 \quad (\text{F.23})$$

Kedua persamaan ini mempunyai solusi,

$$A_1(\tau) = \alpha e^{\frac{3}{2}\alpha\beta\tau} \quad , \quad A_2(\tau) = \beta e^{-i\frac{3}{2}\alpha\beta\tau} \quad (\text{F.24})$$

Solusi ini mudah diperoleh jika kita menyatakan Persamaan (F.23) dalam bentuk matriks, maka Persamaan (F.22) akan menjadi,

$$\frac{\partial^2 Y^{(1)}}{\partial t_0^2} + Y^{(1)} = -\alpha^3 e^{i3\left(\frac{3}{2}\alpha\beta\tau+t_0\right)} - \beta^3 e^{-i3\left(\frac{3}{2}\alpha\beta\tau+t_0\right)} \quad (\text{F.25})$$

Ini adalah persamaan osilator harmonis tak homogen dengan banyak cara untuk mencari solusi. Solusi yang paling elegan adalah dengan metode fungsi Green. Selain itu, dapat juga diselesaikan dengan transformasi Laplace atau transformasi Fourier. Karena bentuk tak homogen merupakan fungsi sederhana, maka solusi juga dapat diperoleh dengan bentuk tak tentu (lihat buku teks *ordinary differential equation*). Singkatnya, solusi Persamaan (F.25) adalah,

$$Y^{(1)}(t_0, \tau) = B_1 e^{it_0} + B_2 e^{-it_0} + \frac{\alpha^3}{8} e^{i3\left(\frac{3}{2}\alpha\beta\tau+t_0\right)} + \frac{\beta^3}{8} e^{-i3\left(\frac{3}{2}\alpha\beta\tau+t_0\right)} \quad (\text{F.26})$$

Koefisien B_1 dan B_2 ditentukan melalui persamaan orde kedua. Solusi orde kedua akan menghasilkan amplitudo C_1 dan C_2 yang ditentukan melalui persamaan orde ketiga, demikian seterusnya. Jika kita berhenti hanya sampai orde kedua, maka kita memerlukan syarat awal atau syarat batas untuk menentukan amplitudo B_1 dan B_2 . Ekspansi multiskala juga memberikan wawasan baru, baik secara matematis, di mana sistem persamaan diferensial nonlinier yang terkopling dapat diubah menjadi persamaan diferensial parsial linier (lihat Zakia et Al., 2025).

Glosarium

Adveksi	Perpindahan horizontal sifat-sifat atmosfer (seperti panas atau kelembapan) oleh angin.
Aerosol	Partikel kecil padat atau cair yang tersebar di atmosfer dan dapat memengaruhi cuaca, iklim, serta kualitas udara.
Albedo	Rasio antara radiasi matahari yang dipantulkan oleh suatu permukaan dengan total radiasi yang diterimanya.
Angin Darat-Laut	Pola sirkulasi lokal yang terjadi karena perbedaan pemanasan antara daratan dan lautan, menghasilkan angin dari laut ke darat pada siang hari dan sebaliknya pada malam hari.
Angin Timuran	Angin yang bertiup dari timur ke barat, umumnya merujuk pada angin pasat di wilayah tropis.

Atmosfer	Lapisan gas yang mengelilingi Bumi dan bertindak sebagai fluida dinamis tempat berlangsungnya pertukaran massa, momentum, dan energi.
Atmospheric Soliton	Gelombang nonlinier yang stabil dan dapat merambat tanpa berubah bentuk, terjadi dalam kondisi tertentu di atmosfer tropis.
Baroklinik (Ketakstabilan Baroklinik)	Ketakstabilan atmosfer yang terjadi akibat adanya gradien suhu horizontal, biasanya berkontribusi pada pembentukan gelombang atmosfer skala besar.
Barotropik (Ketakstabilan Barotropik)	Ketakstabilan akibat gradien kecepatan angin horizontal tanpa disertai gradien suhu, umum dalam dinamika atmosfer skala besar.
Bidang Beta	Konsep dalam dinamika atmosfer dan oseanografi yang menggambarkan perubahan nilai parameter Coriolis (f) terhadap lintang, penting untuk memahami pergerakan gelombang ekuator Kelvin dan Rossby.
Borneo Vortex	Sistem pusaran lokal yang terbentuk di sekitar Kalimantan (Borneo), sering dikaitkan dengan peningkatan aktivitas konvektif dan hujan lebat di Asia Tenggara.
Brewer-Dobson Circulation	Sirkulasi besar di stratosfer yang memindahkan massa udara dari daerah tropis ke lintang tinggi.
Cross Equatorial Northerly Surge (CENS)	Aliran massa udara dingin dari belahan Bumi utara yang melintasi ekuator menuju wilayah tropis selatan, memengaruhi pola cuaca dan sirkulasi angin di daerah tersebut.
Cold Surge	Aliran massa udara dingin yang kuat dari daratan ke laut di wilayah tropis atau subtropis, sering menyebabkan penurunan suhu dan perubahan cuaca drastis.

Coriolis	Gaya semu akibat rotasi Bumi yang menyebabkan penyimpangan arah gerak udara dan air ke kanan di belahan Bumi utara dan ke kiri di belahan Bumi selatan.
Convective Available Potential Energy (CAPE)	Ukuran energi potensial di atmosfer yang tersedia untuk konveksi, yang menunjukkan kemungkinan kekuatan badai atau awan konvektif.
Dekomposisi Reynolds	Metode memisahkan variabel aliran fluida menjadi komponen rata-rata dan fluktuasi untuk menganalisis turbulensi.
Difusi	Proses penyebaran partikel atau zat dari daerah konsentrasi tinggi ke daerah konsentrasi rendah secara spontan.
Diurnal	Istilah yang merujuk pada variasi atau siklus yang terjadi dalam rentang waktu 24 jam, seperti perubahan suhu atau angin harian.
Efek Kelembapan	Pengaruh kandungan uap air dalam udara terhadap dinamika atmosfer, khususnya dalam pembentukan awan dan pelepasan panas laten.
ENSO (El Niño–Southern Oscillation)	Fenomena interaksi atmosfer-laut di wilayah Pasifik tropis yang memengaruhi pola cuaca global, terdiri dari fase El Niño dan La Niña.
El Niño	Fenomena pemanasan anomali permukaan laut di Samudra Pasifik bagian tengah dan timur yang mengganggu pola cuaca global, termasuk curah hujan dan suhu.
Eurasia	Benua terbesar yang mencakup daratan Eropa dan Asia, berperan penting dalam pola sirkulasi atmosfer dan iklim regional di Asia tropis.

Front (Sea Breeze)	Garis batas pertemuan antara angin laut yang sejuk dan angin darat yang lebih hangat, menyebabkan perbedaan suhu dan tekanan yang memicu angin lokal di pesisir.
Fungsi Stream	Fungsi matematis yang digunakan untuk merepresentasikan aliran fluida dua dimensi, di mana garis-garis kontur menunjukkan garis arus (streamlines) aliran.
Gelombang Gunung (Mountain Wave)	Gelombang atmosfer yang terbentuk saat angin melewati topografi pegunungan, dapat menyebabkan turbulensi dan awan lentikularis.
Gelombang Kelvin	Gelombang ekuator yang tidak mengalami perubahan bentuk lateral karena efek gaya Coriolis; penting dalam dinamika atmosfer dan lautan tropis.
Gelombang Rossby	Gelombang planet besar yang disebabkan oleh variasi gaya Coriolis dengan lintang; memainkan peran penting dalam sirkulasi atmosfer.
Gelombang Gravitasi Atmosfer (AGW)	Gelombang yang terbentuk karena gaya pemulih gravitasi saat udara terganggu secara vertikal; dapat menyebarkan energi dan momentum ke atmosfer atas.
Gelombang Lembah	Gelombang yang dihasilkan oleh interaksi aliran udara dengan topografi lembah sempit.
Geostropik	Keadaan aliran udara di mana gaya Coriolis dan gradien tekanan saling seimbang, menyebabkan angin bergerak sejajar dengan isobar.
Gravitasi	Gaya tarik yang bekerja antara massa Bumi dan partikel atmosfer, yang memengaruhi struktur vertikal dan keseimbangan hidrostatik atmosfer.
Hidrosfer	Seluruh sistem air di Bumi dalam bentuk cair, padat, dan gas yang berinteraksi dengan atmosfer, litosfer, dan biosfer.

IOD (Indian Ocean Dipole)	Fenomena iklim yang ditandai oleh perbedaan suhu permukaan laut antara bagian barat dan timur Samudra Hindia yang memengaruhi pola curah hujan di wilayah sekitarnya.
Indonesian Throughflow	Arus laut hangat yang mengalir dari Samudra Pasifik ke Samudra Hindia melalui perairan kepulauan Indonesia, memengaruhi sirkulasi laut dan iklim regional.
Interaksi Atmosfer-Laut	Hubungan timbal balik antara atmosfer dan permukaan laut, termasuk pertukaran energi, momentum, dan kelembapan.
Intertropical Convergence Zone (ITCZ)	Wilayah sekitar ekuator tempat angin pasat dari belahan utara dan selatan bertemu, biasanya ditandai dengan konveksi intensif dan hujan.
Intraseasonal Variability (ISV)	Variabilitas cuaca atau iklim yang terjadi dalam skala waktu antar-minggu hingga bulanan (20–90 hari), seperti Madden-Julian Oscillation, yang memengaruhi pola curah hujan dan sirkulasi tropis.
Insolansi	Jumlah radiasi matahari yang diterima oleh permukaan Bumi dalam periode waktu tertentu.
Katabatik	Angin yang mengalir menuruni lereng akibat pendinginan udara dan peningkatan kerapatan, biasanya terjadi di daerah pegunungan atau kutub.
Kelembapan Relatif	Perbandingan antara jumlah uap air yang ada di udara dengan jumlah maksimum uap air yang bisa ditampung udara pada suhu tertentu, dinyatakan dalam persen.
Kelvin Wave Nonlinier	Versi nonlinier dari gelombang Kelvin yang mempertimbangkan efek amplitudo besar dan perubahan bentuk gelombang.

Konveksi	Pergerakan massa udara secara vertikal akibat pemanasan diferensial, merupakan mekanisme utama pembentukan awan dan hujan di daerah tropis.
Ketastabilan Kondisional	Kondisi atmosfer di mana udara menjadi tidak stabil hanya jika mengalami pemanasan atau pendinginan, seperti pada pembentukan awan kumulonimbus.
Ketastabilan Konvektif Jenis Kedua (CISK)	Mekanisme interaksi antara konvergensi angin skala besar dan konveksi skala kecil yang memperkuat pembentukan sistem cuaca tropis seperti siklon.
Lagrangian	Pendekatan dalam dinamika fluida yang mengikuti pergerakan partikel individu dalam aliran udara atau air.
La Niña	Fenomena pendinginan anomali permukaan laut di Samudra Pasifik bagian tengah dan timur yang memperkuat angin pasat dan memengaruhi pola cuaca global.
Madden-Julian Oscillation (MJO)	Fenomena cuaca tropis berupa gelombang besar konveksi dan tekanan rendah yang bergerak ke timur melintasi wilayah tropis dengan siklus 30–60 hari.
Meteorologi	Cabang ilmu atmosfer yang mempelajari proses fisik dan dinamika yang mengendalikan cuaca dan fenomena atmosferik jangka pendek.
Monsoon (muson)	Angin musiman yang berubah arah secara periodik dan membawa perubahan cuaca signifikan, terutama curah hujan di wilayah tropis dan subtropis.

Navier-Stokes	Persamaan matematis yang menggambarkan gerak fluida seperti udara dan air berdasarkan hukum kekekalan massa dan momentum.
Pandu Gelombang	Saluran alami atau terbentuk di atmosfer atau laut yang mengarahkan propagasi gelombang, seperti gelombang Rossby atau gelombang atmosfer lainnya, sepanjang jalur tertentu.
Pemompaan Ekman (Ekman Pumping)	Proses naik atau turunnya massa air laut akibat perubahan arah angin dan efek Coriolis, yang menggerakkan lapisan atas laut secara vertikal.
Pola Gill-Matsuno	Model teoretis yang menggambarkan respons atmosfer tropis terhadap sumber pemanasan lokal, seperti konveksi, dengan pola angin dan tekanan khas di sekitar ekuator.
Presipitasi	Proses jatuhnya air dari atmosfer ke permukaan Bumi dalam bentuk hujan, salju, kabut, atau es.
Quasi-Biennial Oscillation (QBO)	Perubahan periodik arah angin zonal di stratosfer ekuator yang berlangsung sekitar 28–30 bulan, memengaruhi dinamika atmosfer tropis dan global.
Radiasi	Energi yang dipancarkan dalam bentuk gelombang elektromagnetik, seperti sinar matahari yang memengaruhi pemanasan atmosfer dan permukaan Bumi.
Semi-Annual Oscillation (SAO)	Variasi musiman dua kali setahun dari angin zonal di stratosfer tropis, yang dipengaruhi oleh pemanasan matahari di ekuator saat ekuinoks.
Siklon Tropis	Sistem badai berputar dengan pusat tekanan rendah yang terbentuk di atas perairan tropis, disertai angin kencang dan hujan lebat.

Sirkulasi Brewer-Dobson	Sirkulasi atmosfer besar di stratosfer yang mengangkut udara dari ekuator ke kutub, berperan dalam distribusi ozon.
Sirkulasi Hadley	Sirkulasi atmosfer tropis yang melibatkan udara naik di ekuator dan turun di sekitar 30° lintang, mengatur pola angin dan iklim tropis.
Sirkulasi Walker	Sirkulasi atmosfer zonal di sepanjang ekuator yang ditandai oleh pergerakan udara naik di Samudra Pasifik barat dan turun di Pasifik timur, berperan penting dalam fenomena El Niño dan La Niña.
Sprinkler	Alat penyemprot air yang digunakan untuk irigasi atau pemadaman, bekerja dengan menyebarkan air secara merata menyerupai hujan buatan.
Zona Konvergensi Pasifik Selatan (SPCZ)	Daerah konvergensi angin di Samudra Pasifik selatan yang ditandai dengan awan tebal dan curah hujan tinggi, memengaruhi cuaca tropis regional.

Daftar Pustaka

- Abdillah, M.R., Kanno,Y., Iwasak,T., Matsumoto, J. (2020). Cold surge pathways in east asia and their tropical impact. *J. Climate*, 34, 157-171.
- Aldrian, E., & Susanto, D. (2003). Identification of three dominant rainfall regions within Indonesia and their relationship to sea surface temperature. *Int. J. Climatol*, 23, 1435-1452.
- Andrews, D. G., & McIntyre, M.E. (1976). Planetary waves in horizontal and vertical shear: The generalized Eliassen–Palm relation and the mean zonal acceleration. *J. Atmos. Sci.*, 33, 2031–2048.
- Andrews, D. G., Holton, J., Leovy, C.B. (1987). Middle atmosphere dynamics. *Academic Press*.
- Andrews, D. G. (2000). An introduction to atmospheric physics. *Cambridge University Press*.
- Arakawa, A., & Schubert, W.H. (1974). Interaction of a cumulus cloud ensemble with the large-scale environment, Part I. *J. Atmos. Sci.*, 31, 674–701.

- Arakawa, O., & Kitoh, A. (2005). Rainfall diurnal variation over the Indonesian maritime continent simulated by 20 km-mesh GCM. *SOLA*, 1, 109–112.
- Araki, R., Yamanaka, M.D., Murata, F., Hashiguchi, H., Oku, Y., Sribimawati, T., Kudsy, M., Renggono, F. (2006). Seasonal and interannual variations of diurnal cycles of local circulation and cloud activity observed at Serpong, West Jawa, Indonesia. *J. Meteor. Soc. Japan*, 84A, 171–194.
- Asai, T. (1972). Thermal instability of a shear flow turning the direction with height. *J. Meteor. Soc. Japan*, 50, 525–532.
- Asai, T. (1970). Three-dimensional features of thermal convection in a plane Couette flow. *J. Meteor. Soc. Japan*, 48, 18–29.
- Ashok, K., Behera, S.K., Rao, S.A., Weng, H., Yamagata, T. (2007). El Niño Modoki and its possible teleconnection. *J. Geophys. Res.*, 112, C11007, doi:10.1029/2006JC003798.
- Barry, R. G., & Chorley, R.J. (2003). Atmosphere, weather, and climate. 8th Ed., Routledge.
- Battisti, D. S., & Hirst, (1980). Interannual variability in a tropical atmosphere-ocean model: Influence of the basic state, ocean geometry, and nonlinearity. *J. Atmos. Sci.*, 46, 1687–1712.
- Bjerknes, J. (1969). Atmospheric teleconnections from the equatorial Pacific. *Mon. Wea., Rev.*, 97, 163–172.
- Booker, J. R., & Bretherton, (1967). The critical layer for internal gravity waves in a shear flow. *J. Fluid Mech.*, 27, 513–539.
- Brewer, A. W. (1949). Evidence for a world circulation provided by the measurements of helium and water vapour distribution in the stratosphere. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 75, 351–363.
- Broecker, W. S. (1991). The great ocean conveyor. *Oceanography*, 4(2), 79–89.
- Chan, J. C. L., K.S. Liu, (2004). Global warming and western North Pacific typhoon activity from an observational perspective. *J. Climate*, 17, 4590–4602.
- Chang, C.P., & H. Lim, H. (1988). Kelvin wave-CISK: A possible mechanism for the 30–50 day oscillations. *J. Atmos. Sci.*, 45, 1709–1720.
- Chang, C.-P., Liu, C.H., Kuo, H.C. (2003). Typhoon vamei: An equatorial tropical cyclone formation. *Geophys. Res. Lett.*, 30, L1150, doi:10.1029/2002GL016365.

- Chang, C.P., Wang, Z., Ju, J., Li, T. (2004). On the relationship between western Maritime Continent monsoon rainfall and ENSO during northern winter. *J. Climate*, 17, 665–672.
- Chang, C.P., Wang, Z., McBride, J.L., Liu, C.H. (2005). Annual cycle of Southeast Asia-Maritime Continent rainfall and the asymmetric monsoon transition. *J. Climate*, 18, 287–301.
- Charney, J. G., & Eliassen, A. (1964). On the growth of the hurricane depression. *J. Atmos. Sci.*, 21, 68–75.
- Charney, J. G. (1973). Planetary fluid dynamics. Dynamic Meteorology, P. Morel, Ed., D. Reidel Pub.
- Cheang, B. K. (1977). Synoptic features and structures of some equatorial vortices over the South China Sea in the Malaysian region during the winter monsoon, *Pure Appl. Geophys.*, 115, 1303–1333.
- Chen, H., P., Rizzoli, M., Koh, T.Y., Song, G. (2014). The relative importance of the wind-driven and tidal circulations in Malacca Strait. *Continental Shelf Res.*, 88, 92–102.
- Chen, T.C. (2002). A north Pacific short-wave train during the extreme phases of ENSO. *J. Climate*, 15, 2359–2376.
- Chen, T. C., Tsay, J.D., Matsumoto, J., Alpert, J. (2015). Development and formation mechanism of the Southeast Asian winter heavy rainfall events around the South China Sea. Part I: Formation and propagation of cold surge vortex. *J. Climate*, 28, 1417–1443.
- Chen, T.-C., Tsay, J.D., Yen, M.C., Matsumoto, J. (2013). The winter rainfall of Malaysia. *J. Climate*, 26, 936–958.
- Corby, G. A. (1954). The airflow over mountains: A review of the state of current knowledge. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 80, 491–521.
- Cunnold, D., Alyea, F., Phillips, N., Prinn, P. (1975). A three-dimensional dynamical-chemical model of atmospheric ozone. *J. Atmos. Sci.*, 32, 170–194.
- Dengler, K. (1997). A numerical study of the effects of land proximity and changes in sea surface temperature on hurricane tracks. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 123, 1307–1321.
- Dias Pinto, J. R., & Mitchell, J.L. (2016). Wave-Mean Flow Interactions and the Maintenance of Superrotation in a Terrestrial Atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 73, 3181–3196, <https://doi.org/10.1175/JAS-D-15-0208.1>.

- Diong, J.Y., Xavier, P., Woolnough, S.J., Abdullah, F.A. (2023). Equatorial Rossby waves on cold surge days and their impact on rainfall. *Q. JR. Meteorol. Soc.*, 149, 2031–2047.
- Dobson, G. M. B. (1956). Origin and distribution of polyatomic molecules in the atmosphere. *Proc. Roy. Soc. London*, A236, 187–193.
- Dunkerton, T. J. (1981). On the inertial stability of the equatorial middle atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 38, 2354–2364.
- Dunkerton, T. J. (1983). A nonsymmetric equatorial inertial instability. *J. Atmos. Sci.*, 40, 807–813.
- Dunkerton, T. J. (1979). On the role of the Kelvin wave in the westerly phase of the semiannual zonal wind oscillation. *J. Atmos. Sci.*, 36, 32–41.
- Dunkerton, T. J. (1982). Theory of the mesopause semiannual oscillation. *J. Atmos. Sci.*, 39, 2681–2690.
- Durran, D. R. (1990). Mountain waves and downslope winds. *Atmospheric Processes over Complex Terrain*, W. Blumen Ed., Am. Meteor. Soc, 59–82.
- Eliassen, A., & Palm, E. (1961). On the transfer of energy in stationary mountain waves. *Geophys. Publ.*, 22(3), 1–23.
- Emanuel, K. A. (1987). An air-sea interaction model of intraseasonal oscillations in the tropics. *J. Atmos. Sci.*, 44, 2324–2430.
- Emanuel, K. A. (1994). *Atmospheric Convection*. Oxford Univ. Press.
- Emanuel, K. A. (2005). Increasing destructiveness of tropical cyclones over the past 30 years. *Nature*, 436, 686–688.
- Estoque, M. (1962). The sea breeze as a function of the prevailing synoptic situation. *J. Atmos. Sci.*, 19, 244–250.
- Fiondella, F. (2009). Can we blame El Niño? <https://www.climate.gov/news-features/understanding-climate/can-we-blame-el-nino>.
- Fovell, R. G. (2005). Convective initiation ahead of the sea-breeze front. *Mon. Wea. Rev.*, 133, 264–278.
- Fragkoulidis, G., & Wirth, V. (2020). Local Rossby Wave Packet Amplitude, Phase Speed, and Group Velocity: Seasonal Variability and Their Role in Temperature Extremes. *J. of Climate*, 33, 8767–8789.
- Fritts, D. C., and T. J. Dunkerton. (1984). A quasi-linear study of gravity wave saturation and self-acceleration. *J. Atmos. Sci.*, 41, 3272–3289.

- Fudeyasu, H., K. Ichiyanagi, K. Yoshimura, S. Mori, N. Sakurai, Hamada J.I., Yamanaka, M.D., Matsumoto, J Syamsudin. (2011). Effects of large-scale moisture transport and mesoscale processes on precipitation isotope ratios observed at Sumatera, Indonesia. *J. Meteor. Soc. Japan*, 89A, 49-59.
- Fudeyasu, H., Wang, Y., Satoh, M., Nasuno, T., Miura, H., Yanase., W. (2008). Global cloud-system-resolving model NICAM successfully simulated the lifecycles of two real tropical cyclones. *Geophys. Res. Lett.*, 35, L22808, doi:10.1029/2008GL036003.
- Fujita, M., Kimura, F., Yoshizaki., M. (2010). Morning precipitation peak over the Strait of Malacca under a calm condition. *Mon. Wea. Rev.*, 138, 1474-1486.
- Fujita, M., Yoneyama, K., Mori, S., Nasuno,T., Satoh., M. (2011). Diurnal convection peaks over the eastern Indian Ocean off Sumatra during different MJO phases. *J. Meteor. Soc. Japan*, 89A, 317-330.
- Fujiwara, M. (1965). Raindrop-size distribution from individual storms. *J. Atmos. Sci.*, 22, 585-591.
- Fujiwhara, S. (1923). On the growth and decay of vortical systems. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 49, 75-104.
- Fukao, S., & Hamazu, K. (2014). Radar for Meteorological and Atmospheric Observations. Springer.
- Fukao, S. (2006). Coupling Processes in the Equatorial Atmosphere (CPEA): A project overview. *J. Meteor. Soc. Japan*, 84A, 1-18.
- Gage, K. S., & Nastrom. G.D. (1985). On the spectrum of atmospheric velocity fluctuations seen by MST/ST radar and their interpretation. *Radio Sci.*, 20, 1339-1347.
- Gao,Y., Guo,X., Lu,J., et al. (2025). Enhanced Simulation of Atmospheric Blocking in a High-Resolution Earth System Model: Projected Changes and Implications for Extreme Weather Events, *J. Geophys. Res: atmosphere*, 130 (3), e2024JD042045.
- Garcia, R. R., & Sassi. F. (1999). Modulation of the mesospheric semiannual oscillation by the quasibiennial oscillation. *Earth Planets Space*, 51, 563-569.
- Gill, A. E. (1980) Some simple solutions for heat-induced tropical circulation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 106, 447-462.
- Gill, A., E. (1982). *Atmosphere-Ocean Dynamics*. Academic Press.

- Gordon, A. L. (2005). Oceanography of the Indonesian seas and their hroughflow. *Oceanography*, 18(4), 14–27.
- Hase, H., Ueki, I., Horii, T., Yokoyama, C., Miyakawa, T. (2008). MISMO field experiment in the equatorial Indian Ocean. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 89, 1889–1903.
- Hadi, T. W., Horinouchi, T., Tsuda, T., Hashiguchi, H., Fukao, S. (2002). Sea-breeze circulation over Jakarta, Indonesia: A climatology based on boundary layer radar observations. *Mon. Wea. Rev.*, 130, 2153–2166.
- Hadi, T. W., Tsuda, T., Hashiguchi, H., Fukao, S. (2000). Tropical sea-breeze circulation and related atmospheric phenomena observed with L-band boundary layer radar in Indonesia. *J. Meteor. Soc. Japan*, 78, 123–140.
- Hadley, G. (1735). Concerning the cause of the general trade-winds. *Phil. Trans.*, 39, 58–62.
- Hall, J. D., Matthews, A.J., Karoly, D.J. (2001). The modulation of tropical cyclone activity in the Australian region by the Madden-Julian oscillation. *Mon. Wea. Rev.*, 129, 2970–2982.
- Halley, E. (1686). An historical account of the trade winds, and monsoons, observable in the seas between and near the Tropicks, with an attempt to assign the phisical cause of the said winds. *Phil. Trans.*, 16, 153–168.
- Hamada J.I., Yamanaka, M.D., Mori, S., Tauhid, Y.I., Sribimawati, T. (2008). Differences of rainfall characteristics between coastal and interior areas of central western Sumatera, Indonesia. *J. Meteor. Soc. Japan*, 86, 593–611.
- Hamada, J.I., Yamanaka, M.D., Matsumoto, J., Fukao, S., Winarso, P.A., Sribimawati, T. (2002). Spatial and temporal variations of the rainy season over Indonesia and their link to ENSO. *J. Meteor. Soc. Japan*, 80, 285–310.
- Hamada, J.I., Mori, S., Yamanaka, M.D., Haryoko, U., Lestari, S., Sulistyowati, R., Syamsudin, F. (2012). Interannual rainfall variability over northwestern Jawa and its relation to the Indian Ocean dipole and El Niño-southern oscillation events, SOLA, 8, 69–72.
- Hamid, E. Y., Kawasaki, Z.I., Mardiana, R. (2001). Impact of the 1997–98 El Niño event on lightning activity over Indonesia. *Geophys. Res. Lett.*, 28, 147–150.

- Hara, M., Yoshikane, T., Takahashi, H.G., Kimura, F., Noda, A., Tokioka, T. (2009). Assessment of the diurnal cycle of precipitation over the Maritime Continent simulated by a 20 km mesh GCM using TRMM PR data. *J. Meteor. Soc. Japan*, 87A, 413–424.
- Hartmann, D. L. (1994). *Global Physical Climatology*, Academic Press.
- Hashiguchi, H., Yamanaka, M.D., Tsuda, T., Yamamoto, M., Nakamura, T., Adachi, T., Fukao, S., Sato, T., Tobing, D.L. (1995). Diurnal variations of the planetary boundary layer observed with an L-band clear-air Doppler radar. *Boundary-Layer Meteor.*, 74, 419–424.
- Hashiguchi, H., Fukao, S., Yamanaka, M.D., Tsuda, T. (1997). Frequency spectra of wind velocity fluctuations between 1 hour and 1 month in the atmospheric boundary layer over equatorial Indonesia. *J. Geomag. Geoelectr.*, 49, S187–S195.
- Hashiguchi, H., Fukao, S., Yamanaka, M.D., Tsuda, T., Harijono, S. W.B., Wiryosumarto, H. (1995). Boundary layer radar observations of the passage of the convection center over Serpong, Indonesia (6°S, 107°E) during the TOGA-COARE intensive observation period. *J. Meteor. Soc. Japan*, 73, 535–548.
- Hashiguchi, H., Fukao, S., Tsuda, T., Yamanaka, M.D., Tobing, D.L., Sribimawati, T., Harijono, S.W.B., Wiryosumarto, H., Hattori, M., Mori, S., Matsumoto, J. (2011). The cross-equatorial northerly surge over the maritime continent and its relationship to precipitation patterns. *J. Meteor. Soc. Japan*, 89A, 27–47.
- Hayashi, Y. (1970). A theory of large-scale equatorial waves generated by condensation heat and accelerating the zonal wind. *J. Meteor. Soc. Japan*, 48, 140–160.
- Hayashi, Y.-Y., & Sumi, A. (1985). The 30–40 day oscillations simulated in an “aqua planet” model. *J. Meteor. Soc. Japan*, 64, 451–467.
- Hayashi, Y.Y., & Matsuno, T. (1984). Amplitude of Rossby wavetrains on a sphere. *J. Meteor. Soc. Japan*, 62, 377–387.
- Hayashi, Y.Y. (1987). Linear theory of two dimensional steady Rossby waves. Meteor. Res. Note, *Meteor. Soc. Japan*, 156, 29–48 (in Japanese).
- Haylock, M., & McBride, J. (2001). Spatial coherence and predictability of Indonesian wet season rainfall. *J. Climate*, 14, 3882–3887.
- Held, I. M., & Hou, A.Y. (1980). Nonlinear axially symmetric circulations in a nearly inviscid atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 37, 515–533.

- Hendon, H. H., & B. Liebmann, B. (1990). The intraseasonal (30–50 day) oscillation of the Australian summer monsoon. *J. Atmos. Sci.*, 47, 2909–2923.
- Hendon, H. H., & Woodberry, K. (1993). The diurnal cycle of tropical convection. *J. Geophys. Res.*, 98, 16623–16637.
- Hendon, H. H. (2003). Indonesian rainfall variability: Impacts of ENSO and local air–sea interaction. *J. Climate*, 16, 1775–1790.
- Hidayat, R., & Kizu, S. (2010). Influence of the Madden-Julian Oscillation on Indonesian rainfall variability in austral summer. *Int. J. Climatol.*, 30, 1816–1825.
- Hidayat, S., & Ishii, M. (1998). Spatial and temporal distribution of lightning activity around Java. *J. Geophys. Res.*, 103, 14001–14009.
- Hirota, I. (1978). Equatorial waves in the upper stratosphere and mesosphere in relation to the semiannual oscillation of the zonal wind. *J. Atmos. Sci.*, 35, 714–722.
- Hirota, I. (1979). Kelvin waves in the equatorial middle atmosphere observed by the Nimbus 5 SCR. *J. Atmos. Sci.*, 36, 217–222.
- Holton, J. R. (1992). *An Introduction to Dynamic Meteorology*, 3rd Ed., Academic Press.
- Holton, J. R., & Lindzen, R.S. (1972). An updated theory for the quasi-biennial cycle of the tropical stratosphere. *J. Atmos. Sci.*, 29, 1076–1080.
- Holton, J. R., Haynes, P.H., McIntyre, M.E., Douglass, A.R., Rood, R.B., Pfister, L. (1995). Stratosphere-troposphere exchange. *Rev. Geophys.*, 33, (1995), 403–439.
- Holton, J. R. (1982). The role of gravity wave induced drag and diffusion in the momentum budget of the mesosphere. *J. Atmos. Sci.*, 39, 791–799.
- Horel, J. D., & Wallace, J.M. (1981). Planetary-scale atmospheric phenomena associated with the southern oscillation. *Mon Wea. Rev.*, 109, 813–829.
- Horinouchi, T., Yoden, S. (1996). Excitation of transient waves by localized episodic heating in the tropics and their propagation into the middle atmosphere. *J. Meteor. Soc. Japan*, 74, 189–210.
- Horinouchi, T., Pawson, S., Shibata, K., Langematz, U., Manzini, E., Giorgetta, M.A., Sassi, F., Wilson, R.J., Hamilton, K., de Grandpré, J., and Scaife, A. (2003). Tropical cumulus convection and upward-propagating waves in middle-atmospheric GCMs. *J. Atmos. Sci.*, 60, 2765–2782.

- Horinouchi, T., Nakamura, T., Kosaka, J.I. (2002). Convectively generated mesoscale gravity waves simulated throughout the middle atmosphere. *Geophys. Res. Lett.*, 29 (21), L2007, doi:10.1029/2002GL016069.
- Hoskins, B. J., & Karoly, D.J. (1981). The steady linear response of a spherical atmosphere to thermal and orographic forcing. *J. Atmos. Sci.*, 38, 1179–1196.
- Houze, R. A. Jr. (1993). *Cloud Dynamics*. Academic Press.
- Howard, L. N. (1961). Note on a paper of John W. Miles. *J. Fluid Mech.*, 10, 509–512.
- Ichikawa, H., & Yasunari, T. (2007). Propagating diurnal disturbances embedded in the Madden–Julian Oscillation. *Geophys. Res. Lett.*, 34, L18811, doi:10.1029/2007GL030480.
- Ichiyanagi, K. (2007). Review: Studies and Applications of Stable Isotopes in Precipitation. *J. Japan. Assoc. Hydrol. Sci.*, 37(4), 165–185.
- IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change)., *Climate Change 2007 - The Physical Science Basis: Working Group I Contribution to the Fourth Assessment Report of the IPCC*, Cambridge University Press.
- Ishihara, M., Yanagisawa, Z., Sakakibara, H., Matsuura, K., Aoyagi, J. (1986). Structure of a typhoon rainband observed by two Doppler radars. *J. Meteor. Soc. Japan*, 64, 923–939.
- Israelachvili, J. N. (1992). *Intermolecular and Surface Force*, 2nd Ed., Academic Press.
- Iwasaki, T., Yamada, S., Tada, K. (1989). A parameterization scheme of orographic gravity wave drag with two different vertical partitionings, Part I: Impacts on medium-range forecasts. *J. Meteor. Soc. Japan*, 67, 11–21.
- Iwasaki, T., Yamada, S., Tada, T. (1989). A parameterization scheme of orographic gravity wave drag with two different vertical Partitionings, Part II: Zonally averaged budget analysis based on transformed Eulerian-mean (TEM) method. *J. Meteor. Soc. Japan*, 67, 29–41.
- Johnson, R. H. (1992). Heat and moisture sources and sinks of Asian monsoon precipitating systems. *J. Meteor. Soc. Japan*, 70, 353–372.
- Johnson, R. H., & Kriete, D.C. (1982). Thermodynamic and circulation characteristics of winter monsoon tropical mesoscale convection. *Mon. Wea. Rev.*, 110, 1898–1911.

- Johnson, R. H., & Priegnitz, D.L. (1981). Winter monsoon convection in the vicinity of north Borneo. Part II: Effects on large-scale fields. *Mon. Wea. Rev.*, 109, 1615–1628.
- Johnson, R. H., & Ciesielski, P.E. (2013). Structure and properties of Madden-Julian Oscillations deduced from DYNAMO sounding arrays. *J. Atmos. Sci.*, 70, 3157–3179.
- Johnson, R. H. (2011). Diurnal cycle of monsoon convection. The Global Monsoon System: Research and Forecast, 2nd Ed., C.-P. Chang et al. (eds.), World Scientific Pub. Co., 257–276.
- Jones, W. L. (1967). Propagation of internal gravity waves in fluids with shear and rotation. *J. Fluid Mech.*, 30, 439–448.
- Kamimera, H., Mori, S., Yamanaka, M.D., Syamsudin, F. (2012). Modulation of diurnal rainfall cycle by the Madden-Julian oscillation based on one-year continuous observations with a meteorological radar in West Sumatera. *SOLA*, 8, 111–114.
- Kanamori, H., Yasunari, T., Kuraji, K. (2013). Modulation of the diurnal cycle of rainfall associated with the MJO observed by a dense hourly rain gauge network at Sarawak, Borneo. *J. Climate*, 26, 4858–4875.
- Kartasasmitha, & Ibrahim, G. (2001). Precipitating clouds observed by 1.3-GHz L-band boundary layer radars in equatorial Indonesia. *Ann. Geophys.*, 19, 889–897.
- Kato, S. (1966) Diurnal atmospheric oscillation, I: Eigenvalues and Hough functions. *J. Geophys. Res.*, 71, 3201–3209.
- Kato, S. (1980). Dynamics of the Upper Atmosphere. D. Reidel.
- Kautz, L.A., Martius, O., Pfahl, S., Pinto, J. G., Ramos, A. M., Sousa, P. M., Woollings, T. (2022). Atmospheric blocking and weather extremes over the Euro-Atlantic sector a review, *Weather Clim. Dynam.*, 3, 305–336, <https://doi.org/10.5194/wcd-3-305-2022>.
- Kawashima, M., Fujiyoshi, Y., Ohi, M., Honda, T., Kozu, T., Shimomai, T., Hashiguchi, H. (2006). Overview of Doppler radar observations of precipitating cloud systems in Sumatera Island during the first CPEA campaign. *J. Meteor. Soc. Japan*, 84A, 33–56.
- Kawatani, Y., & Hamilton, K. (2013). Weakened stratospheric quasibiennial oscillation driven by increased tropical mean upwelling. *Nature*, 497, 478–481.

- Kawatani, Y., Sato, K., Dunkerton, T.J., Watanabe, S., Miyahara, S., Takahashi, M. (2010). The roles of equatorial trapped waves and internal inertia-gravity waves in driving the quasi-biennial oscillation, Part I: Zonal mean wave forcing. *J. Atmos. Sci.*, 67, 963–980.
- Kawatani, Y., Sato, K., Dunkerton, T.J., Watanabe, S., Miyahara, S., Takahashi, M. (2010). The roles of equatorial trapped waves and internal inertia-gravity waves in driving the quasi-biennial oscillation, Part II: Three-dimensional distribution of wave forcing. *J. Atmos. Sci.*, 67, 981–997.
- Kelana, (2002). Relationship between wind and precipitation observed with a UHF radar, GPS rawinsonde and surface meteorological instruments at Kototabang, West Sumatera during September–October 1998. *J. Meteor. Soc. Japan*, 80, 347–360.
- Kida, H. (1983). General circulation of air parcels and transport characteristics derived from a hemispheric GCM. Part 1. A determination of advective mass flow in the lower stratosphere. *J. Meteor. Soc. Japan*, 61, 171–187.
- Kida, H. (1983). General circulation of air parcels and transport characteristics derived from a hemispheric GCM. Part 2. Very longterm motions of air parcels in the troposphere and stratosphere. *J. Meteor. Soc. Japan*, 61, 510–523.
- Kimura, R. (1975). Dynamics of steady convections over heat and cool islands. *J. Meteor. Soc. Japan*, 53, 440–457.
- Klingaman, W. K., & Klingaman, N.P. (2013). The Year without Summer: 1816 and the Volcano That Darkened the World and Changed History. St. Martin's.
- Kodama, Y.M., Tokuda, M., Murata, F. (2006). Convective activity over the Indonesian maritime continent during CPEA-I as evaluated by lightning activity and Q1 and Q2 profiles. *J. Meteor. Soc. Japan*, 84A, 133–149.
- Kosaka, Y., & Matsuda, Y. (2005). Roles of Rossby and gravity waves on circulation associated with tropical and subtropical heating. *J. Meteor. Soc. Japan*, 83, 481–498.
- Koseki, S., Koh, T.Y., Teo, C.K. (2013). Effects of the cold tongue in the South China Sea on the monsoon, diurnal cycle and rainfall in the Maritime Continent. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 139, 1566–1582.

- Koseki, S., Koh, T.Y., Teo, C.K. (2014). Borneo vortex and mesoscale convective rainfall, *Atmos. Chem. Phys.*, 14, (2014), 4539-4562.
- Kozu, T., Reddy, K.K., Mori, S., Thurai, M., Ong, J.T., Rao, D.N., Shimomai, T. (2006). Seasonal and diurnal variations of raindrop size distribution in Asian monsoon region. *J. Meteor. Soc. Japan*, 84A, 195-209.
- Krishnamurti, T. N., Kanamitsu, M., Koss, W.J., Lee, J.D. (1973). Tropical east-west circulations during the northern winter. *J. Atmos. Sci.*, 30, 780-787.
- Krishnamurti, T. N. (1971). Tropical east-west circulations during the northern summer. *J. Atmos. Sci.*, 28, 1342-1347.
- Krishnamurti, T.N., Stefanova, L., Misra, V. (2013). Tropical Meteorology, Springer Verlag, Berlin 2013.
- Kubota, H., & Chan, J.C.L. (2009). Interdecadal variability of tropical cyclone landfall in the Philippines from 1902 to 2005. *Geophys. Res. Lett.*, 36, L12802, doi:10.1029/2009GL038108.
- Kubota, H., & Ts. Nitta. (2001). Diurnal variations of tropical convection observed during the TOGA-COARE. *J. Meteor. Soc. Japan*, 79, 815-830.
- Kubota, H., Chan, J.C.L., Matsumoto, J., Ginn, E.W.L. (2012). Shifts in typhoon tracks over the western North Pacific during the 20th century based on the recovery of historical data. 30th AMS Conference on Hurricanes and Tropical Meteorology, *The American Meteorological Society*, 1B, 7.
- Kubota, H., Shirooka, R., Hamada J.I. Syamsudin, F. (2012). Interannual rainfall variability over the eastern maritime continent. *J. Meteor. Soc. Japan*, 89A, 111-122.
- Kubota, H. (2012). Variability of typhoon tracks and genesis over the western North Pacific. Cyclones: Formation, Triggers and Control, K. Oouchi and H. Fudeyasu Eds., *Nova Science Publ.*, (2012), 95-114.
- Kuo, H. L. (1949). Dynamic instability of two-dimensional nondivergent flow in a barotropic atmosphere. *J. Meteor.*, 6, (1949), 105-122.
- Kuo, H. L. (1974). Further studies of the parameterization of the influence of cumulus convection on large-scale flow. *J. Atmos. Sci.*, 31, 1232-1240.
- Kurita, N., Ichianagi, K., Matsumoto, J., Yamanaka, M.D., Ohata, T. (2009). The relationship between the isotopic content of precipitation and the

- precipitation amount in tropical regions. *J. Geochem. Explor.*, 102, 113-122.
- Lamb, D. (2003). Cloud microphysics. *Encyclopedia of Atmospheric Sciences*, Holton, J. R., J. A. Curry and J. A. Pyle, Eds., 459–467.
- Lau, K. M., Kim, M.K., Kim, K.M. (2006). Asian summer monsoon anomalies induced by aerosol direct forcing: the role of the Tibetan Plateau. *Clim. Dyn.*, 26, 855–864.
- Lau, K.-M., & Waliser, D.E. (eds). (2005). *Intraseasonal Variability in the Atmosphere-Ocean Climate System*, Praxis Publ.
- Lau, K.-M., & Peng, L. (1990). Origin of low frequency (intraseasonal) oscillations in the tropical atmosphere. Part III: Monsoon dynamics. *J. Atmos. Sci.*, 47,1443–1462.
- Lau, K.-M., & Chan, P.H. (1986). Aspects of the 40–50 day oscillation during the northern summer as inferred from outgoing longwave radiation. *Mon. Wea. Rev.*, 114, 1354–1367.
- Lau, K.-M., Sui, C.H., Nakazawa, T. (1989). Dynamics of westerly wind burst, supercloud clusters, 30-60 day oscillations and ENSO: 121 A unifying view. *J. Meteor. Soc. Japan*, 67, 205–219
- Lestari, S., Hamada J.I., Syamsudin, F., Sunaryo, Matsumoto, J., Yamanaka, M.D. (2016). ENSO influences on rainfall extremes around Sulawesi and Maluku Islands in the eastern Indonesian maritime continent. *SOLA*, 12, 37-41.
- Liang, J., Catto, J.L., Hawcroft, M.K., Tan, M.L., Hodges, K.I., Haywood, J.M. (2023). Borneo vortices in a warmer climate, *NPJ climate and atmospheric sciences*, 2, (2023) 1-8.
- Liebmann, B., Hendon, H.H., Glick, J.D. (1994). The relationship between tropical cyclones of the western Pacific and Indian Oceans and the Madden-Julian oscillation. *J. Meteor. Soc. Japan*, 72, 401–412.
- Lim, H., & Chang, C. (1981). A Theory for Midlatitude Forcing of Tropical Motions during Winter Monsoons. *J. Atmos. Sci.*, 38, 2377–2392, [https://doi.org/10.1175/1520-0469\(1981\)038<2377:ATFMFO>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0469(1981)038<2377:ATFMFO>2.0.CO;2).
- Lin, Y.L. (2007). *Mesoscale Meteorology*. Cambridge University Press.
- Lindzen, R. S., & Rosenthal, A.J. (1983). Charney's problem for baroclinic instability applied to barotropic instability. *J. Atmos. Sci.*, 40, 1029–1034.

- Lindzen, R. S., & Hou, A.Y. (1988). Hadley circulations for zonally averaged heating centered off the equator. *J. Atmos. Sci.*, 45, 2416–2427.
- Lindzen, R. S., & Holton, J.R. (1968). A theory of the quasi-biennial oscillation. *J. Atmos. Sci.*, 25, 1095–1107.
- Lindzen, R. S., Farrel, B., Rosenthal, A.J. (1983). Absolute barotropic instability and monsoon depressions. *J. Atmos. Sci.*, 40, 1178–1184.
- Lindzen, R. S. (1990). *Dynamics in Atmospheric Physics*. Cambridge University Press.
- Lindzen, R. S. (1966). On the theory of the diurnal tide. *Mon. Wea. Rev.*, 94, 295–301.
- Lindzen, R. S. (1981). Turbulence and stress owing to gravity wave and tidal breakdown. *J. Geophys. Res.*, 86, 9707–9714.
- Lindzen, R. S. (1974) Wave-CISK in the tropics. *J. Atmos. Sci.*, 31, 156–179.
- Lorenz, E. N. (1963). Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 20, 130–141.
- Love, B. S., Matthews, A.J., Lister, G.M.S. (2011)/ The diurnal cycle of precipitation over the Maritime Continent in a high-resolution atmospheric model. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 137, 934–947.
- Lukas, R., Yamagata, T., McCreary, J.P. (1996). Pacific low-latitude western boundary currents and the Indonesian throughflow. *J. Geophys. Res.*, 101, 12209–12216.
- Lunine, J. I. (1999). *Earth: Evolution of a Habitable World*. Cambridge University Press.
- Luo, D., Luo, B., Zhang, W. (2023). A Perspective on the Evolution of Atmospheric Blocking Theories: From Eddy-Mean flow Interaction to Nonlinear Multiscale Interaction. *Adv. Atmos. Sci.* 40, 553–569.
- Lupo, A.R., Atmospheric blocking events: a review., *Annals of New York Academy of Sciences*, 2020.
- Madden, R. A., & Julian, P.R. (1971). Detection of a 40–50 day oscillation in the zonal wind in the tropical Pacific. *J. Atmos. Sci.*, 28, 702–708.
- Madden, R. A., & Julian, P.R. (1994). Observations of the 40–50-day tropical oscillation: A review. *Mon. Wea. Rev.*, 122, 814–837.
- Madden, R. A., & Julian, P.R. (1972). Description of global-scale circulation cells in the tropics with a 40–50 day period. *J. Atmos. Sci.*, 29, 1109–1123.

- Maho, S.I., Vasylykevich, S., Zagar, N. (2024). Excitation of mixed Rossby Gravity waves by wave-mean flow interaction on the sphere, *Q J R Meteorol Soc.* 150:2920–2936. doi:10.1002/qj.4742.
- Maloney, E. D., & Hartmann, D.L. (2001). The Madden–Julian oscillation, barotropic dynamics, and North Pacific tropical cyclone formation. Part I: Observations. *J. Atmos. Sci.*, 58, 2545–2558.
- Manabe, S., & Strickler, R. (1964). Thermal equilibrium of the atmosphere with convective adjustment. *J. Atmos. Sci.*, 21, 361–385.
- Mapes, B. E., Warner, T.T., Xu, M. (2003). Diurnal patterns of rainfall in northwestern South America. Part III: Diurnal gravity waves and nocturnal convection offshore. *Mon. Wea. Rev.*, 131, 830–844.
- Mapes, B. E., Warner, T.T., Xu, M., Negri, A.J. (2003). Diurnal patterns of rainfall in northwestern South America. Part I: Observations and context. *Mon. Wea. Rev.*, 131, 799–812.
- Marshall, J., & Plumb, R.A. (2008). *Atmosphere, Ocean, and Climate Dynamics: An Introductory Text*. Academic Press.
- Marzuki, Hashiguchi, H., Yamamoto, M.K., Yamamoto, M., Mori, S., Yamanaka, M.D., Carbone, R.E., Tuttle, J.D. (2013). Cloud episode propagation over the Indonesian maritime continent from 10 Years of infrared brightness temperature observations. *Atmos. Res.*, 120–121, 268–286.
- Matsuda, Y. (1980). Dynamics of the four-day circulation in the Venus atmosphere. *J. Meteor. Soc. Japan*, 58, 443–470.
- Matsumoto, J. (1992). The seasonal changes in Asian and Australian monsoon regions. *J. Meteor. Soc. Japan*, 70, 257–273.
- Matsumoto, J., & Murakami, T. (2000). Annual changes of tropical convective activities as revealed from equatorial symmetric OLR data. *J. Meteor. Soc. Japan*, 78, 543–561.
- Matsumoto, J., Wang, B., Wu, G.X., Li, J.P., Wu, P.M., Hattori, M., Mori, S., Yamanaka, M.D., Hamada, J.I., Syamsudin, F., Koike, T., Tamagawa, K., Ikoma, E., Kinutani, H., Kamahori, H., Kamiguchi, K., Harada, Y. (2017). An overview of the Asian Monsoon Years 2007–2012 (AMY) and multi-scale interactions in the extreme rainfall events over the Indonesian maritime continent. *The Global Monsoon System: Research and Forecast*, 3rd Ed., C.-P. Chang, H.-C. Kuo, N.-C. Lau, R. H. Johnson, B. Wang and M. C. Wheeler (eds), World Scientific

Series on Asia-Pacific Weather and Climate: Vol.9, World Scientific Publication Company, 365-386.

- Matsuno, T. (1966). Quasi-geostrophic motions in the equatorial area. *J. Meteor. Soc. Japan*, 44, 25–43.
- Matsuno, T. (1982). A quasi one-dimensional model of the middle atmosphere circulation interacting with internal gravity waves. *J. Meteor. Soc. Japan*, 60, 215-226.
- Maulana, M.T., Yamazaki, T., Iwasaki, T. et al. (2023). Regional variation of the influence of cross-equatorial northerly surge towards diurnal cycle of rainfall over Java Island. *Geosci. Lett.* 10, 40. <https://doi.org/10.1186/s40562-023-00293-8>.
- McBride J. L., Haylock, M.R., Nicholls, N. (2003). Relationships between the Maritime Continent heat source and the El NiñoSouthern Oscillation phenomenon. *J. Climate*, 16, 2905–2914
- McPhaden, M. J. (1999). Genesis and evolution of the 1997–98 El Niño, *Science*, 283, 950–954.
- McPhaden, V. S. N. Murty, R. Shirooka, K. Yasunaga, H. Yamada, N. Sato, T. Ushiyama, Q., Moteki, A. Seiki, M. Fujita, K. Ando, Mega, T., Yamamoto, M.K., Luce, H., Tabata, Y., Hashiguchi, H., Yamamoto, M., Yamanaka, M.D., Fukao, S. (2010). Turbulence generation by Kelvin-Helmholtz instability in the tropical tropopause layer observed with a 47-MHz range imaging radar. *J. Geophys. Res.*, 115, D18115, doi:10.1029/2010JD013864.
- Mega, T., M. K. Yamamoto, M. Abo, Y. Shibata, H. Hashiguchi, N. Nishi, T. Shimomai, Shibagaki, Y., Yamamoto, M., Yamanaka, M.D., Milanković. (1992). *Kanon der Erdbestrahlung und Seine Anwendung auf das Eiszeitenproblem.* (Japanese translation by Kashiwaya et al., Kokin Shoin.
- Miles, J. W. (1961). On the stability of heterogeneous shear flows. *J. Fluid Mech.*, 10, 496–508.
- Mitchell, J. M. (1976). An overview of climatic variability and its causal mechanisms. *Quaternary Res.*, 6, 481-493.
- Mitchell, K.S. (2013). Rossby Wave Propagation in the Tropics and Midlatitudes, Ph.D Thesis, Simon Fraser University.

- Miura, H., Satoh, M., Nasuno, T., Noda, A.T., Oouchi, K. (2007). A Madden-Julian oscillation event realistically simulated by a global cloud-resolving model. *Science*, 318, 1763-1765.
- Miyahara, S. (1981). Zonal mean winds induced by solar diurnal tides in the lower thermosphere. *J. Meteor. Soc. Japan*, 59, 303-319.
- Miyakoda, K. (1963). Some characteristic features of winter circulation in the troposphere and the lower stratosphere. Tech. Rep., No.14, Dept. Geophys. Sci., Univ. Chicago, 93pp. MJO simulated by the NICAM at 14-and 7-km resolutions. *Mon. Wea. Rev.*, 137, 3254-3268.
- Mori, S., Hamada, J.I., Tauhid, Y.I., Yamanaka, M.D., Okamoto, N., Murata, F., Sakurai, N., Sribimawati, T. (2004). Diurnal rainfall peak migrations around Sumatera Island, Indonesian maritime continent observed by TRMM satellite and intensive rawinsonde soundings. *Mon. Wea. Rev.*, 132, 2021-2039.
- Murakami, T., & Matsumoto, J. (1994). Summer monsoon over the Asian Continent and western North Pacific. *J. Meteor. Soc. Japan*, 72, 719-745.
- Murata, F., Yamanaka, M.D., Hashiguchi, H., Mori, S., Kudsy, M., Sribimawati, T., Suhardi, Emrizal, (2006). Dry intrusions following eastward-propagating synoptic-scale cloud systems over Sumatera Island. *J. Meteor. Soc. Japan*, 84, 277-294.
- Murgatroyd, R. J., & Singleton, J. (1961). Possible meridional circulations in the stratosphere and mesosphere. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.*, 87: 125-135.
- Nakajima, S., Hayashi, Y.Y., Abe, Y. (1992). A study on the "runaway greenhouse effect" with a one-dimensional radiative-convective equilibrium model. *J. Atmos. Sci.*, 49, 2256-2266.
- Nakazawa, T. (1988). Tropical super clusters within intraseasonal variations over the western Pacific. *J. Meteor. Soc. Japan*, 66, 823-839.
- Nakazawa, T. (1995). Intraseasonal oscillations during the TOGA-COARE IOP. *J. Meteor. Soc. Japan*, 73, 305-319.
- Nastrom, G. D., & Gage, K.S. (1985). A climatology of atmospheric wavenumber spectra of wind and temperature observed by commercial aircraft. *J. Atmos. Sci.*, 42, 950-960.
- Nasuno, T., Miura, H., Satoh, M., Noda, A.T., Oouchi, K. (2009). Multi-scale organization of convection in a global numerical simulation of the

- December 2006 MJO event using explicit moist processes. *J. Meteor. Soc. Japan*, 87, 335–345
- Naujokat, B. (1986). An update of the observed quasi-biennial oscillation of the stratospheric winds over the tropics. *J. Atmos. Sci.*, 43, 1873–1877.
- Neale, R., & Slingo, J. (2003). The Maritime Continent and its role in the global climate: A GCM study. *J. Climate*, 16, 834–848.
- Neelin, J. D., Held, I.M., Cook, K.H. (1987). Evaporation-wind feedback and low-frequency variability in the tropical atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 44, 2341–2348.
- Newell, R. E., & Gould-Stewart, S. (1981). A Stratospheric Fountain? *J. Atmos. Sci.*, 38, 2789–2796.
- Nieuwolt, S. (1968). Diurnal rainfall variation in Malaya. *Ann. Assoc. Amer. Geographers*. 58(2), 313–326.
- Niino, H. (1987). The linear theory of sea-land breeze circulation. *J. Meteor. Soc. Japan*, 65, 901–921.
- Nitta, T. (1987). Convective activities in the tropical western pacific and their impact on the northern hemisphere summer circulation. *J. Meteor. Soc. Japan*, 65, 373–390.
- Nitta, T., & Motoki, T. (1987). Abrupt enhancement of convective activity and low-level westerly burst during the onset phase of the 1986–87 El Nino. *J. Meteor. Soc. Japan*, 65, 497–506.
- Nitta, T., Mizuno, T., Takahashi, T. (1992). Multiscale convective systems during the initial phase of the 1986/87 El Niño. *J. Meteor. Soc. Japan*, 70, 447–466.
- Nitta, T., & Sekine, S. (1994). Diurnal variation of convective activity over the tropical western Pacific. *J. Meteor. Soc. Japan*, 72, 627–641.
- Nodzu, M. I., Ogino, S.Y., Tachibana, Y., Yamanaka, M.D. (2006). Climatological description on seasonal variations of temperature inversion layers over the Indochina Peninsula. *J. Climate*, 19, 3307–3319.
- Numaguti, A. (1993). Dynamics and energy balance of the Hadley circulation and the tropical precipitation zones: Significance of the distribution of evaporation. *J. Atmos. Sci.*, 50, 1874–1887.
- Numaguti, A., & Hayashi, Y.Y. (1991). Behavior of Cumulus Activity and the Structures of Circulations in an” Aqua Planet” Model. *J. Meteor. Soc. Japan*, 69, 541–561.

- Ogino, S.Y., Yamanaka, M.D., Fukao, S. (1995). Meridional variation of lower stratospheric gravity wave activity: A quick look at Hakuho-Marū J-COARE cruise rawinsonde data. *J. Meteor. Soc. Japan*, 73, 407–413.
- Ogino, S.Y., Yamanaka, M.D., Mori, S., Matsumoto, J. (2016). How much is the precipitation amount over the tropical coastal region? *J. Climate*, 29, 1231–1236.
- Ogura, Y. (1997). *Fundamentals of Meso-Meteorology*. University of Tokyo Press. (in Japanese)
- Ogura, Y., & Yoshizaki, M. (1988). Numerical study of orographic-convective precipitation over the eastern Arabian Sea and the Ghat Mountains during the summer monsoon. *J. Atmos. Sci.*, 45, 2097–2122.
- Ohsawa, T., Ueda, H., Hayashi, T., Watanabe, A., Matsumoto, J. (2001). Diurnal variations of convective activity and rainfall in tropical Asia. *J. Meteor. Soc. Japan*, 79, 333–352.
- Okamoto, N., Yamanaka, M.D., Ogino, S.Y., Hashiguchi, H., Nishi, N., Sribimawati, T., Numaguti, A. (2003). Seasonal variation of tropospheric wind over Indonesia: Comparison between collected operational rawinsonde data and NCEP reanalysis for 1992–99. *J. Meteor. Soc. Japan*, 81, 829–850.
- Ooi, S. H., Samah, A.A., Braesicke, P. (2011). A case study of the Borneo Vortex genesis and its interactions with the global circulation, *J. Geophys. Res.*, 116, D21116, doi:10.1029/2011JD015991.
- Oouchi, K., Yoshimura, Y., Yoshimura, H., Mizuta, R., Kusunoki, S., Noda, A. (2006). Tropical cyclone climatology in a global-warming climate as simulated in a 20 km-mesh global atmospheric model: Frequency and wind intensity analyses. *J. Meteor. Soc. Japan*, 84, 259–276.
- Ooyama, K. (1969). Numerical simulation of the life cycle of tropical cyclones. *J. Atmos. Sci.*, 26, 3–40.
- Palmén, E., & Newton, C.R. (1969). *Atmospheric Circulation Systems: Their Structure and Physical Interpretation*. Academic Press.
- Palmer, T. N., Shutts, G.J., Swinbank, R. (1986). Alleviation of a systematic westerly bias in general circulation and numerical weather prediction models through an orographic gravity wave drag parameterization. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 112, 1001–1039

- Pang, B., & Lu, R. (2019). Two Distinct Types of Extratropical Circulation Anomalies Associated with Cold Surges over the South China Sea. *J. Climate*, 32, 5069–5084.
- Pang,B., Lu,R., Ren,R. (2020). Influence of Siberian Blocking on Long-Lived Cold Surges over the South China Sea., *J. Climate*, 33, 6945-6957.
- Peatman, S. C., Matthews, A.J., Stevens, D.P. (2014). Propagation of the Madden-Julian Oscillation through the Maritime Continent and scale interaction with the diurnal cycle of precipitation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 140, 814–825.
- Pedlosky, J. (1964). The stability of currents in the atmosphere and the oceans, Part I. *J. Atmos. Sci.*, 27, 201–219.
- Pedlosky, J. (1979). *Geophysical Fluid Dynamics*. Springer-Verlag.
- Peixoto, J. P., & Oort, A.H. (1992). *Physics of Climate*. Springer-Verlag.
- Pezza, A. B., & Simmonds, I. (2005) The first South Atlantic hurricane: Unprecedented blocking, low shear and climate change. *Geophys. Res. Lett.*, 32, L15712, doi:10.1029/2005GL023390.
- Philander, S. G., Yamagata, T., Pacanowski, R.C. (1984). Unstable air-sea interaction in the tropics. *J. Atmos. Sci.*, 41, 604–613.
- Phillips, N. A. (1966). The equations of motion for a shallow rotating atmosphere and the “traditional approximation”. *J. Atmos. Sci.*, 23, 626–628.
- Praja, A.S., & Trismidianto. (2023). Impact of Cold Surge Based on Its Strength on Rainfall Distribution in Western Indonesia. In: Basit, A., et al. *Proceedings of the International Conference on Radioscience, Equatorial Atmospheric Science and Environment and Humanosphere Science. INCREASE 2022*. Springer Proceedings in Physics, vol 290. Springer, Singapore.
- Purwaningsih, A.; Lubis, S.W.; Hermawan, E.; Andarini, D.F.; Harjana, T.; Ratri, D.N.; Ridho, A.; Risyanto; Sujalu, A.P. (2021). Moisture Origin and Transport for Extreme Precipitation over Indonesia's New Capital City, Nusantara in August 2021. *Atmosphere*, 13, 1391. <https://doi.org/10.3390/atmos1309139>.
- Qian, J.H. (2008). Why precipitation is mostly concentrated over islands in the Maritime Continent. *J. Atmos. Sci.*, 65, 1428–1441.
- Ramage, C. S. (1968). Role of a tropical “maritime continent” in the atmospheric circulation. *Mon.Wea. Rev.*, 96, 365–369.

- Ramage, C. S. (1971). *Monsoon Meteorology*. Academic Press.
- Rauniyar, S. P., & Walsh, K.J.E. (2011). Scale interaction of the diurnal cycle of rainfall over the Maritime Continent and Australia: Influence of the MJO. *J. Climate*, 24, 325–348.
- Rees D., J.J. Barnett & K. Labitske (eds.). (1990). *COSPAR International Reference Atmosphere 1986, Part II: Middle Atmosphere Models*. *Adv. Space Res.*, 10(12), 1–519.
- Rotunno, R. (1983). On the linear theory of the land and sea breeze. *J. Atmos. Sci.*, 40, 1999–2009.
- Fukao, S., & Manik, T. (2012). First simultaneous measurement of vertical air velocity, particle fall velocity, and hydrometeor 122 sphericity in stratiform precipitation: Results from 47-MHz wind profiling radar and 532-nm polarization lidar observations. *Radio Sci.*, 47, RS3002, doi:10.1029/2011RS004823.
- Saito, K., Keenan, T., Holland, G., Puri, K. (2001). Numerical simulation of the diurnal evolution of tropical island convection over the maritime continent. *Mon. Wea. Rev.*, 129, 378–400.
- Saji, N. H., B. N. Goswami, P. N. Vinayachandran and T. Yamagata. (1999). A dipole mode in the tropical Indian Ocean. *Nature*, 401, 360–363.
- Sakazaki, T., Sato, Y., Kawatani, Y., Watanabe, S. (2015). Three-dimensional structures of tropical nonmigrating tides in a high-vertical-resolution general circulation model. *J. Geophys. Res. Atmos.*, 120, 1759–1775.
- Sakazaki, T., Fujiwara, M., Zhang, M., Hagan, M.E., Forbes, J.M. (2012). Diurnal tides from the troposphere to the lower mesosphere as deduced from TIMED/SABER satellite data and six global reanalysis data sets. *J. Geophys. Res.*, 117, D13108, doi:10.1029/2011JD017117.
- Sakurai, N., Murata, F., Yamanaka, M.D., Hashiguchi, H., Mori, S., Hamada, J.I., Tauhid, Y.I., Sribimawati, T., Suhardi, B. (2005). Diurnal cycle of migration of convective cloud systems over Sumatera Island. *J. Meteor. Soc. Japan*, 83, 835–850.
- Sasaki, T., Wu, P.M., Mori, S., Hamada, J.I., Tauhid, Y.I., Yamanaka, M.D., Yoshikane, T., Kimura, F. (2004). Vertical moisture transport above the mixed layer around mountains in western Sumatera. *Geophys. Res. Lett.*, 31, L08106, doi:10.1029/2004GL019730.
- Sato, K., Kumakura, T., Takahashi, M. (1999). Gravity waves appearing in a high-resolution GCM simulation. *J. Atmos. Sci.*, 56, 1005–1018.

- Sato, T., Miura, H., Satoh, M., Takayabu, Y.N., Wang, Y. (2009). Diurnal cycle of precipitation in the tropics simulated in a global cloudresolving model. *J. Climate*, 22, 4809–4826.
- Satoh, M., Matsuno, T., Tomita, H., Miura, H., Nasuno, T., Iga, S. (2008). Nonhydrostatic icosahedral atmospheric model (NICAM) for global cloud resolving simulations. *J. Comput. Phys.*, 227, 3486–3514.
- Shibagaki, Y., Kozu, T., Shimomai, T., Mori, S., Murata, F., Fujiyoshi, Y., Hashiguchi, H., Fukao, S. (2006). Evolution of a super cloud cluster and the associated wind fields observed over the Indonesian maritime continent during the first CPEA Campaign. *J. Meteor. Soc. Japan*, 84A, 19–31.
- Shibagaki, Y., Shimomai, T., Kozu, T., Mori, S., Fujiyoshi, Y., Hashiguchi, H., Yamamoto, K., Fukao, S., Yamanaka, M.D. (2006). Multi-scale convective systems associated with an intraseasonal oscillation over the Indonesian maritime continent. *Mon. Wea. Rev.*, 134, 1682–1696.
- Shigehisa, Y. (1983). Normal modes of the shallow water equations for zonal wavenumber zero. *J. Meteor. Soc. Japan*, 61, 479–494.
- Shimizu, A. & Tsuda, S. (1997). Radiosonde observations of equatorial atmosphere dynamics over Indonesia. *J. Geophys. Res.*, 102, 26159–26172.
- Sillmann, J., Thorarinsdottir, T., Keenlyside, N., Schaller, N., Alexander, L. V., Hegerl, G., Seneviratne, S. I., Vautard, R., Zhang, X., Zwiers, F. W. (2017). Understanding, modeling and predicting weather and climate extremes: Challenges and opportunities. *Weather and Climate Extremes*, 18, 65–74.
- Stull, R. B. (1988). *Introduction to Boundary-Layer Meteorology*. Kluwer Academic Publishers.
- Stull, R. B. (2006). *The atmospheric boundary layer. Atmospheric Science: An Introductory Survey*, 2nd Ed., M. J. Wallace and P. V. Hobbs, 375–417.
- Stull, R. B. (2015). *Practical Meteorology: An Algebra-based Survey of Atmospheric Science*. Dept. of Earth, Ocean & Atmos. Sci., Univ. of British Columbia, 924pp. Free access: https://www.eoas.ubc.ca/books/Practical_Meteorology/

- Sugimoto, N., Matsui, I., Shimizu, A., Pinandito, A., Sugondo, P. (2000). Climatological characteristics of cloud distribution and planetary boundary layer structure in Jakarta, Indonesia revealed by lidar observation. *Geophys. Res. Lett.*, 27, 2909–2912.
- Sui, C.H., & Lau, K.M. (1992). Multiscale phenomena in the tropical atmosphere over the western Pacific. *Mon. Wea. Rev.*, 120, 407–430.
- Sulaiman, A., Osaki, M., Takahashi, H. *et al.* (2023). Peatland groundwater level in the Indonesian maritime continent as an alert for El Niño and moderate positive Indian Ocean dipole events. *Sci Rep* 13, 939.
- Sulaiman, A., Arriyadi, D., Darusman, T. *et al.* (2022). Analytical modeling of ground water level dynamics of tropical peatland drainage (Katingan Mentaya project area), AIP Conf. Proc. 2652, 030007. <https://doi.org/10.1063/5.0106453>
- Sulistiyowati, R., Hapsari, R.I., Syamsudin, F., Mori, S., Oishi, S.T., Yamanaka, M.D. (2014) Rainfall-driven diurnal variations in the Ciliwung River, West Jawa, Indonesia. *SOLA*, 10, 141–144.
- Sun, W.Y., & Orlanski, I. (1981). Large mesoscale convection and sea breeze circulation, Part I: Linear stability analysis. *J. Atmos. Sci.*, 38, 1675–1693.
- Sun, W.Y., & Orlanski, I. (1981). Large mesoscale convection and sea breeze circulation, Part II: Non-linear numerical model. *J. Atmos. Sci.*, 38, 1694–1706.
- Sribimawati, T., & Suhardi, B. (2009). Internal structures of migratory cloud systems with diurnal cycle over Sumatera Island during CPEA-I campaign. *J. Meteor. Soc. Japan*, 87, 157–170.
- Takasuka, D., Miyakawa, T., Satoh, M., Miura, H. (2015). Topographical effects on internally produced MJO-like disturbances in an aqua-planet version of NICAM. *SOLA*, 11, 170–176.
- Tan, I., Reeder, M. J., Singh, M. S., Birch, C. E., & Peatman, S. C. (2023). Wet and dry cold surges over the Maritime Continent. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 128, e2022JD038196. <https://doi.org/10.1029/2022JD038196>.
- Tanaka, H., & Yamanaka, M.D. (1985). Atmospheric circulation in the lower stratosphere induced by the mesoscale mountain wave breakdown. *J. Meteor. Soc. Japan*, 63, 1047–1054.

- Tanaka, H., & Yoshizawa, N. (1985). Quasi-biennial oscillation and its analog under the assumption of wave self-acceleration. *J. Atmos. Sci.*, 42, 2350–2359.
- Tangang, F. T., & Juneng, L. (2004). Mechanisms of Malaysian rainfall anomalies. *J. Climate*, 17, 3616–3622.
- Tangang, F. T., Juneng, L., Salimun, E., Vinayachandran, P.N., Seng, Y.K., Reason, S.R.J., Behera, S.K., Yasunari, T. (2008). On the roles of the northeast cold surge, the Borneo vortex, the Madden-Julian Oscillation, and the Indian Ocean Dipole during the extreme 2006/2007 flood in southern Peninsular Malaysia. *Geophys. Res. Lett.*, 35, L14S07, doi:10.1029/2008GL033429.
- Trenberth, K. E., Fasullo, J.T., Kiehl, J. (2009). Earth's global energy budget. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 90, 311–323.
- Trilaksono, N. J., Otsuka, S., Yoden, S. (2012). A time-lagged ensemble simulation on the modulation of precipitation over west Java in January–February 2007. *Mon. Wea. Rev.*, 140, 601–616.
- Trilaksono, N. J., Otsuka, S., Yoden, S., Saito, K., Hayashi, S. (2011). Dependence of model-simulated heavy rainfall on the horizontal resolution during the Jakarta flood event in January–February 2007. *SOLA*, 7, 193–196.
- Trismidianto; Satiadi, D.; Harjupa, W.; Fathrio, I.; Risyanto; Saufina, E.; Muharsyah, R.; Nuryanto, D.E.; Nauval, F.; Andarini, D.F.; et al. (2024). Southerly Surge Impact on Rainfall Patterns in Southern Indonesia during Winter Monsoon and Madden-Julian Oscillation (MJO). *Atmosphere*, 15, 840. <https://doi.org/10.3390/atmos15070840>
- Tsuda, T., Nishida, M., Rocken, S., Ware, R.H. (2000). A global morphology of gravity wave activity in the stratosphere revealed by the GPS occultation data (GPS/MET). *J. Geophys. Res.*, 105, 7257–7273.
- van Bemmelen, W. (1913). Die Erforschung des tropischen Luftozeans in Niederländische-Ost-Indien. *Luftfahrt und Wissenschaft*, 5, 1–50 (in German).
- van Bemmelen, W. (1922). Land- und Seebrise in Batavia. *Beitr. Phys. Frei. Atmos.*, 10, 169–177. (in German).
- Verhandelingen Djawatan Meteorologi dan Geofisik, 42, 77pp.

- Virts, K. S., Wallace, J.M., Hutchins, M.L., Holzworth, R.H. (2013). Highlights of a new ground-based, hourly global lightning climatology. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 94, 1381–1391.
- Walker, G. T. (1923). Correlation in seasonal variations of weather, VIII: A preliminary study of world weather. *Memoirs of the Indian Meteorological Department*, 24(4), 75–131.
- Wallace, J. M., & Kousky, V.E. (1968). Observational evidence of Kelvin waves in the tropical stratosphere. *J. Atmos. Sci.*, 25, 900–907.
- Wang, B., Rui, H. (1990). Synoptic climatology of transient tropical intraseasonal convection anomalies: 1975–1985. *Meteor. Atmos. Phys.*, 44, 43–61.
- Wang, B., Ho, L. (2002) Rainy season of the Asian-Pacific summer monsoon. *J. Climate*, 17, 386–398.
- Webster, P. J., Holland, G.J., Curry, J.A., Chang, H.R. (2005). Changes in tropical cyclone number, duration, and intensity in a warming environment. *Science*, 309, 1844–1846. [Corrections and clarifications (2006), 311, 470.]
- Wei, Y., Pu, Z. (2022). Diurnal cycle of precipitation and near-surface atmospheric conditions over the maritime continent: land–sea contrast and impacts of ambient winds in cloud-permitting simulations. *Clim Dyn* 58, 2421–2449. <https://doi.org/10.1007/s00382-021-06012-3>.
- Wheeler, M. C., & Hendon, H.H. (2004). An all-season real-time multivariate MJO index: Development of an index for monitoring and prediction. *Mon. Wea. Rev.*, 132, 1917–1932.
- Widiyatmi, I., Hashiguchi, H., Fukao, S., Yamanaka, M.D. (2001). Examination of 3–6 day disturbances over equatorial Indonesia based on boundary layer radar observations during 1996–1999 at Serpong, Biak and Bukittinggi. *J. Meteor. Soc. Japan*, 79, 317–331.
- Winchester, S. (2003). *Krakatoa: The Day the World Exploded: August 23, 1883*. Perennial, 416pp.
- Wu, P.-M., Hamada, J.I., Mori, S., Kimura, F. (2003). Diurnal variation of precipitable water over a mountaneous area in Sumatera Island. *J. Appl. Meteor.*, 42, 1107–1115.
- Wu, P.M., Fukutomi, Y., Matsumoto, J. (2011). An observational study of the extremely heavy rain event in northern Vietnam during 30 October–1 November 2008. *J. Meteor. Soc. Japan*, 89A, 331–344.

- Yamanaka, M.D., Matsumoto, J., Emrizal., Syamsudin, F. (2011). Migration process and 3D wind field of precipitation systems associated with a diurnal cycle in west Sumatera: Dual Doppler radar analysis during the HARIMAU2006 campaign. *J. Meteor. Soc. Japan*, 89, 341-361.
- Yamanaka, M. D. (2016). Physical climatology of Indonesian maritime continent: An outline to comprehend observational studies. *Atmos. Res.*, 178-179, 231–259.
- Yamanaka, M. D., & Tanaka, H. (1984). Propagation and breakdown of internal inertio-gravity waves near critical levels in the middle atmosphere. *J. Meteor. Soc. Japan*, 62, 1–17.
- Yamanaka, M. D., Mori, S., Wu P.M., Hamada J.I., Sakurai, N., Hashiguchi, H., Yamamoto, M.K., Shibagaki, Y., Anggadiredja. (2008). HARIMAU radar-profiler network over Indonesian maritime continent: A GEOSS early achievement for hydrological cycle and disaster prevention. *J. Disaster Res.*, 3, 78–88.
- Yamanaka, M. D., Ogino, S.Y., Wu, P.M., Hamada, J.I., Mori, S., Matsumoto, J. Syamsudin, F. (2017). Maritime continent coastlines controlling Earth's climate. *Prog. Earth Planet Sci.*, MAHASRI Special Issue, submitted.
- Yanai, M., & Maruyama, T. (1966). Stratospheric wave disturbances propagating over the equatorial Pacific. *J. Meteor. Soc. Japan*, 44, 291–294.
- Yanai, M., Esbensen, S., Chu, H.U. (1973). Determination of bulk properties of tropical cloud clusters from large-scale heat and moisture budgets. *J. Atmos. Sci.*, 30, 611–627.
- Yang, G.Y., & Slingo, J. (2001). The diurnal cycle in the tropics. *Mon. Wea. Rev.*, 129, 784–801.
- Yang, H. (1991). *Wave Packets and Their Bifurcations in Geophysical Fluid Dynamics*, Springer-Verlag, Berlin.
- Yasunari, T. (1979). Cloudiness fluctuations associated with the Northern Hemisphere summer monsoon. *J. Meteor. Soc. Japan*, 57, 227–242.
- Yokoi, S., & Matsumoto, J. (2008). Collaborative effects of cold surge and tropical depression-type disturbance on heavy rainfall in central Vietnam. *Mon. Wea. Rev.*, 136, 3275–3287.
- Yoneyama, K., Zhang, C., Long, C.N. (2013). Tracking pulses of the Madden-Julian oscillation. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 94, 1871–1891.

- Yulihastin, E., Hadi, T. W., Sari Ningsih, N., and Ridho Syahputra, M. (2022). Early morning peaks in the diurnal cycle of precipitation over the northern coast of West Java and possible influencing factors. *Ann. Geophys.*, 38, 231–242,
- Yulihastin, E.; Nuryanto, D.E.; Muharsyah, R. (2021). Roles of Land and Topography on Propagating Convective systems During the Heavy Rainfall Event of the 2002 Jakarta Flood, Indonesia. *Preprints.org* 2021, 2021110469. <https://doi.org/10.20944/preprints202111.0469.v1>.
- Yulihastin, E.; Nuryanto, D.E.; Trismidianto; Muharsyah, R. (2021). Improvement of Heavy Rainfall Simulated with SST Adjustment Associated with Mesoscale Convective Complexes Related to Severe Flash Flood in Luwu, Sulawesi, Indonesia. *Atmosphere* 12, 1445. <https://doi.org/10.3390/atmos12111445>.
- Yulihastin, E., Hadi, T.W., Ningsih, N.S. (2019). Diurnal Rainfall Propagation Relate to Cold Surge-Cold Tongue Interaction over The Northern Coast of West Java., *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science*, 303, 012007.
- Yulishastin, E., Fathrio, I., Trismidianto, et.al. (2021). Convective Cold Pool Associated with Offshore Propagation of Convection System over the East Coast of Southern Sumatra, Indonesia., *Adv. in Meteorology*, 1.13.
- Zakia, Z.S., Nurmala, I., Wijayanto, M.P., Sulaiman, A. (2025). On the Exact Analytical Solution and Van Der Pol Like Equation of Infectious Diseases Model with the Time-Dependent Total Population. *Int. J. Appl. Comput. Math* 11, 71.
- Zhang, C. (2005). Madden-Julian oscillation. *Rev. Geophys.*, 43, RG2003, doi:10.1029/2004RG000158.
- Zhang, C. (2013). Madden-Julian oscillation bridging weather and climate. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 43, 1849–1870.
- Zhang, C., Ling, J. (2017). Barrier effect of the Indo-Pacific Maritime Continent on the MJO: Perspectives from tracking MJO precipitation. *J. Climate*, 30, 343.

Biodata Penulis



Manabu D. Yamanaka

(18 Oktober 1955–19 September 2025), Lahir di Kochi, Japan, menyelesaikan Ph.D dalam ilmu atmosfer di Universitas Nagoya. Manabu D. Yamanaka adalah Professor Emeritus, Kobe University; Visiting Professor, Research Institute for Humanity and Nature (RIHN), Advisor, Japan Agency for Marine-Earth Science and Techno-

logy (JAMSTEC). Prof. Yamanaka melakukan proyek penelitian teoretis, eksperimental, dan observasi dalam taraf internasional untuk ilmu atmosfer-hidrosfer, termasuk mata pelajaran interdisipliner dengan ilmu planet dan bio-antropogenik. Prof. Yamanaka telah melakukan penelitian cuaca dan iklim di Indonesia lebih dari 40 tahun.



Albert Sulaiman

Lahir di Purworejo 28 April 1970. Setelah lulus dari SMAN 1 Purworejo, ia melanjutkan pendidikan di ITB program studi Meteorologi pada 1994, kemudian melanjutkan S2 Fisika Teori di Universitas Indonesia pada 2005, dan S3 Fisika Teorik di ITB pada 2012. Minat penelitiannya pada dinamika atmosfer-laut, gelombang

nonlinier terutama di daerah tropis serta metode Fisika Teoritis. Kegiatan lain adalah mengembangkan *environmental modelling* dengan MATLAB serta monitoring emisi karbon dan dinamika ekosistem gambut tropis. Saat ini, ia menjabat sebagai Kepala Pusat Riset Iklim dan Atmosfer, Badan Riset dan Inovasi Nasional (BRIN), Indonesia. Hobinya adalah *music heavy metal* dan *hard rock*. Sulaiman menganggap dirinya sebagai ilmuwan amatir karena melakukan penelitian lebih sebagai bentuk kesenangan pribadi.

Indeks

- adiabatik, 32, 35, 58, 59, 196, 197, 223
- adveksi-difusi, 22, 27
- anemometer, 39, 200
- angin darat, 168, 174, 178, 187, 188, 189, 237, 241, 244, 254, 257, 318, 388
- angin laut, 51, 67, 164, 168, 169, 172, 173, 178, 179, 181, 185, 187, 188, 189, 201, 237, 238, 239, 241, 243, 244, 248, 249, 252, 254, 293, 294, 388
- atmosfer, 1, 2, 3, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 21, 22, 23, 24, 25, 27, 28, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 37, 39, 40, 48, 49, 50, 51, 60, 66, 67, 68, 73, 74, 75, 76, 77, 86, 87, 89, 90, 91, 92, 93, 97, 111, 112, 121, 122, 123, 124, 127, 129, 130, 136, 137, 138, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 151, 154, 155, 156, 164, 165, 169, 172, 173, 174, 179, 180, 187, 188, 189, 192, 193, 194, 195, 196, 201, 207, 208, 216, 218, 221, 222, 230, 231, 235, 237, 252, 254, 259, 260, 261, 262, 264, 271, 292, 293, 294, 295, 297, 298, 299, 303, 304, 306, 308, 309, 310, 311, 312, 317, 320, 321, 323, 324, 355, 371, 385, 386, 387, 388, 389, 390, 391, 392, 421, 422
- badai, 2, 146, 164, 178, 199, 200, 201, 202, 204, 210, 211, 224,

- 225, 229, 230, 232, 233, 259,
294, 300, 387, 391
- baroklinik, 45, 61, 63, 77, 79, 139,
142, 144, 218, 261, 262, 264,
265, 281
- barotropik, 144, 218, 219, 220, 262,
312, 313
- benua, 8, 51, 67, 68, 69, 70, 72, 73,
77, 116, 117, 181, 191, 198
- bidang beta, 20, 41, 42, 79, 82, 94,
98, 100, 144, 281, 371, 375
- bifurkasi, 125, 267, 268, 269, 310
- Bjerknes, 10, 115, 119, 120, 394
- BMI, 7, 10, 11, 12, 169, 202, 224,
235, 236, 238, 247, 285, 286,
299, 310, 312, 317, 321, 323
- Boltzmann, 4, 5, 28
- Borneo vortex, 10, 12, 212, 404, 416
- Boussinesq, 37, 238, 244, 252, 272
- Boyle-Charles, 33
- Brewer-Dobson, 75, 76, 77, 78, 79,
386, 392
- Brunt-Vaisala, 55
- Bumi, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11,
15, 16, 17, 18, 19, 20, 28, 34,
35, 40, 41, 44, 46, 47, 50, 51,
56, 60, 64, 65, 66, 67, 69, 70,
71, 72, 75, 76, 77, 81, 89, 91,
99, 100, 105, 117, 118, 122,
127, 139, 140, 173, 177, 181,
188, 193, 204, 212, 221, 232,
260, 261, 262, 280, 292, 300,
373, 374, 386, 387, 388, 389,
391
- CAPE, 198, 199, 203, 387
- CENS, 257, 317, 386
- chaos, 193, 269
- cold surge, 10, 12, 71, 80, 81, 317,
395, 396, 416, 418
- continent, 394, 399, 403, 404, 405,
407, 409, 412, 413, 414, 415,
417, 418
- cuaca, 2, 8, 11, 35, 36, 43, 54, 56,
64, 79, 81, 86, 93, 111, 119,
120, 125, 137, 138, 146, 155,
156, 161, 164, 210, 216, 222,
229, 243, 252, 259, 260, 262,
264, 265, 266, 271, 299, 308,
309, 311, 312, 324, 385, 386,
387, 389, 390, 392, 421
- cumulus convection, 80, 400, 404
- dekomposisi Reynold, 40
- diurnal, 11, 48, 58, 67, 71, 73, 93,
97, 136, 172, 173, 175, 178,
179, 180, 181, 182, 183, 185,
186, 187, 188, 189, 190, 191,
200, 201, 214, 216, 217, 222,
235, 237, 238, 245, 249, 257,
394, 399, 400, 401, 402, 403,
404, 406, 408, 409, 412, 413,
415, 418, 419
- eksentrisitas, 8, 47, 48
- ekstratropis, 45, 54, 55, 65, 72, 74,
76, 77, 78, 93, 102, 125, 169,
173, 174, 177, 179, 194, 195,
201, 212, 218, 222
- ekuator, 17, 18, 19, 20, 32, 45, 48,
49, 56, 59, 60, 61, 63, 66, 72,
74, 75, 76, 77, 79, 80, 82, 91,
98, 99, 101, 102, 104, 105,
106, 107, 108, 109, 110, 111,
112, 115, 116, 117, 119, 120,
124, 125, 130, 134, 135, 194,

- 201, 211, 214, 218, 221, 235,
237, 262, 271, 280, 282, 285,
286, 300, 305, 312, 314, 324,
373, 376, 386, 388, 389, 391,
392
- Eliassen-Palm, 78, 79
- El Nino, 51, 92, 125, 128, 410
- ENSO, 10, 12, 13, 45, 119, 120, 121,
125, 126, 127, 128, 129, 189,
190, 191, 200, 216, 221, 262,
285, 302, 387, 395, 398, 400,
405
- Ferrel, 61, 77
- fisikawan, 2, 9, 15, 17, 33, 84, 138,
193, 368
- fluks termal, 21, 22
- Fourier, 21, 23, 60, 89, 90, 91, 95,
116, 148, 149, 150, 152, 153,
227, 242, 250, 251, 319, 320,
335, 336, 338, 339, 340, 341,
342, 343, 344, 356, 366, 382
- fungsi Green, 85, 86, 98, 113, 114,
152, 228, 242, 251, 318, 319,
320, 321, 355, 356, 357, 358,
360, 361, 362, 382
- fungsi stream, 60, 117, 157, 162,
170, 175, 225, 226, 229, 246,
253, 256, 262, 263, 286, 287
- Gaussian, 102, 104, 108, 110, 311,
316, 317
- gaya apung, 42, 44, 198, 226, 247,
255, 256, 264, 307
- gelombang, 4, 5, 37, 45, 51, 58, 59,
61, 63, 67, 69, 71, 73, 75, 77,
78, 79, 80, 81, 89, 90, 91, 92,
93, 94, 97, 98, 99, 100, 101,
102, 103, 104, 105, 106, 107,
108, 109, 110, 111, 112, 116,
117, 118, 119, 121, 124, 125,
128, 129, 130, 131, 132, 133,
134, 135, 136, 137, 139, 140,
141, 142, 143, 145, 146, 147,
150, 151, 154, 155, 156, 158,
161, 162, 163, 169, 171, 174,
176, 177, 178, 179, 180, 186,
193, 209, 213, 214, 215, 216,
218, 219, 220, 221, 222, 229,
231, 235, 242, 243, 245, 253,
254, 260, 262, 280, 281, 282,
283, 284, 285, 286, 287, 290,
292, 294, 296, 297, 298, 303,
304, 305, 308, 309, 310, 311,
312, 314, 315, 316, 317, 318,
321, 324, 360, 366, 371, 372,
373, 374, 375, 376, 386, 389,
390, 391, 422
- gelombang ekuator, 105, 109, 111,
124, 134, 214, 218, 220, 235,
262, 280, 285, 305, 324, 376,
386
- geografis, 1, 2, 8, 64, 66, 67, 68, 72,
73, 118
- geotropik, 44, 50, 51, 56, 66, 70, 82,
102, 105, 115, 125, 201, 204,
286, 294, 307, 373, 374
- gravitasi, 3, 4, 16, 18, 26, 37, 59, 79,
97, 99, 100, 101, 102, 103,
104, 105, 106, 109, 110, 111,
112, 131, 133, 135, 136, 139,
142, 143, 145, 146, 147, 154,
161, 165, 174, 177, 178, 179,
180, 186, 203, 214, 216, 217,
222, 231, 238, 242, 243, 278,
279, 296, 311, 312, 373, 374,
388

- groundwater level, 415
- gunung, 8, 72, 100, 155, 156, 158,
159, 160, 162, 164, 175, 179,
223, 239, 242, 245, 299
- Hadley, 43, 45, 56, 57, 58, 59, 60, 61,
62, 63, 64, 66, 71, 76, 77, 78,
115, 116, 117, 118, 177, 206,
221, 392, 398, 406, 410
- Helmholtz, 54, 56, 117, 173, 194,
255, 260, 408
- Hermite, 84, 85, 96, 97, 104, 110,
114, 282, 283, 365, 368, 375,
376
- hidrosfer, 2, 421
- hidrostatik, 28, 36, 37, 41, 145, 148,
388
- hidrostatik, 26, 230
- Holton, 57, 76, 79, 100, 131, 132,
168, 188, 198, 199, 220, 269,
393, 400, 405, 406
- iklim, 2, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 56, 57,
64, 65, 71, 92, 93, 105, 111,
115, 119, 121, 125, 128, 129,
137, 138, 146, 156, 180, 190,
191, 216, 222, 252, 262, 280,
285, 300, 309, 311, 324, 385,
387, 389, 392, 421
- IMC, 10, 11, 12, 63, 129, 178, 180,
181, 182, 185, 186, 188, 190,
191, 195, 200, 211, 215, 216,
217, 222, 318, 323, 324
- Indonesia, 7, 10, 11, 12, 13, 63, 64,
69, 71, 76, 86, 112, 115, 116,
118, 119, 120, 126, 128, 129,
135, 136, 137, 138, 166, 169,
175, 180, 187, 190, 201, 211,
216, 224, 236, 238, 247, 252,
294, 299, 300, 310, 323, 324,
355, 389, 393, 394, 397, 398,
399, 402, 411, 412, 414, 415,
416, 417, 419, 421, 422
- Indo-Pacific, 419
- insolasi, 47, 48, 49, 50, 56, 65, 66,
67, 70, 74, 75, 90, 93, 165,
172, 174, 175, 178
- IOD, 11, 12, 13, 45, 119, 126, 127,
128, 129, 189, 190, 191, 216,
221, 389
- isothermal, 27
- ISV, 45, 165, 185, 186, 189, 190,
191, 211, 213, 214, 216, 217,
221, 222, 389
- ITCZ, 43, 63, 68, 71, 72, 182, 211,
218, 221, 300, 301, 389
- KdV, 254, 289, 291, 294, 297, 298
- Kelembapan, 24, 86, 387, 389
- Kelvin, 4, 9, 98, 104, 105, 106, 107,
108, 111, 116, 117, 124, 131,
133, 135, 136, 139, 140, 142,
143, 145, 146, 173, 194, 214,
221, 222, 260, 278, 280, 281,
282, 283, 285, 312, 360, 373,
374, 376, 386, 388, 389, 394,
396, 400, 408, 417
- Kelvin-Helmholtz, 173, 194, 260,
408
- Khatulistiwa, 80, 280, 300
- Konveksi, 25, 32, 165, 169, 192, 196,
260, 278, 293, 318, 390
- konvergensi, 43, 50, 63, 70, 80, 81,
115, 117, 122, 124, 127, 136,
139, 140, 142, 144, 187, 188,
207, 208, 209, 213, 281, 300,
390, 392

- koriolis, 18
- Lagrangian, 53, 86, 390
- La Nina, 125
- lapse rate, 32, 35, 196, 206, 207, 223
- lembah, 161, 163, 164, 175, 179, 188, 242, 388
- lempeng, 8, 9
- lifting condensation level, 196
- log-pressure, 36, 37
- Lorenz, 165, 193, 265, 266, 271, 273, 274, 276, 406
- Maritim, 7, 63, 69, 71, 72, 73, 76, 81, 86, 106, 115, 116, 118, 119, 120, 121, 122, 126, 127, 128, 129, 135, 136, 138, 166, 180, 186, 187, 199, 200, 201, 238, 294, 299, 310, 323, 355
- Matahari, 1, 3, 4, 5, 6, 15, 16, 34, 47, 48, 49, 56, 64, 65, 66, 89, 112, 169, 172, 173, 177, 179, 181, 186, 211, 300
- Matsuno-Gill, 111, 117, 119, 123, 124, 143, 201, 214
- mean flow, 40, 78, 79, 117, 130, 177, 407
- meridional, 16, 20, 39, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 52, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 66, 67, 71, 74, 76, 77, 78, 79, 83, 94, 97, 98, 102, 104, 106, 110, 117, 122, 130, 136, 137, 140, 145, 156, 157, 167, 171, 175, 182, 204, 205, 206, 209, 219, 225, 230, 238, 239, 282, 301, 302, 317, 371, 373, 374, 409
- mesoscale, 397, 401, 404, 415
- meteorologi, 2, 8, 9, 16, 23, 25, 33, 34, 37, 48, 49, 50, 64, 85, 86, 90, 91, 92, 93, 121, 130, 137, 164, 179, 187, 189, 194, 195, 210, 211, 214, 218, 222, 235, 239, 259, 265
- Milankovic, 8
- MJO, 10, 12, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 200, 201, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 221, 222, 235, 318, 390, 397, 402, 409, 410, 413, 415, 416, 417, 419
- monitoring, 2, 8, 417, 422
- Monsoon, 10, 117, 118, 390, 402, 405, 407, 413, 416
- Navier-Stokes, 17, 18, 147, 391
- Newton, 3, 4, 15, 17, 48, 224, 411
- nocturnal katabatic, 161
- nonlinier, 77, 80, 90, 93, 94, 95, 123, 157, 161, 171, 179, 227, 239, 252, 254, 256, 260, 261, 266, 267, 269, 280, 281, 282, 284, 285, 286, 287, 289, 290, 297, 303, 305, 309, 310, 378, 379, 383, 386, 389, 422
- osilasi Madden-Julian, 213
- Paket Gelombang, 308
- panas laten, 11, 24, 32, 34, 50, 68, 70, 80, 81, 86, 195, 197, 203, 208, 209, 387
- parasol, 6
- pasang surut, 3, 4, 10, 48, 67, 97, 136, 173, 343
- Planet, 410, 418

potensial temperatur, 32, 35, 156,
 161, 167, 196, 238, 239, 264
 pulau panas, 168, 169, 171, 172, 178
 radiasi, 3, 4, 5, 6, 27, 28, 29, 30, 34,
 46, 48, 49, 50, 67, 73, 75, 77,
 136, 140, 143, 169, 174, 179,
 186, 197, 203, 211, 215, 236,
 385, 389
 Rayleigh-Taylor, 32, 192, 193, 260
 relasi dispersi, 98, 99, 100, 102, 106,
 110, 112, 117, 125, 176, 177,
 242, 308, 375, 376
 Reyleigh, 9, 263, 273
 Richardson, 55, 194
 RKW, 224, 225
 Rossby, 61, 63, 75, 77, 79, 92, 102,
 103, 105, 106, 109, 110, 111,
 112, 117, 118, 119, 121, 124,
 125, 133, 135, 136, 139, 140,
 143, 146, 214, 216, 219, 220,
 265, 280, 285, 286, 290, 297,
 309, 312, 314, 321, 376, 386,
 388, 391, 396, 399, 403, 407,
 408
 SBC, 252, 256
 Schrodinger, 143, 282, 283, 284, 285
 see breeze,
 semiannual, 61, 136, 396, 397, 400
 siklon tropis, 71, 111, 137, 164, 165,
 194, 201, 204, 205, 208, 209,
 210, 211, 212, 213, 216, 312
 sirkulasi, 8, 11, 12, 19, 37, 39, 40,
 41, 42, 43, 45, 50, 51, 55, 56,
 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64,
 66, 67, 69, 73, 74, 75, 76, 77,
 78, 79, 86, 113, 115, 116,
 117, 118, 119, 120, 122, 126,
 128, 130, 136, 137, 138, 139,
 161, 164, 168, 169, 171, 172,
 173, 175, 177, 178, 179, 181,
 185, 186, 188, 189, 195, 201,
 204, 205, 206, 209, 213, 221,
 224, 225, 235, 236, 238, 239,
 240, 241, 242, 243, 245, 248,
 249, 252, 254, 260, 271, 280,
 285, 303, 304, 385, 386, 387,
 388, 389
 soliton, 161, 229, 254, 267, 280, 281,
 282, 284, 289, 290, 291, 292,
 293, 294, 295, 297, 298
 spectral, 340
 squall line, 202, 224, 225, 229
 SST, 10, 13, 63, 87, 137, 189, 202,
 301, 302, 419
 stabilitas, 45, 125, 140, 164, 169,
 194, 197, 209, 217, 218, 293,
 366
 stratosfer, 8, 32, 33, 34, 43, 45, 48,
 61, 75, 76, 77, 79, 105, 106,
 130, 135, 136, 179, 180, 386,
 391, 392
 suhu muka laut, 63, 123, 301
 Sulaiman, 12, 13, 128, 415, 419, 422
 supercell, 224
 Taylor-Goldstein, 157, 263, 288, 296
 tektonik, 8, 9
 telekoneksi, 11, 119, 125, 129, 216
 temperatur, 4, 5, 6, 9, 21, 22, 27, 29,
 30, 31, 32, 33, 34, 35, 50, 59,
 130, 147, 156, 161, 167, 169,
 175, 196, 198, 202, 206, 207,

- 223, 236, 238, 239, 264, 272,
278, 279, 301, 341
- teori katastrofe,
- termodinamika, 21, 24, 27, 34, 37,
56, 66, 80, 81, 124, 145, 148,
156, 166, 175, 195, 197, 202,
221, 238, 240, 253
- termoklin, 12, 120, 121, 261, 302
- Tropic, 1
- troposfer, 8, 32, 33, 34, 35, 36, 43,
45, 49, 65, 66, 67, 70, 74, 75,
76, 77, 79, 86, 93, 105, 115,
118, 130, 133, 135, 136, 137,
144, 145, 180, 188, 196, 197,
198, 209, 213, 214, 272, 281,
294
- ultraviolet, 34, 49, 75
- updraft, 56, 59, 63, 81, 197, 198,
201, 206, 207, 208, 209, 222,
224
- van Bemmelen, 34, 130, 172, 416
- variabilitas, 11, 45, 48, 49, 71, 86,
87, 121, 129, 135, 136, 186,
198, 216, 249, 300, 323, 324
- vertical, 117, 393, 401, 413
- vortisitas, 2, 52, 53, 70, 79, 80, 81,
82, 93, 117, 124, 167, 168,
208, 209, 212, 219, 225, 226,
253, 256, 263, 286, 304, 307
- Walker, 10, 12, 115, 116, 117, 118,
119, 120, 126, 128, 213, 285,
392, 417
- wave train, 155, 395
- Wegener, 9
- westerly, 45, 59, 396, 405, 410, 411
- Wien, 5
- WKB, 157, 310, 311, 314
- x-band radar, 243
- Yamanaka, 11, 50, 79, 127, 136, 174,
180, 181, 185, 187, 190, 323,
394, 397, 398, 399, 402, 404,
405, 407, 408, 409, 410, 411,
413, 414, 415, 417, 418, 421
- Yanai, 103, 202, 418
- zonal, 16, 39, 40, 41, 43, 44, 45, 47,
49, 50, 51, 53, 55, 56, 57, 58,
59, 61, 62, 64, 66, 72, 74, 77,
78, 79, 83, 90, 91, 94, 101,
102, 103, 105, 106, 108, 111,
115, 116, 117, 123, 130, 131,
137, 138, 139, 143, 145, 147,
154, 156, 163, 170, 175, 177,
182, 183, 192, 204, 213, 215,
216, 221, 225, 226, 230, 233,
238, 239, 282, 301, 302, 305,
306, 308, 312, 342, 371, 391,
392, 393, 396, 399, 400, 406,
414

Benua Maritim Indonesia (BMI) adalah miniatur planet Bumi yang mempunyai ikatan erat antara daratan dan lautan. Tanpa BMI maka ekuator bumi akan menjadi “planet aqua” dengan permukaan rata dimana atmosfer dan lautan mengalir hampir secara zonal (timur-barat). Daratan dan lautan di atas Bumi mempunyai rasio luas 3:7 (mirip dengan rasio darat dan laut di BMI). BMI terdiri dari banyak pulau besar/kecil dengan garis pantai yang sangat panjang, banyak selat sempit yang mengontrol sirkulasi lautan global (Pasifik hingga Hindia). Perbedaan kapasitas panas daratan-laut di sepanjang garis pantai menghasilkan curah hujan terbesar di dunia dengan siklus diurnal. Siklus ini sangat dominan bahkan pada musim hujan. Pendinginan daratan yang disebabkan oleh hujan yang menyerupai alat penyiram membalikkan gradien suhu trans-pesisir sebelum matahari terbit. Proses-proses ini menyebabkan terjadinya pertukaran massa udara yang cepat antara daratan dan atmosfer, sebagai konsekuensi akan menghilangkan polutan udara lokal karena proses adveksi. Dilain pihak, pada tahun-tahun El Niño misalnya, suhu permukaan laut yang lebih dingin menekan curah hujan pagi hari di pesisir pantai, dan seringkali menyebabkan kabut yang menyebar dari daratan di sepanjang BMI.

Pemahaman dinamika atmosfer dan laut BMI menjadi sangat penting dan buku ini menyediakan landasan ilmu untuk memahami fenomena atmosfer di BMI. Penelitian di BMI sudah berkembang sangat pesat sejak dua dasawarsa yang lalu, dimana penelitian di bidang ini menjadi sangat maju termasuk kontribusi dari peneliti Indonesia. Suatu hal yang sangat membanggakan. Buku ini bukanlah rangkuman dari penelitian yang sudah ada, tetapi memberikan dasar pengetahuan dinamika yang dapat digunakan para mahasiswa atau peneliti junior untuk melakukan penelitian dinamika atmosfer di BMI dalam tingkat lanjut.

Selamat membaca!

BRIN Publishing
The Legacy of Knowledge

Diterbitkan oleh:
Penerbit BRIN, anggota Ikapi
Gedung B.J. Habibie Lt. 8,
Jln. M.H. Thamrin No. 8,
Kota Jakarta Pusat 10340
E-mail: penerbit@brin.go.id
Website: penerbit.brin.go.id

DOI: 10.55981/brin.1097



ISBN 978-602-6303-68-4



9 786026 130397 4