BRIN
BADAN RISET
DAN INOVASI NASIONAL

PENDIDIKAN MATEMATIKA SEKOLAH DASAR

KARYA TERPILIH
BRIN
BADAN RISET DAN INOVASI NASIONAL
PROGRAM AKUISISI
PENGETAHUAN LOKAL
TIDAK UNTUK DIPERJUALBELIKAN

Ridho Alfarisi
Dafik
Rafiantika Megahnia Prihandini

PENDIDIKAN MATEMATIKA SEKOLAH DASAR

PENDIDIKAN MATEMATIKA SEKOLAH DASAR

Ridho Alfarisi
Dafik
Rafiantika Megahnia Prihandini

Penerbit BRIN

Katalog dalam Terbitan (KDT)

Pendidikan Matematika Sekolah Dasar/Ridho Alfarisi, Dafik, Rafiantika Megahnia Prihandini–Jakarta: Penerbit BRIN, 2023.

xxii + 191 hlm.; 14,8 × 21 cm.

ISBN 978-623-8372-11-9 (*e-book*)

1. Matematika 2. Sekolah Dasar
3. Materi Bahan Ajar

510

Editor akuisisi : Risma Wahyu Hartiningsih
Copy editor : I Made Dwi Setiadi
Proofreader : Sarwendah Puspita Dewi & Anton Winarko
Penata isi : Rina Kamila
Desainer sampul : Dyah Arum Kusumastuti

Cetakan : Oktober 2023

Diterbitkan oleh:
Penerbit BRIN, Anggota Ikapi
Direktorat Repositori, Multimedia, dan Penerbitan Ilmiah
Gedung B.J. Habibie Lt. 8, Jl. M.H. Thamrin No. 8,
Kb. Sirih, Kec. Menteng, Kota Jakarta Pusat,
Daerah Khusus Ibukota Jakarta 10340
WhatsApp: +62 811-1064-6770
E-mail: penerbit@brin.go.id
Website: penerbit.brin.go.id
Penerbit BRIN
Penerbit_BRIN
penerbit.brin

DAFTAR ISI

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR TABEL

PENGANTAR PENERBIT

Sebagai penerbit ilmiah, Penerbit BRIN mempunyai tanggung jawab untuk terus berupaya menyediakan terbitan ilmiah yang berkualitas. Upaya tersebut merupakan salah satu perwujudan tugas Penerbit BRIN untuk turut serta membangun sumber daya manusia unggul dan mencerdaskan kehidupan bangsa sebagaimana yang diamanatkan dalam pembukaan UUD 1945.

Buku ini merupakan edisi revisi dan terbit ulang dari buku sebelumnya. Penambahan referensi dan substansi khususnya penambahan materi interaktif dilakukan pada buku ini agar memudahkan para pembaca, terutama calon guru sekolah dasar dalam mengajar peserta didik kelak. Melalui buku ini, para pembaca akan diingatkan kembali tahapan dalam mengenalkan matematika dasar kepada peserta didik sekolah dasar. Buku ini juga dilengkapi dengan bahan diskusi dan latihan soal. Selain itu, kunci jawaban dalam bentuk kode QR akan memudahkan para pembaca dalam mengoreksi jawaban latihan soal.

Buku ini diharapkan dapat memberikan manfaat bagi masyarakat luas, khususnya calon guru/pendidik matematika di sekolah dasar. Akhir kata, kami mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu proses penerbitan buku ini.

Penerbit BRIN

KATA PENGANTAR

Konsep matematika dikenalkan mulai tingkat sekolah dasar (SD). Tidak semua peserta didik dapat memahami dengan mudah konsep dasar matematika. Matematika di sekolah dasar terbagi menjadi lima domain, yaitu bilangan, aljabar, pengukuran, geometri, dan pengolahan data. Untuk menyampaikan konsep matematika tersebut dibutuhkan suatu media pembelajaran, alat peraga, model pembelajaran, strategi pembelajaran, pendekatan pembelajaran, dan metode pembelajaran yang sesuai dengan level kognitif peserta didik. Berdasarkan teori Bruner, terdapat tiga tahapan dalam pembelajaran konsep matematika, meliputi enaktif, ikonik, dan simbolis. Pembelajaran matematika harus diawali dengan masalah kontekstual melalui benda konkret kemudian dilanjutkan dengan visualisasi dan abstraksi. Jadi, perlu penyesuaian cara pembelajaran matematika dengan level kognitif peserta didik SD.

Buku ini memuat konsep dasar matematika dan cara mengajarkan kepada peserta didik SD. Materi di buku ini juga memuat masalah kontesktual sehari-hari sehingga buku ini dianjurkan bagi calon guru SD.

Jember, 22 Januari 2023

Assoc. Prof. Dr. Arika Indah Kristiana, S.Si., M.Pd.
Dosen Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

PRAKATA

Assalamualaikum Wr. Wb.

Alhamdulillah penulis sanjungkan kepada Allah Swt. sebagai rasa syukur atas rahmat serta hidayah-Nya sehingga dapat terselesaikan karya ini sebagai langkah kecil dari perjalanan hidup penulis. Buku ajar ini disusun sesuai dengan materi bahan ajar mata kuliah Pendidikan Matematika di program studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar yang tertuang dalam Rencana Pembelajaran Semester (RPS) pada perguruan tinggi. Penyajian materi buku ajar ini tersusun dalam sebelas materi/bab: 1) bilangan cacah; 2) bilangan bulat; 3) perpangkatan dan penarikan akar bilangan bulat; 4) kelipatan dan faktor bilangan; 5) KPK dan FPB; 6) pecahan biasa dan operasinya; 7) pecahan desimal; 8) bilangan rasional dan irasional; 9) persen, perbandingan, dan skala; 10) bangun datar; 11) bangun ruang; dan 12) pengolahan data. Buku ini pernah diterbitkan pertama kali pada tahun 2018. Pada tahun 2023, diterbitkan ulang melalui Program Akuisisi Pengetahuan Lokal. Setiap buku perlu pemutakhiran isi untuk kesempurnaan suatu karya. Penambahan materi matematika sekolah dasar di setiap bab sudah dilakukan untuk mempermudah pembaca memahami materi matematika dengan lebih jelas. Keunggulan buku ini adalah disajikan cara penyampaian materi kepada peserta didik dengan beberapa kegiatan yang dapat meningkatkan kreativitas peserta didik. Selain itu, penggunaan media pengajaran yang tepat dalam penyajian materi juga terdapat dalam buku ini. Akhir kata, penulis berharap agar buku ini bermanfaat bagi mahasiswa pendidikan guru sebagai salah satu buku penunjang dalam proses belajarnya.

Wassalamualaikum Wr. Wb.

BAB 1

BILANGAN CACAH

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Setelah mempelajari materi bilangan cacah, mahasiswa diharapkan mampu memahami konsep dasar bilangan cacah dan terampil menganalisis hubungan operasi pada bilangan cacah dengan kehidupan sehari-hari.

A. PENDAHULUAN

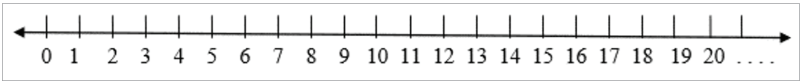
Suatu perkumpulan terdiri dari beberapa anggota sehingga dibutuhkan cara untuk menyatakan banyaknya anggota dalam perkumpulan tersebut, contohnya perkumpulan peserta didik di kelas. Terdapat berapa banyak peserta didik di kelas tersebut sehingga setiap perkumpulan dapat direlasikan dengan suatu konsep bilangan. Anggota perkumpulannya adalah benda-benda konkret kemudian kita perkenalkan bilangan yang menyatakan banyaknya anggota himpunan.

Terdapat suatu kumpulan hewan berkaki empat, seperti sapi, kambing, dan kucing. Kumpulan tersebut terdiri dari tiga anggota sehingga lambang bilangannya adalah “3”, yang mewakili bilangan tiga. Jika kumpulan tersebut terdiri dari satu sapi, artinya ia terdiri dari satu anggota, dengan kata lain lambang bilangannya adalah "1", yang mewakili bilangan satu. Bilangan-bilangan 1, 2, 3, 4, 5, dan seterusnya disebut bilangan asli. Dengan demikian, terdapat suatu kondisi kumpulan hewan berkaki tiga sehingga kumpulan itu tidak memiliki anggota. Terdapat kesulitan bagaimana menuliskan lambang bilangan yang menyatakan ketidakberadaan suatu anggota di dalam suatu kumpulan sehingga dibutuhkan penambahan suatu bilangan baru, yang kemudian disebut nol, dinotasikan dengan "0". Sekarang, kita telah menambahkan unsur baru, yaitu bilangan 0 ke dalam sistem bilangan asli sehingga kita memperoleh suatu himpunan baru yang disebut dengan himpunan bilangan cacah yang dapat dinyatakan sebagai berikut $C = \{0, 1, 2, 3, ...\}$. Setelah mempelajari materi bilangan cacah, Anda diharapkan dapat

1) memahami pengertian bilangan cacah;
2) memahami sifat-sifat bilangan cacah;
3) memahami dan terampil menggunakan sifat-sifat operasi penjumlahan pada bilangan cacah;
4) memahami dan terampil menggunakan sifat-sifat operasi pengurangan pada bilangan cacah;
5) memahami dan terampil menggunakan sifat-sifat operasi perkalian pada bilangan cacah;
6) memahami dan terampil menggunakan sifat-sifat operasi pembagian pada bilangan cacah; dan
7) memahami urutan-urutan pada bilangan cacah.

B. PENGERTIAN BILANGAN CACAH

Menambahkan unsur bilangan nol ke dalam himpunan bilangan asli disebut himpunan bilangan cacah. Sistem bilangan cacah dalam matematika dinotasikan dengan C yang dapat dinyatakan dengan $C = \{0, 1, 2, 3, ...\}$. Himpunan bilangan cacah dapat dinyatakan ke dalam garis bilangan. Himpunan bilangan cacah pada suatu garis bilangan diilustrasikan pada Gambar 1.1.



Gambar 1.1 Bilangan Cacah dalam Garis Bilangan

Himpunan bilangan cacah memuat beberapa himpunan bilangan sebagai berikut.

1) Himpunan bilangan asli = {1, 2, 3, 4, ...}
2) Himpunan bilangan genap = {0, 2, 4, 6, ...}
3) Himpunan bilangan ganjil = {1, 3, 5, 7, ...}
4) Himpunan bilangan kuadrat = {0, 1, 4, 9, ...}
5) Himpunan bilangan prima = {2, 3, 5, 7, ...}
6) Himpunan bilangan komposit = {4, 6, 8, 12, ...} (Varberg dkk., 2017).

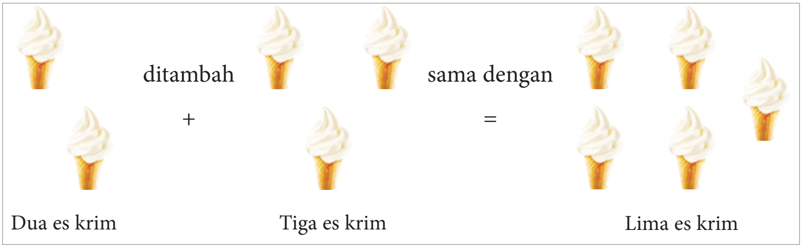
C. OPERASI PADA BILANGAN CACAH

Terdapat empat operasi pada bilangan, yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Penjelasan terkait operasi bilangan akan disampaikan sebagai berikut.

1. Penjumlahan

Pada umumnya peserta didik mendapat pelajaran tentang penjumlahan pada saat berada di kelas awal karena level kognitif peserta didik masih berada dalam tahap konkret. Berdasarkan teori belajar Bruner, terdapat tiga tahapan dalam pembelajaran matematika yang meliputi tahap enaktif, tahap ikonik, dan tahap simbolis. Oleh karena itu, pembelajaran konsep penjumlahan dimulai dari memperkenalkan benda-benda konkret atau alat peraga yang dikaitkan dengan kehidupan sehari-hari. Salah satunya adalah dengan cara berikut.

Sofar dan Farhan membeli es krim. Sofar membeli 2 es krim, sedangkan Farhan membeli 3 es krim. Berapakah jumlah es krim keduanya?



Sumber: Somben Chea/Pexels (2018)

Gambar 1.2 Penjumlahan menggunakan peraga benda konkret.

Untuk setiap x dan y yang merupakan bilangan cacah, penjumlahan bilangan cacah dilakukan sebagai berikut.

1) $x + y = y + x$ dan
2) $x + 0 = x$ atau $y + 0 = y$.

Selanjutnya, ini akan dijelaskan mengenai sifat-sifat penjumlahan bilangan cacah.

a. Sifat Tertutup

Setiap dan y anggota himpunan bilangan cacah selalu ada bilangan cacah z sedemikian rupa sehingga

$$x + y = z \in C.$$

Hasil penjumlahan dua atau lebih bilangan cacah merupakan bilangan cacah.

b. Sifat Pertukaran (Komutatif)

Setiap x dan y anggota himpunan bilangan cacah sedemikian rupa sehingga

$$x + y = y + x.$$

Jika dua bilangan cacah dijumlahkan, urutan letak dua bilangan tersebut tidak mengubah hasil dari penjumlahan.

c. Sifat Pengelompokan (Asosiatif)

Setiap x dan y anggota himpunan bilangan cacah sedemikian rupa sehingga

$$(x + y) + z = y + (x + z)$$

Dalam penjumlahan bilangan cacah lebih dari 3 bilangan, bilangan-bilangan mana saja yang dijumlahkan dahulu tidak memengaruhi hasil dari penjumlahan tersebut.

d. Unsur Identitas Penjumlahan

Setiap y anggota himpunan bilangan cacah sedemikian rupa sehingga

$$y + 0 = 0 + y = y.$$

Dalam menjumlahkan bilangan cacah dengan bilangan nol, hasil penjumlahannya adalah bilangan itu sendiri.

e. Sifat Kanselasi

Untuk setiap x, y, dan z anggota himpunan bilangan cacah sedemikian sehingga

$$x + z = y + z.$$

Jika dua buah bilangan cacah ditambahkan dengan bilangan yang sama dan menghasilkan bilangan yang sama, kedua bilangan semula adalah bilangan yang sama (Karso, 2014; Wheeler, 1973).

Operasi penjumlahan pada bilangan cacah dapat juga disajikan dengan garis bilangan. Prinsip yang digunakan dalam proses penjumlahan dengan garis bilangan adalah sebagai berikut.

1) Bilangan positif dinyatakan dengan panah menghadap ke kanan dan bilangan negatif dinyatakan dengan panah menghadap ke kiri.
2) Operasi penjumlahan (+) menyatakan gerak maju dan operasi pengurangan (–) menyatakan gerak mundur.

Penjumlahan bilangan cacah $x + y$ yang diilustrasikan dengan garis bilangan menggunakan prinsip sebagai berikut.

1) Bilangan positif dinyatakan dengan panah ke kanan.
2) Panah yang mewakili bilangan pertama (x) diilustrasikan dengan panah yang pangkalnya diletakkan di posisi 0 pada garis bilangan dan ujungnya berada pada posisi bilangan x.

3) Gerakan operasi dimulai dari ujung panah yang menyatakan x, arahnya mengikuti tanda bilangan y dengan gerakan maju.
4) Posisi terakhir merupakan hasil dari penjumlahan bilangan tersebut.

Contoh:

1. $3 + 2 = 5$

2. Pengurangan

Operasi pengurangan bertujuan mencari selisih di antara komponen-komponennya. Cara pengoperasiannya tidak jauh berbeda dengan penjumlahan.

Contoh:

Intan membeli 11 butir permen kemudian ia memberikan permennya kepada Sela sebanyak 5 permen. Berapakah sisa permen yang dimiliki Intan sekarang?

Jawab:

$$11 - 5 = 6.$$

Untuk dua buah bilangan cacah x dan y, berlaku $x - y = z \in C$ untuk $x > y$. Secara logika, jika $x < y$ maka $x - y \notin C$. Jadi, bilangan cacah tidak tertutup terhadap pengurangan.

3. Perkalian

Pada bilangan cacah, perkalian merupakan penjumlahan berulang. Misalkan, $6 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$ dan $3 \times 6 = 6 + 6 + 6 = 18$. Berikut ini akan dijelaskan mengenai sifat-sifat perkalian bilangan cacah.

a. Sifat Tertutup

Untuk setiap x dan y anggota himpunan bilangan cacah selalu ada bilangan cacah z sedemikian rupa sehingga

$$x \times y = z \in C.$$

Hasil perkalian dua atau lebih bilangan cacah merupakan bilangan cacah.

b. Sifat Pertukaran (Komutatif)

Setiap x dan y anggota himpunan bilangan cacah sedemikian rupa sehingga

$$x \times y = y \times x.$$

Jika dua buah anggota bilangan cacah dikalikan, urutan letak bilangan tersebut tidak mengubah hasil dari perkalian.

c. Sifat Pengelompokan (Asosiatif)

Setiap x, y, dan z anggota himpunan bilangan cacah sedemikian rupa sehingga

$$(x \times y) \times z = y \times (x \times z).$$

Dalam perkalian lebih dari 3 bilangan cacah, bilangan-bilangan mana saja yang dikalikan dahulu tidak memengaruhi hasil dari perkalian.

d. Unsur Identitas Perkalian

Untuk setiap anggota himpunan bilangan cacah,

$$y \times 1 = 1 \times y = y.$$

Dalam perkalian bilangan cacah dengan bilangan satu maka hasil perkaliannya adalah bilangan itu sendiri.

e. Sifat Kanselasi

Untuk setiap x, y, dan z anggota himpunan bilangan cacah dan $z \neq 0$,

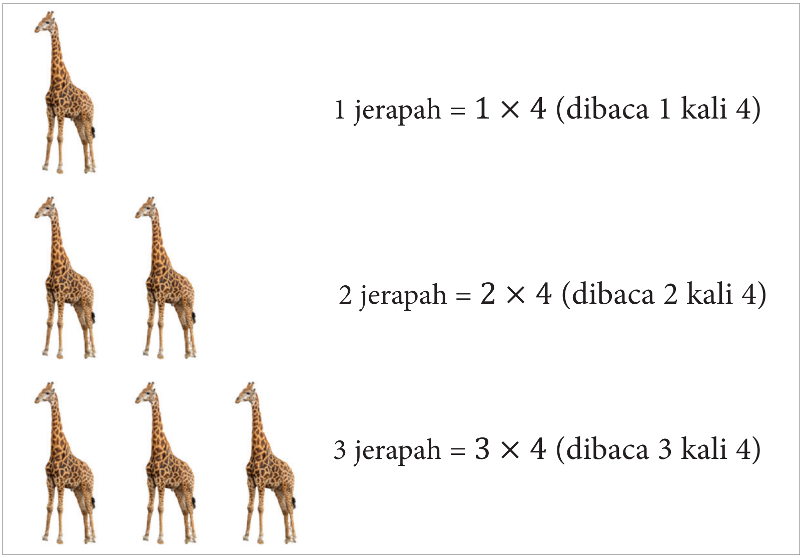
$$x \times z = y \times z.$$

Jika dua buah bilangan cacah di ruas kanan dan kiri dikalikan dengan bilangan yang sama memberikan hasil yang sama di kedua ruas, kedua bilangan semula adalah bilangan yang sama (Musser dkk., 2013).

Misalnya pendidik berinteraksi dengan peserta didik dan bertanya seperti contoh berikut.

1) Apakah kalian pernah melihat jerapah?
2) Jika pernah melihat, berapa banyak kaki jerapah itu?
3) Jika jerapahnya dua, berapa banyak kaki seluruhnya?
4) Jika jerapahnya tiga, berapa banyak kaki seluruhnya?

Peserta didik diharapkan dapat menjawab seluruh pertanyaan. Jika peserta didik sudah menjawab seluruh pertanyaan, pendidik memulai menyiapkan gambar jerapah dimulai dari 1 jerapah, 2 jerapah, hingga 3 jerapah.



Sumber: Magda Ehlers/Pexels (2018)

Gambar 1.3 Jerapah sebagai Media Pembelajaran Perkalian

Setelah Gambar 1.3 ditempel di papan, peserta didik diajak untuk menghitung jumlah kaki jerapah yang dikalikan dengan jumlah jerapah, dengan demikian peserta didik akan dapat memahami konsep perkalian. Dengan menggunakan pendekatan kontekstual seperti contoh Gambar 1.3, peserta didik akan lebih mudah memahami konsep dari operasi perkalian.

D. RANGKUMAN

Setelah mempelajari materi bilangan cacah, kita dapat menyimpulkan bahwa sistem bilangan cacah dalam matematika dinotasikan dengan

C yang dapat dinyatakan dengan $C = \{0, 1, 2, 3, ...\}$. Operasi dalam bilangan cacah meliputi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian.

Setiap x, y, dan z anggota bilangan cacah sedemikian rupa sehingga berlaku sifat-sifat berikut ini.

1) **Sifat tertutup**

Bilangan cacah dikatakan tertutup pada operasi perkalian dan penjumlahan karena setiap dua buah bilangan cacah yang dijumlahkan akan menghasilkan bilangan cacah dan setiap dua buah bilangan cacah yang dikalikan akan menghasilkan bilangan cacah.

Sifat tertutup pada operasi penjumlahan:

$$x + y \in C.$$

Sifat tertutup pada operasi perkalian:

$$x \times y \in C.$$

2) **Sifat komutatif**

Sifat komutatif pada operasi penjumlahan:

$$x + y = y + x.$$

Sifat komutatif pada operasi perkalian:

$$x \times y = y \times x.$$

3) **Sifat asosiatif**

Sifat asosiatif pada operasi penjumlahan:

$$(x + y) + z = x + (y + z).$$

Sifat asosiatif pada operasi perkalian:

$$(x \times y) \times z = x \times (y \times z).$$

4) **Sifat identitas**

Sifat identitas pada operasi penjumlahan:

$$x + 0 = 0 + x = x.$$

Sifat identitas pada operasi perkalian:

$$x \times 1 = 1 \times x = x.$$

5) **Sifat kanselasi**

Sifat kanselasi pada operasi penjumlahan:

$$x + z = y + z.$$

Sifat kanselasi pada operasi perkalian:

$$x \times z = x \times z, \text{ dengan } z \neq 0.$$

E. BAHAN DISKUSI

Bilangan cacah merupakan gabungan dari bilangan asli dan bilangan nol sehingga perlu dikaji juga keterkaitan sifat-sifat yang ada di bilangan asli dan bilangan cacah. Beberapa permasalahan yang dapat Anda diskusikan lebih lanjut adalah sebagai berikut. Bilangan cacah bersifat tertutup pada operasi penjumlahan dan perkalian, tetapi tidak berlaku dengan operasi pengurangan dan pembagian.

1) Mengapa bilangan cacah tidak bersifat tertutup pada operasi pengurangan dan pembagian?
2) Mengapa $\frac{a}{0}$ tak terdefinisi? Jelaskan!
3) Bagaimana cara menjelaskan konsep sifat pertukaran (komutatif) pada peserta didik di sekolah dasar?

F. LATIHAN SOAL

Kerjakanlah soal-soal berikut ini!

1) Tunjukkan bahwa untuk $x, y \in C$ tidak tertutup pada operasi pembagian! Berikan contohnya!

2) Tunjukkan bahwa untuk $x, y \in C$ tidak tertutup pada operasi pengurangan! Berikan contohnya!
3) Analisislah perbedaan makna yang terdapat pada 3×1 dan 1×3!
4) Carilah sifat asosiatif dari perkalian berikut ini!
   a) $23 \times 12 \times 15$
   b) $45 \times 23 \times 32$
   c) $23 \times 15 \times 26$

DAFTAR PUSTAKA

Basri, H. (2021). *Teori bilangan*. Eurike Media Aksara.

Chea, S. (2018). Es krim dalam kerucut [Gambar]. Pexels. Diakses dari https://www.pexels.com/id-id/foto/es-krim-dalam-kerucut-1294943/

Ehlers, M. (2018). Foto jerapah [Gambar]. Pexels. Diakses dari https://www.pexels.com/id-id/foto/foto-jerapah-1319515/

Fahmi, S., & Priwantoro, S. W. (2021). *Logika matematika dan himpunan*. UAD PRESS.

Handayani, R., & Yulina, Y. (2020). *Teori bilangan*. UMKO Publishing.

Karso, H. (2014). *Pendidikan matematika*. Universitas Terbuka.

Musser, G. L., Peterson, B. E., & Burger, W. F. (2013). *Mathematics for elementary teachers: A contemporary approach*. John Wiley & Sons.

Purnomo, Y. W. (2014). *Bilangan cacah dan bulat*. Alfabeta.

Varberg, D. E., Purcell, E. J., & Rigdon, S. E. (2017). *Calculus,* (9th Edition). Pearson Education International.

Wheeler, R. E. (1973). *Modern mathematics*: *An elementary approach.* Brooks/Cole Publishing Company.

BAB 2

BILANGAN BULAT

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Setelah mempelajari materi bilangan bulat, mahasiswa diharapkan mampu memahami konsep dasar bilangan bulat dan terampil menganalisis hubungan operasi pada bilangan bulat dengan kehidupan sehari-hari.

A. PENDAHULUAN

Pembahasan bilangan bulat secara langsung berkaitan dengan pembahasan bilangan asli dan bilangan cacah. Pada bilangan asli dan cacah, operasi penjumlahan dan perkalian bersifat tertutup, tetapi untuk operasi pengurangan dan pembagian tidak bersifat tertutup. Pada bilangan asli dan cacah, operasi pengurangan akan bersifat tertutup jika besar bilangan pengurangnya tidak lebih besar dari bilangan yang dikurangi. Karena operasi pengurangan di bilangan cacah tidak bersifat tertutup, dibutuhkan suatu sistem bilangan lain yang bisa menaungi bilangan cacah, yaitu sistem bilangan bulat.

Bilangan cacah x selain nol (0) dapat dinyatakan dalam dua simbol, yaitu "$+ x$" dan "$- x$", di mana $+x$ adalah x positif dan $- x$ adalah x negatif. Terdapat tiga himpunan bilangan bulat, yaitu himpunan bilangan bulat nol {0}, himpunan bilangan bulat positif {1, 2, 3, 4, 5, ...} dan himpunan bulat negatif {-1, -2, -3, -4, ...}. Jadi, bilangan bulat adalah {..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, ...}. Dalam pemahaman bilangan bulat terutama penjumlahan dan pengurangan, bilangan bulat memerlukan kekreatifan dalam mengajar peserta didik SD. Untuk itu, perlu dibutuhkan model pembelajaran yang mengutamakan keaktifan peserta didik SD sehingga peserta didik dapat memahami materi bilangan bulat itu sendiri. Setelah mempelajari materi bilangan bulat, Anda diharapkan dapat

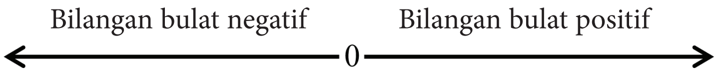
1) memahami pengertian bilangan bulat;
2) memahami sifat-sifat bilangan bulat;
3) memahami dan terampil menggunakan sifat-sifat operasi penjumlahan pada bilangan bulat;
4) memahami dan terampil menggunakan sifat-sifat operasi pengurangan pada bilangan bulat;
5) memahami dan terampil menggunakan sifat-sifat operasi perkalian pada bilangan bulat;
6) memahami dan terampil menggunakan sifat-sifat operasi pembagian pada bilangan bulat; dan
7) memahami urutan-urutan pada bilangan bulat.

B. PENGERTIAN BILANGAN BULAT

Himpunan bilangan cacah tanpa bilangan nol disebut bilangan asli, juga merupakan bilangan bulat positif. Oleh karena itu, himpunan bilangan bulat merupakan gabungan dari himpunan bilangan bulat positif, himpunan bilangan nol, dan himpunan bilangan bulat negatif. Himpunan bilangan bulat dinotasikan *Z*.

Bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri dari bilangan cacah dan bilangan bulat negatif.

1) Bilangan bulat positif terdiri dari 1, 2, 3, 4, 5, ...
2) Bilangan bulat negatif terdiri dari -1, -2, -3, -4, -5, ...
3) Bilangan bulat tak negatif terdiri dari 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...
4) Bilangan bulat tak positif terdiri dari 0, -1, -2, -3, -4, -5, ...
5) Bilangan nol, yaitu bilangan bulat yang tidak positif dan tidak pula negatif.



Bilangan bulat negatif berada di sebelah kiri 0 dan bilangan bulat positif di sebelah kanan 0, dapat juga dikatakan maju. Bilangan bulat negatif berada di sebelah kiri 0 dan bilangan negatif dapat dikatakan mundur (Varberg dkk., 2017; Musser dkk., 2013).

Relasi pada bilangan bulat terdiri dari relasi 'sama dengan' dan relasi 'urutan'. Untuk dua bilangan bulat x dan y, maka berlaku salah satu sifat berikut:

1) $x = y$,
2) $x < y$, atau
3) $x > y$.

Ketiga sifat tersebut disebut juga dengan sifat trikotomi. Khususnya pada relasi 'sama dengan' terdapat bebebapa sifat refleksif, simetris, dan transitif sebagai berikut.

1) Sifat Refleksif

   Untuk sebarang bilangan bulat x, berlaku

$$x = x.$$

2) Sifat Simetris

   Untuk sebarang dua bilangan bulat x dan y, maka berlaku

$$x = y \rightarrow y = x.$$

3) Sifat Transitif

   Untuk sebarang tiga bilangan bulat x, y, dan z, maka berlaku

$$x = y \text{ dan } y = z \rightarrow x = z.$$

Untuk sifat 'urutan' pada bilangan bulat tidak berlaku sifat refleksif dan simetris, tetapi berlaku sifat transitif. Untuk sebarang tiga bilangan bulat, berlaku $a < b$, $b < c \rightarrow a < c$.

C. OPERASI PADA BILANGAN BULAT

Terdapat empat operasi dasar pada bilangan bulat, yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Operasi penjumlahan, pengurangan, dan perkalian pada bilangan bulat bersifat tertutup, sedangkan operasi pembagian tidak bersifat tertutup.

1. Operasi Penjumlahan

Bilangan bulat memuat bilangan cacah sehingga penjumlahan bilangan bulat positif berlaku sama seperti penjumlahan bilangan cacah. Untuk setiap x dan y merupakan bilangan cacah, penjumlahan bilangan cacah adalah sebagai berikut:

1) $x + y = y + x$,
2) $x + (-y) = (x - y)$ atau $x > y$,
3) $x + (-x) = 0$ atau $(-x) + x = 0$, dan
4) $x + (-y) = -(y - x)$ atau $x < y$.

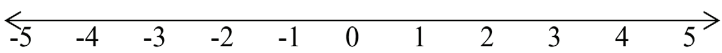
Untuk menjelaskan cara mengerjakan operasi penjumlahan bilangan bulat, salah satunya kita akan menggunakan garis bilangan sebagai berikut.

Contoh:

Anis membeli ikat rambut sebanyak 4 buah, kemudian Anis membeli lagi 1 buah ikat rambut, berapakah jumlah ikat rambut yang dimiliki Anis sekarang?

Langkah-langkah pengerjaan:

1) Langkah 1: buatlah garis bilangan seperti di bawah ini.



2) Langkah 2: Anis memiliki 4 buah ikat rambut, maka dimulai dari 0 kemudian maju sebanyak 4 langkah.
3) Langkah 3: Karena Anis membeli ikat rambut lagi sebanyak 1 buah, maka maju 1 langkah ke kanan sehingga berada di angka 5.

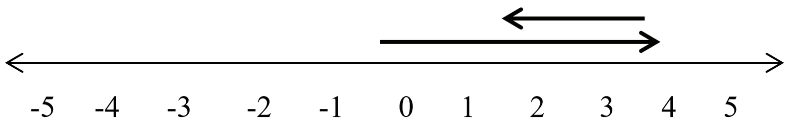
Jadi, jumlah ikat rambut yang dimiliki Anis adalah 5 buah.

2. Operasi Pengurangan

Sama seperti penjumlahan bilangan bulat, operasi pengurangan dapat menggunakan garis bilangan.

Contoh:

Roni memiliki bola sebanyak 4 buah, kemudian Roni memberikan bola tersebut kepada adiknya sebanyak 2 buah. Berapakah sisa



bola yang dimiliki Roni?

1) Langkah 1: Roni mempunyai bola sebanyak 4 buah, jadi dimulai dari angka 0, kemudian maju 4 langkah ke kanan.
2) Langkah 2: Roni telah memberikan bolanya sebanyak 2 buah, maka mundur 2 langkah hingga berhenti di angka 2.

Jadi, jumlah bola yang dimiliki Roni adalah 2 buah.

3. Operasi Perkalian

Pada bilangan cacah, perkalian merupakan penjumlahan berulang. Operasi perkalian tersebut bersifat komutatif. Perkalian dengan bilangan bulat positif mendasarkan pada penjumlahan berulang sebagai arti perkalian.

a. Perkalian Bilangan Bulat Positif dan Bilangan Bulat Positif

Perhatikan beberapa kasus berikut ini!

$1 \times 1 = 1,$

$2 \times 1 = \underbrace{1 + 1}_{2} = 2,$

$3 \times 1 = \underbrace{1 + 1 + 1}_{3} = 3,$

...

$a \times 1 = \underbrace{1 + 1 + 1 + 1 + \cdots + 1}_{a} = a,$ untuk a dan 1 merupakan bilangan bulat positif.

$1 \times a = \underbrace{a}_{1} = a,$ untuk dan 1 merupakan bilangan bulat positif.

Berdasarkan penjelasan tersebut, $a \times 1 = 1 \times a = a$ sehingga dapat disimpulkan bahwa perkalian bilangan bulat positif dan bilangan bulat positif menghasilkan bilangan bulat positif atau dinyatakan sebagai berikut.

$$(+) \times (+) = (+).$$

b. Perkalian Bilangan Bulat Positif dan Bilangan Bulat Negatif

Seperti halnya pada perkalian bilangan bulat positif dan bilangan bulat positif, perkalian bulat positif dan bilangan bulat negatif dilakukan dengan menggunakan sifat komutatif perkalian. Selanjutnya, digunakan konsep perkalian bahwa penjumlahan berulang. Contohnya sebagai berikut:

$1 \times (\text{-}2) = -2,$

$2 \times (\text{-}2) = (\text{-}2) + (\text{-}2) = (\text{-}4),$

$3 \times (\text{-}2) = (\text{-}2) + (\text{-}2) + (\text{-}2) = (\text{-}6);$

sedangkan jika diberlakukan sebaliknya:

$(\text{-}2) \times 1 = 1 \times (\text{-}2) = \text{-}2,$

$(\text{-}2) \times 2 = 2 \times (\text{-}2) = (\text{-}2) + (\text{-}2) = (\text{-}4),$

$(\text{-}2) \times 3 = 3 \times (\text{-}2) = (\text{-}2) + (\text{-}2) + (\text{-}2) = (\text{-}6).$

Jadi, dapat disimpulkan bahwa perkalian bilangan bulat positif dan bilangan bulat negatif menghasilkan bilangan bulat negatif atau dinyatakan sebagai berikut.

$$(+) \times (-) = (-) \times (+) = (-).$$

c. Perkalian Bilangan Bulat Negatif dan Bilangan Bulat Negatif

Perkalian antara bilangan bulat negatif dan bilangan bulat negatif dapat dikerjakan dengan menggunakan pola sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
6 \times (-3) &= -18,\\
5 \times (-3) &= -15,\\
4 \times (-3) &= -12,\\
3 \times (-3) &= -9,\\
2 \times (-3) &= -6,\\
1 \times (-3) &= -3,\\
0 \times (-3) &= 0,\\
(-1) \times (-3) &= 3,\\
(-2) \times (-3) &= 6,\\
(-3) \times (-3) &= 9,\\
(-4) \times (-3) &= 12,\\
(-5) \times (-3) &= 15.
\end{aligned}$$

Jadi, dapat disimpulkan bahwa perkalian bilangan bulat negatif dan bilangan bulat negatif menghasilkan bilangan bulat positif atau dinyatakan sebagai berikut.

$$(-) \times (-) = (+).$$

4. Operasi Pembagian

Membagi suatu bilangan bulat sama dengan mengurangi bilangan itu secara berulang sampai habis.

Contoh:

Anita mempunyai pensil sebanyak 15. Pensil tersebut akan dibagikan kepada 3 temannya dengan jumlah yang sama. Berapakah pensil yang akan diterima oleh masing-masing teman Anita?

Persoalan tersebut dapat dijawab dengan pengurangan 3 terhadap 15 secara berulang hingga tak tersisa. Dapat ditulis sebagai berikut.

$$15 - 3 - 3 - 3 - 3 - 3 = 0.$$

Bilangan 3 dapat mengurangi 15 sampai tak tersisa. Itu artinya 15 : 3 = 5. Jadi, pensil yang diterima oleh teman Anita adalah 5 buah.

Contoh soal:

1) $12 : 3 = 4$,
   $12 - 3 - 3 - 3 - 3 = 0$.
2) $20 : 5 = 4$,
   $20 - 5 - 5 - 5 - 5 = 0$.

Operasi pembagian pada bilangan bulat tidak bersifat tertutup karena $\exists\ 1, 2 \in Z, \ni \frac{1}{2} \notin Z$ (Z merupakan himpunan bilangan bulat).

D. SIFAT-SIFAT OPERASI PADA BILANGAN BULAT

Sifat-sifat operasi pada bilangan bulat dipaparkan dengan detail sebagai berikut.

1. Sifat Operasi Penjumlahan

a. Sifat Tertutup

Untuk sebarang dua bilangan bulat x, y dan selalu ada bilangan bulat z, berlaku

$$x + y = z \in Z.$$

Misalnya kita ambil beberapa bilangan bulat kemudian kita jumlahkan, hasil penjumlahannya merupakan bilangan bulat. Contoh:

1) $4 + (-2) = 2 \in Z$,
2) $6 + (-5) = 1 \in Z$,
3) $7 - 4 = 3 \in Z$,
4) $-9 + (-6) = -15 \in Z$.

b. Sifat Pertukaran (Komutatif)

Untuk sebarang dua bilangan bulat x dan y, berlaku

$$x + y = y + x.$$

Contoh:

1) $6 + 3 = 9$ dan $3 + 6 = 9$,
2) $-2 + 5 = 3$ dan $5 - 2 = 3$.

Jika dua bilangan bulat dijumlahkan, urutan letak kedua bilangan bulat tidak mengubah hasil dari penjumlahan tersebut.

c. Sifat Pengelompokan (Asosiatif)

Setiap x, y, dan z adalah bilangan cacah sedemikian rupa sehingga

$$(x + y) + z = y + (x + z).$$

Contoh:

$$(8 + (-5)) + 4 = -5 + (8 + 4),$$
$$3 + 4 = -5 + 12,$$
$$7 = 7.$$

Jadi, $(8 + (-5)) + 4 = 8 + (-5 + 4)$.

Dalam penjumlahan bilangan cacah lebih dari 3 bilangan, bilangan-bilangan mana saja yang dijumlahkan dahulu tidak memengaruhi hasil dari penjumlahan tersebut.

d. Sifat Bilangan Nol

Setiap y adalah bilangan cacah sedemikian rupa sehingga

$$y + 0 = 0 + y = y.$$

Contoh:

1) $3 + 0 = 3$,
2) $-5 + 0 = -5$,
3) $10 + 0 = 10$.

Dalam menjumlah bilangan bulat dengan bilangan nol (0), hasil penjumlahannya akan tetap menjadi dirinya sendiri. Nol merupakan unsur identitas dalam bilangan bulat untuk operasi penjumlahan.

e. Sifat Kanselasi

Setiap x, y, dan z adalah bilangan cacah sedemikian rupa sehingga

$$x + z = y + z.$$

Jika dua buah bilangan bulat ditambahkan dengan bilangan yang sama dan menghasilkan bilangan yang sama, kedua bilangan semula adalah bilangan yang sama.

f. Unsur Invers

Untuk setiap biangan bulat x, selalu ada bilangan bulat y sedemikian rupa sehingga

$$x + y = y + x = 0.$$

Dikatakan bahwa bilangan bulat y merupakan bilangan invers penjumlahan (lawan) dari bilangan bulat x. Lawan bilangan bulat dinyatakan dengan notasi $-x$ sedemikian rupa sehingga $x + y = x + (-x) = (-x) + x = 0$.

2. Sifat Perkalian

a. Sifat Tertutup

Untuk setiap x dan y adalah bilangan bulat, selalu ada bilangan cacah z sedemikian rupa sehingga

$$x \times y = z \in Z.$$

Sifat tertutup dalam perkalian sama halnya dengan sifat tertutup penjumlahan. Apabila ada dua bilangan bulat yang dikalikan, hasilnya akan tetap bilangan bulat.

Contoh:

Bilangan 4 dan -5 adalah bilangan bulat yang apabila dikalikan akan menghasilkan -20 yang juga merupakan bilangan bulat.

b. Sifat Pertukaran (Komutatif)

Setiap x dan y adalah bilangan bulat sedemikian rupa sehingga

$$x \times y = y \times x.$$

Contoh:

1) $6 \times 4 = 24$ dan $4 \times 6 = 24$,
2) $3 \times (-5) = -15$ dan $-5 \times 3 = -15$.

Jika dua bilangan bulat dikalikan, urutan letak kedua bilangan tidak mengubah hasil dari perkalian tersebut.

c. Sifat Pengelompokan (Asosiatif)

Setiap x, y, dan z adalah bilangan bulat sedemikian rupa sehingga

$$(x \times y) \times z = x \times (y \times z).$$

Sifat pengelompokan berlaku pada operasi penjumlahan. Apakah sifat pengelompokan juga berlaku pada operasi perkalian?

Contoh:

$$(4 \times (-3)) \times 2) = (4 \times (-3 \times 2)),$$

$$-12 \times 2 = 4 \times (-6),$$

$$-24 = -24.$$

Jika mengalikan bilangan bulat lebih dari 3 bilangan, bilangan-bilangan mana saja yang dikalikan dahulu tidak memengaruhi hasil dari perkalian tersebut.

d. Sifat Penyebaran (Distributif)

Setiap x, y, dan z adalah bilangan bulat sedemikian rupa sehingga

$$(x \pm y) \times z = (x \times z) \pm (y \times z),$$

$$x \times (y \pm z) = (x \times y) \pm (x \times z).$$

Contoh:

$$5 \times (3 + 6) = (5 \times 3) + (5 \times 6),$$
$$5 \times 9 = 15 + 30,$$
$$45 = 45.$$

e. Sifat Identitas Perkalian

Setiap y adalah bilangan bulat sedemikian rupa sehingga

$$y \times 1 = 1 \times y = y.$$

Contoh:

1) $2 \times 1 = 2$,
2) $3 \times 1 = 3$,
3) $-5 \times 1 = -5$.

Ternyata bahwa setiap bilangan bulat jika dikalikan dengan satu hasilnya sama dengan bilangan itu sendiri.

f. Sifat Kanselasi

Setiap x, y, dan z adalah bilangan cacah dan $x, y, z \neq 0$ sedemikian rupa sehingga

$$x \times z = y \times z.$$

Jika dua buah bilangan bulat dikalikan dengan bilangan yang sama bukan nol dan menghasilkan bilangan yang sama, kedua bilangan semula adalah bilangan yang sama (Karso, 2014; Wheeler, 1973).

E. RANGKUMAN

Berdasarkan pembahasan materi pada kegiatan pembelajaran bilangan bulat, garis besar materi yang dibahas meliputi definisi, contoh, dan latihan tentang bilangan bulat, operasi bilangan bulat dan sifat-sifat operasi pada bilangan bulat. Prinsip selanjutnya adalah sifat keterurutan, meliputi kurang dari, sama dengan, dan lebih dari.

1) Himpunan bilangan bulat dinotasikan Z dan dapat dinyatakan dengan $Z = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$.

2) Sifat $x < y$, $x = y$, $x > y$ disebut juga dengan sifat trikotomi. Khususnya pada relasi 'sama dengan', terdapat beberapa sifat berikut:
   a) refleksif, yaitu $x = x$ untuk setiap $x \in Z$;
   b) simetris, yaitu $x = y \rightarrow y = x$ untuk setiap $x, y \in Z$; dan
   c) transitif, yaitu $x = y, y = z \rightarrow x = z$ untuk setiap $x, y, z \in Z$.
3) Diketahui sifat-sifat operasi pada bilangan bulat dengan ketentuan bahwa * merupakan suatu operasi biner sehingga memiliki beberapa sifat sebagai berikut:
   a) tertutup, yaitu $x * y \in Z$ untuk setiap $x, y \in Z$;
   b) komutatif, yaitu $x * y = y * x$ untuk setiap $x, y \in Z$;
   c) asosiatif, yaitu $x * (y * z) = (x * y) * z$ untuk setiap $x, y, z \in Z$; dan
   d) unsur identitas, yaitu jika setiap $x \in Z$ dan $i \in Z$, sedemikian rupa sehingga $x * i = i * x = x$.

F. BAHAN DISKUSI

Untuk memperdalam materi yang dipelajari sebelumnya, kerjakanlah latihan berikut ini dengan diskusi kelompok!

1) Untuk memahami sistem bilangan yang lebih luas, perlu adanya bahasan mengenai sistem numerasi, carilah sitem numerasi yang sudah ada atau yang sedang digunakan untuk memuat sejarah bilangan!
2) Buktikan bahwa $x + (-y) = x - y$ untuk setiap $x, y \in Z$!
3) Diketahui $x, y, z \in Z$, $x < y$ dan $z < 0$. Buktikan bahwa $x + z < y + z$!
4) Bagaimana cara menjelaskan konsep sifat pertukaran (komutatif) pada peserta didik di sekolah dasar?

G. LATIHAN SOAL

Kerjakanlah latihan soal berikut ini!

1) Tunjukkan bahwa untuk $x, y \in Z$ tidak tertutup pada pada operasi pembagian! Berikan contohnya!
2) Tunjukkan bahwa untuk $x, y \in Z$ tertutup pada operasi pengurangan! Berikan contohnya!

3) Jika $x, y, z \in Z$, $x < y$, $z > 0$, buktikan bahwa $xz < yz$!
4) Apakah sifat-sifat berikut berlaku pada pengurangan bilangan bulat? Berikan contoh apabila berlaku! Tunjukkan contoh penyangkal apabila tidak berlaku!
   a) Tertutup
   b) Asosiatif
   c) Komutatif
   d) Identitas

DAFTAR PUSTAKA

Fahmi, S., & Priwantoro, S. W. (2021). *Logika matematika dan himpunan*. UAD PRESS.

Karso, H. (2014). *Pendidikan matematika*. Universitas Terbuka.

Musser, G. L., Peterson, B. E., & Burger, W. F. (2013). *Mathematics for elementary teachers: A contemporary approach*. John Wiley & Sons.

Purnomo, Y. W. (2014). *Bilangan cacah dan bulat*. Alfabeta.

Varberg, D. E., Purcell, E. J., & Rigdon, S. E. (2017). *Calculus* (9th ed.). Pearson Education International.

Wheeler, R. E. (1973). *Modern mathematics: An elementary approach*. Brooks/Cole Publishing Company.

BAB 3

PERPANGKATAN DAN PENARIKAN AKAR BILANGAN BULAT

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Setelah mempelajari materi perpangkatan dan penarikan akar bilangan bulat, mahasiswa diharapkan mampu memahami dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan bilangan berpangkat dan penarikan akar bilangan dengan baik dan mandiri.

A. PENDAHULUAN

Salah satu permasalahan yang terjadi di Indonesia adalah menentukan pertumbuhan penduduk yang setiap tahun mengalami pertambahan. Proses pertumbuhan penduduk dipengaruhi oleh beberapa faktor, yaitu kelahiran, kematian, dan imigrasi. Proses perhitungan pertumbuhan penduduk setiap saat itu dapat menggunakan konsep matematika, salah satunya bilangan berpangkat. Bilangan berpangkat merupakan bilangan yang memiliki pangkat, terdiri dari bilangan pangkat bulat positif dan bilangan pangkat bulat negatif. Notasi pangkat diilustrasikan untuk menyatakan hasil kali suatu bilangan yang berulang dalam bentuk yang lebih sederhana.

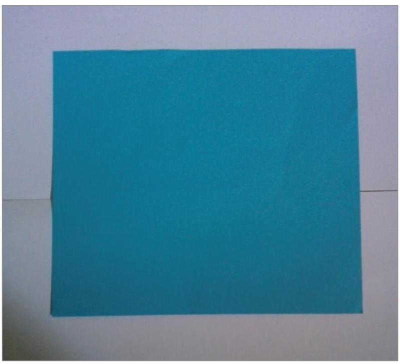
Selain bilangan berpangkat yang dibutuhkan dalam proses penyelesaian masalah di kehidupan sehari-hari, terdapat permasalahan lain yang dapat diselesaikan dengan konsep bilangan, yaitu penarikan akar bilangan. Jika diketahui bahwa sebidang tanah memiliki luas area sekian meter persegi dan kita ingin mencari berapa panjang setiap sisinya, dibutuhkan suatu konsep matematika, yaitu penarikan akar bilangan bilangan bulat. Setelah mempelajari materi perpangkatan dan penarikan akar bilangan bulat, Anda diharapkan dapat

1) memahami pengertian bilangan berpangkat;
2) memahami sifat-sifat bilangan berpangkat; dan
3) memahami penarikan akar pangkat dua dan tiga.

B. DEFINISI PERPANGKATAN

Perpangkatan adalah perkalian yang berulang. Perkalian berulang artinya perkalian yang dilakukan secara berulang-ulang dengan faktor-faktor yang sama. Materi pengenalan perpangkatan kepada peserta didik dapat menggunakan media kertas untuk menunjukkan kepada peserta didik mengenai konsep perpangkatan. Penanaman konsep perpangkatan yang akan kita gunakan dalam pembelajaran ini adalah dengan menggunakan media kertas, contohnya untuk menentukan 2^1, 2^2, 2^3, 2^4 dan seterusnya dapat dilakukan dengan menggunakan media kertas.

Pertama, kita menyiapkan selembar kertas lipat, seperti Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Selembar Kertas Lipat

Lalu selembar kertas tersebut kita lipat sesuai bilangan pokok yang diketahui yaitu dua.

Gambar 3.2 Kertas yang Dilipat Satu Kali

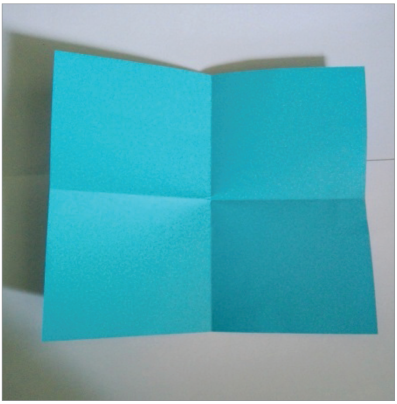
Lipatan pada Gambar 3.2 menghasilkan dua bagian pada kertas. Lipatan ini merupakan hasil dari 2^1 (Gambar 3.3).

Gambar 3.3 Hasil dari Lipatan Kertas Satu Kali

Kemudian kertas dilipat sebanyak dua kali sehingga sama seperti Gambar 3.4.

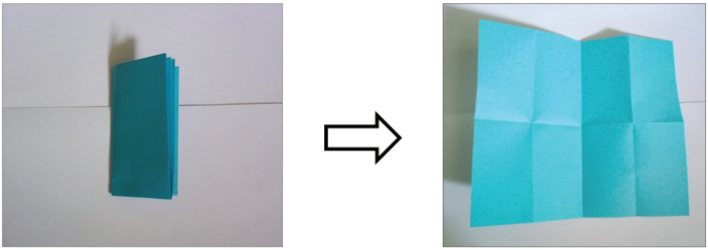
Gambar 3.4 Kertas yang Dilipat Dua Kali

Lipatan pada Gambar 3.4 menghasilkan $4 = 2^2$ bagian kertas seperti Gambar 3.5.



Gambar 3.5 Hasil dari Lipatan Kertas Dua Kali

Selanjutnya kertas dilipat kembali sama dengan cara yang sebelumnya sehingga menghasilkan lipatan kertas seperti Gambar 3.6.



Gambar 3.6 Kertas yang Dilipat Tiga Kali dan Hasil Perlipatan Kertas Tersebut

Proses lipatan kertas pada Gambar 3.1–3.6 disederhanakan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1 Banyaknya Lipatan yang Terbentuk pada Kertas

Pelipatan Kertas Ke-	Lipatan yang Terbentuk
1	$2 = 2^1$ lipatan
2	$4 = 2^2$ lipatan
3	$8 = 2^3$ lipatan

Tabel 3.1 menyatakan hasil lipatan kertas sehingga didapatkan pola sebagai berikut:

$$2^1 = 2,$$

$$2^2 = 2 \times 2 = 4,$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8,$$

$$2^n = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}_{n\,faktor}.$$

Suatu perkalian berulang mempunyai n faktor dan faktornya sama, yaitu a, maka bentuk perkaliannya dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\underbrace{a \; x \; a \; x \; a \; x \ldots x \; a}_{n} = a^n.$$

Adapun materi perpangkatan membahas mengenai materi perpangkatan dua (kuadrat) dan materi perpangkatan tiga (kubik) sebagai berikut.

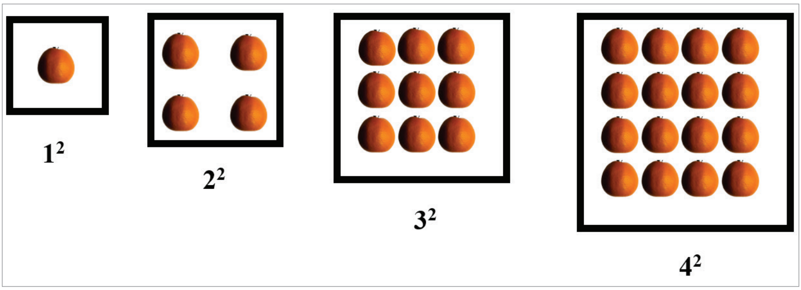
1. Perpangkatan Dua (Kuadrat)

Bilangan kuadrat disebut juga dengan bilangan pangkat dua.

Contoh:

$$1^2 = 1 \times 1 = 1,$$
$$2^2 = 2 \times 2 = 4,$$
$$3^2 = 3 \times 3 = 9,$$
$$4^2 = 4 \times 4 = 16.$$

Untuk lebih memahami tentang bilangan kuadrat kita dapat menggunakan pola bilangan persegi dengan gambar atau menggunakan persegi (Gambar 3.7).



Sumber: Sandeep/Pexels (2020)

Gambar 3.7 Pola Bilangan Kuadrat

Setelah mengamati Gambar 3.7 diharapkan peserta didik dapat menghitung banyaknya jeruk pada masing-masing kotak. Selanjutnya, peserta didik diharapkan dapat mengisikan hasil hitungannya pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2 Banyaknya Jeruk dalam Kotak

Kotak Ke-	Banyaknya Jeruk
1	1
2	4
3	9
4	16

Pada kegiatan tersebut, pendidik menanyakan kepada peserta didik tentang cara memperoleh hasilnya. Setelah peserta didik mengungkapkan pendapatnya, peserta didik diharapkan dapat mengetahui bahwa untuk menghitung hasil perpangkatan dua suatu bilangan dapat dilakukan dengan cara mengalikan suatu bilangan dengan bilangan itu sendiri.

Selanjutnya, agar peserta didik lebih paham mengenai materi perpangkatan dua (kuadrat), pendidik menyajikan Tabel 3.3 dan peserta didik terlebih dahulu mengamati Tabel 3.3.

Setelah itu, peserta didik ditanya siapa yang dapat menunjukkan bilangan kuadrat. Setiap peserta yang dapat menunjukkan bilangan kuadrat dapat maju ke depan kelas dan menunjukkan kepada pendidik dan teman-temannya mana yang merupakan bilangan kuadrat. Jika peserta didik dapat menjawab dengan tepat, berarti peserta didik sudah paham mengenai bilangan kuadrat (Musser dkk., 2013; Varberg dkk., 2017).

Tabel 3.3 Perkalian Bilangan Bulat

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

2. Perpangkatan Tiga (Kubik)

Pangkat tiga merupakan hasil perkalian suatu bilangan kuadrat *n* dikalikan dengan bilangan itu sendiri. Untuk memudahkan peserta didik dalam belajar bilangan berpangkat tiga, peserta didik dapat diingatkan kembali tentang materi bilangan berpangkat dua (bilangan kuadrat) yang dipelajari sebelumnya. Pangkat tiga merupakan hasil kali bilangan kuadrat dengan bilangan itu sendiri:

$$n^3 = n \times n \times n$$

atau

$$n^3 = n^2 \times n.$$

Berikut ini disajikan beberapa contoh bilangan kubik.

1) 2^3 artinya ada faktor 2 sebanyak tiga kali:
$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ atau $2^3 = 2^2 \times 2 = 8$.

2) 3^3 artinya ada faktor 3 sebanyak tiga kali:
$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ atau $3^3 = 3^2 \times 3 = 27$.

3) 4^3 artinya ada faktor 4 sebanyak tiga kali:
$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ atau $4^3 = 4^2 \times 4 = 64$.

4) 5^3 artinya ada faktor 5 sebanyak tiga kali:
$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ atau $5^3 = 5^2 \times 5 = 125$.

Setelah memahami tentang perpangkatan tiga (kubik), pendidik dapat melanjutkan proses pembelajaran sebagai berikut. Pertama, pendidik menyajikan soal mengenai bilangan berpangkat tiga (kubik) dalam kertas manila besar lalu peserta didik diminta menjawab soal tersebut. Caranya, dengan menempelkan sebuah kartu yang disediakan pendidik dan terdapat tulisan perkalian suatu bilangan dengan bilangan lain dan hasilnya. Cara tersebut akan membuat peserta didik aktif dan dapat berfikir kreatif sehingga pembelajaran berjalan dengan lancar dan menyenangkan (Musser dkk., 2013).

C. SIFAT-SIFAT PERPANGKATAN

Perhatikan perpangkatan 2^2 dan 2^4. Jika keduanya dikalikan, hasil perkaliannya adalah

$$2^2 \times 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64 = 2^6 = 2^{2+4}.$$

Jika bilangan 2^2 dipangkatkan tiga, didapat hasil sebagai berikut.

$$(2^2)^3 = (2 \times 2)^3 = 4^3 = 64 = 2^6 = 2^{2\times 3}.$$

Jika dilihat dari sudut pandang secara umum, hal tersebut dapat dinyatakan dalam beberapa sifat perpangkatan sebagai berikut.

1. Sifat Perkalian Bilangan Berpangkat

Perkalian bilangan berpangkat dengan bilangan pokok yang sama dapat diturunkan dengan cara menuliskan perkaliannya secara lengkap.

$$\begin{aligned} a^2 \times a^3 &= (\underbrace{a \times a}_{2\,faktor}) \times (\underbrace{a \times a \times a}_{3\,faktor}) \\ &= \underbrace{a \times a \times a \times a \times a}_{5\,faktor} \\ &= a^5. \end{aligned}$$

Bentuk $a^m \times a^n = a^{m+n}$ untuk setiap $a, n, m \in Z$ merupakan sifat dari perpangkatan, dan dapat dibuktikan kebenarannya dengan bantuan perpangkatan. Jadi, penulisan bilangan-bilangan berpangkat dengan bilangan pokok yang sama diperoleh dengan menjumlahkan eksponen-eksponennya.

4) Jika m dan n adalah bilangan bulat positif, berlaku relasi berikut:

$$\begin{aligned} a^m \times a^n &= \overbrace{(\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{m\,faktor}) \times (\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n\,faktor})}^{m+n\,faktor} \\ &= a^{m+n}. \end{aligned}$$

5) Jika m adalah bilangan bulat positif dan $n = 0$, berlaku relasi berikut:

$$a^m \times a^n = a^m \times a^0 = a^m \times 1 = a^m = a^{m+0} = a^{m+n}.$$

2. Sifat Pembagian Bilangan Berpangkat

Sekarang kita tinjau pembagian dengan bilangan pokok yang sama, misalnya

$$\begin{aligned} 2^4 : 2^2 = \frac{2^4}{2^2} &= \frac{\underbrace{(2 \times 2 \times 2 \times 2)}_{4\,faktor}}{\underbrace{(2 \times 2)}_{2\,faktor}} \\ &= \underbrace{(2 \times 2)}_{2\,faktor} \\ &= 2^2. \end{aligned}$$

Demikian pula,

$$a^8 : a^4 = a^4 \text{ dan}$$
$$b^9 : b^3 = b^6.$$

Secara umum, pembagian dua bilangan berpangkat dengan bilangan pokok yang sama diperoleh dengan cara mengurangkan eksponen pembagi dari eksponen bilangan yang dibagi, yaitu

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}.$$

Sering kali sebuah perkalian atau pembagian terdiri dari hasil kali perpangkatan dari bilangan-bilangan yang berlainan. Kita dapat mendiskusikannya dengan bantuan sifat komutatif untuk perkalian, yaitu

1) $p^5q^3 \times p^2q^7 = p^5 \times p^2 \times q^3 \times q^7 = p^7q^{10}$ dan
2) $p^7q^3 : p^2q = \frac{p^7\,q^3}{p^2\,q} = \frac{p^7}{p^2} \times \frac{q^3}{q} = p^5q^2.$

3. Sifat Distributif Bilangan Perpangkat Terhadap Perkalian

Untuk membuktikan sifat distributif bilangan berpangkat, dapat digunakan definisi perpangkatan, yaitu

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

Dengan demikian

$$\begin{aligned}(a \times b)^n &= \underbrace{(a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times \ldots \times (a \times b)}_{n\, faktor} \\ &= \left(\underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n\, faktor}\right) \times \left(\underbrace{b \times b \times b \times \ldots \times b}_{n\, faktor}\right) \\ &= a^n \times b^n.\end{aligned}$$

4. Sifat Distributif Bilangan Berpangkat Terhadap Pembagian

Yang dimaksud difat distributif bilangan berpangkat adalah sebagai berikut:

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

Seperti halnya sifat distributif perpangkatan terhadap perkalian, sifat yang keempat ini dapat dibuktikan dengan bantuan definisi perpangkatan, yaitu

$$\begin{aligned}(a : b)^n &= \left(\frac{a}{b}\right)^n \\ &= \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \ldots \times \frac{a}{b}}_{n\,faktor} \\ &= \frac{\underbrace{a \times a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n\,faktor}}{\underbrace{b \times b \times b \times b \times \ldots \times b}_{n\,faktor}} \\ &= \frac{a^n}{b^n}.\end{aligned}$$

Jadi, $(a : b)^n = a^n : b^n$.

5. Sifat Distributif Perkalian Eksponen

Sekarang kita perhatikan bentuk seperti $(5^2)^3$ yang dapat kita tulis secara lengkap seperti berikut.

$$(5^2)^3 = \underbrace{(5^2) \times (5^2) \times (5^2)}_{3\,faktor} = 5^{2+2} \times 5^2 = 5^{4+2} = 5^6 = 5^{2\,x\,3}.$$

Sifat distributif perkalian eksponen secara umum adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned}(c^b)^n &= \underbrace{c^b \times c^b \times c^b \times \ldots \times c^b}_{n\,faktor} \\ &= c^{\underbrace{b+b+b+\cdots+b}_{n\,faktor}}\end{aligned}$$

.

$$= c^{n \times b} = c^{b \times n}$$

Jadi, $(c^b)^n = c^{b \times n}$

6. Sifat Eksponen Negatif

Dalam rumus $a^m : a^n = a^{m-n}$, dapat diasumsikan bahwa $m < n$ sehingga kita memperoleh sebuah bilangan berpangkat dengan eksponen negatif sebagai berikut.

$$a^5 : a^7 = a^{5-7} = a^{-2} \qquad (3\text{-}1)$$

Dengan notasi garis bagi, bentuk pembagian (3-1) dapat kita tulis

$$a^5 : a^7 = \frac{a^5}{a^7} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}.$$

Secara umum, kita dapatkan sifat eksponen negatif, yaitu

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

7. Sifat Bilangan Nol dalam Perpangkatan

Bilangan 0 (nol) memiliki tiga sifat dalam perpangkatan sebagai berikut.

1) $0^a = 0$.

Berdasarkan definisi perpangkatan, $0^a = 0 \times 0 \times 0 \times \ldots \times 0 = 0$

maka $0^a = 0$.

2) $a^0 = 1$.

Kita telah mendefinisikan a^n sebagai perkalian berulang yang memiliki n faktor dengan masing-masing faktornya adalah a. Bentuk a^0 seharusnya hanya memiliki 0 faktor dan a^1 memiliki satu faktor. Perhatikan ilustrasi mengenai konsep a^0 sebagai berikut:

$$5 : 5 = 1,$$
$$5^3 : 5^3 = 1,$$
$$\ldots$$
$$a^n : a^n = 1.$$

Jika diterapkan sifat pembagian pada bilangan berpangkat, yaitu $a^b : a^c = a^{b-c}$, hasil yang akan diperoleh adalah sebagai berikut.

$$5^3 : 5^3 = 5^{3-3} = 5^0 \text{ sehingga} \tag{3-2}$$

$$a^n : a^n = a^{n-n} = a^0. \tag{3-3}$$

Namun, seperti telah disebutkan pada persamaan (3-2) dan (3-3), yaitu bahwa

$$1 = 5^3 : 5^3 = 5^{3-3} = 5^0 \text{ dan}$$

$$1 = a^n : a^n = a^{n-n} = a^0.$$

Jadi, untuk sembarang bilangan $a \neq 0$ dan $a \in$ Z, $a^0 = 1$.

3) 0^0 = tak terdefinisi.

$$0^b : 0^b = \frac{0^b}{0^b} = 0^{b-b} = 0^0.$$

Kita telah mengenal sifat $a^b : a^c = a^{b-c}$. Selanjutnya, kita ambil $a = 0$ dan $b = c \neq 0$, dengan $b \in$ Z sehingga didapatkan:

Berdasarkan sifat operasi pembagian, $\forall\, a,b \in$ Z, $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$. Jika kita mempunyai $0^b = 0$, $0^b : 0^b = 0 : 0$. Namun, kita telah mengetahui bahwa operasi tersebut tidak didefinisikan (pembagian dengan nol tidak terdefinisikan) sehingga hasil yang didapatkan adalah sebagai berikut (Karso, 2014; Wheeler, 1973).

$$\boxed{0^0 \text{ tidak didefinisikan}}$$

D. PENARIKAN AKAR

Peserta didik perlu mengetahui simbol dari penarikan akar. Simbol dari penarikan akar ialah "√". Dalam materi penarikan akar, kita hanya akan membahas penarikan akar pangkat dua dan penarikan akar pangkat tiga pada bilangan bulat.

1. Penarikan Akar Pangkat Dua

Akar kuadrat atau akar pangkat dua dari suatu bilangan merupakan operasi kebalikan dari bilangan kuadrat. Agar dapat menghitung akar pangkat dua dari suatu bilangan, peserta didik diingatkan kembali mengenai pangkat dua (kuadrat) dari suatu bilangan.

$$2 \times 2 = 4 \text{ maka } \sqrt{4} = 2;$$

$$3 \times 3 = 9 \text{ maka } \sqrt{9} = 3.$$

Selanjutnya pendidik menyajikan Tabel 3.4 mengenai hasil penarikan akar pangkat dua dari bilangan kuadrat dengan bilangan pokok 1–10.

Tabel 3.4 Hasil Penarikan Akar Pangkat Dua dari Bilangan Kuadrat dengan Bilangan Pokok 1–10

Bilangan	Pangkat Dua (Kuadrat)	Akar Pangkat Dua
1	$1^2 = 1 \times 1 = 1$	$\sqrt{1} = 1$
2	$2^2 = 2 \times 2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
3	$3^2 = 3 \times 3 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
4	$4^2 = 4 \times 4 = 16$	$\sqrt{16} = 4$
5	$5^2 = 5 \times 5 = 25$	$\sqrt{25} = 5$
6	$6^2 = 6 \times 6 = 36$	$\sqrt{36} = 6$
7	$7^2 = 7 \times 7 = 49$	$\sqrt{49} = 7$
8	$8^2 = 8 \times 8 = 64$	$\sqrt{64} = 8$
9	$9^2 = 9 \times 9 = 81$	$\sqrt{81} = 9$
10	$10^2 = 10 \times 10 = 100$	$\sqrt{100} = 10$

Setelah menyajikan Tabel 3.4 mengenai hasil penarikan akar pangkat dua dari bilangan kuadrat, pendidik meminta peserta didik untuk mengamati Tabel 3.4 bahwa kesimpulan yang dapat diambil dari akar pangkat dua adalah operasi kebalikan dari pangkat dua. Untuk memudahkan peserta didik dalam melakukan penarikan akar pangkat dua (kuadrat) suatu bilangan, salah satu caranya ialah pemfaktoran.

Contoh soal:

1) Pak Tirto ingin menghitung banyak ubin pada tiap sisinya. Apabila banyak ubin yang yang menutupi permukaan meja adalah 64 ubin persegi, berapa ubin pada tiap sisinya?

   Jawab:

   Langkah-langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut adalah

   a) menentukan faktor primanya, yaitu
   $$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2;$$
   b) mengelompokkan bilangan tersebut dalam dua faktor yang sama, yaitu
   $$\begin{aligned} 64 &= (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \\ &= (2 \times 2 \times 2)^2; \end{aligned}$$
   c) menentukan hasilnya, yaitu
   $$\sqrt{64} = \sqrt{(2 \times 2 \times 2)^2} = 2 \times 2 \times 2 = 8.$$

Jadi, hasil perhitungan akar dari 64 adalah 8.

2. Penarikan Akar Pangkat Tiga

Penarikan akar pangkat tiga adalah operasi kebalikan dari pangkat tiga, sama seperti penarikan akar pangkat dua (akar kuadrat) yang merupakan operasi kebalikan dari pangkat dua (kuadrat). Simbol dari akar pangkat tiga adalah "$\sqrt[3]{\ }$". Hubungan antara pangkat tiga dengan penarikan akar pangkat tiga suatu bilangan adalah sebagai berikut.

$3^3 = 27 \rightarrow \sqrt[3]{27} = 3$ (jika $3^3 = 27$ maka $\sqrt[3]{27} = 3$).

Persamaan tersebut dapat dituliskan menjadi

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{27} &= \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3} \\ &= \sqrt[3]{3^3} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Setelah peserta didik paham mengenai hubungan antara pangkat tiga dengan penarikan akar pangkat tiga dari suatu bilangan, pendidik meminta peserta didik untuk melengkapi Tabel 3.5.

Tabel 3.5 Hasil Penarikan Akar Pangkat Tiga dari Bilangan Pangkat Tiga dengan Bilangan Pokok 1–10

Bilangan	Pangkat Tiga (Kubik)	Akar Pangkat Dua
1	$1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$	$\sqrt[3]{1} = 1$
2	$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$	$\sqrt[3]{8} = 2$
3	$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$	$\sqrt[3]{27} = 3$
4	$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$	$\sqrt[3]{64} = 4$
5	$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$	$\sqrt[3]{125} = 5$
6	$6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$	$\sqrt[3]{216} = 6$
7	$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$	$\sqrt[3]{343} = 7$
8	$8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$	$\sqrt[3]{512} = 8$
9	$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$	$\sqrt[3]{729} = 9$
10	$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$	$\sqrt[3]{1000} = 10$

Secara umum kita dapat menuliskan lambang penarikan akar hubungannya dengan perpangkatan sebagai berikut.

$$\sqrt[m]{a} = \text{b, sebab } b^m,\ a,\ \forall a,b,m \in \mathrm{Z}.$$

Selanjutnya, kita diskusikan penarikan akar hubungannya dengan pemfaktoran bilangan yang sama yang sebenarnya merupakan penguraian dari perpangkatan, misalnya akar pangkat tiga dari 8 yang ditulis $\sqrt[3]{8}$ dapat dicari dengan memfaktorkan 8 menjadi 3 faktor yang sama, yaitu

$$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = \sqrt[3]{2^3} = 2$$

$$= \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3.$$

Proses pemfaktoran sebuah bilangan menjadi 2 faktor, 3 faktor atau lebih faktor-faktor yang sama meliputi pembagian pangkatnya oleh 2, 3, dan seterusnya, misalnya

$$\sqrt{(9)} = \sqrt{(3 \times 3)} = \sqrt{3^2} = 3^{2:2} = 3,$$

$$\sqrt{16} = \sqrt{(2 \times 2 \times 2 \times 2)} = \sqrt{2^4} = 2^{4:2} = 2^2 = 4.$$

Secara umum dapat kita simpulkan bahwa untuk tiga buah bilangan a, m dan n berlaku hubungan sebagai berikut.

$$\sqrt[m]{a^{n}} = a^{\frac{n}{m}}$$

yang dibaca "akar pangkat m dari a pangkat n adalah a pangkat n dibagi m".

E. RANGKUMAN

Perpangkatan adalah perkalian yang berulang. Perkalian berulang artinya perkalian yang dilakukan secara berulang-ulang dengan faktor-faktor yang sama. Bilangan berpangkat a^n (dibaca a pangkat n) merupakan hasil kali sebanyak n buah faktor yang masing-masing faktornya bernilai a. Bilangan berpangkat secara umum memiliki formula yang dapat dinyatakan dalam bentuk $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n\ buah\ faktor}$.

Selanjutnya, bilangan berpangkat memiliki sifat-sifat sebagai berikut.

1) Setiap $x \in Z$ dan $m, n \in$ Z sedemikian rupa sehingga $x^n \,.\, x^m = x^{(n+m)}$.
2) Setiap $x \in Z$ dan $m, n \in$ Z sedemikian rupa sehingga $x^n : x^m = x^{(n-m)}$.
3) Setiap $x \in Z$ dan $m, n \in$ Z sedemikian rupa sehingga $x^{n(m)} = x^{n.m}$.
4) Setiap $x \in Z$ dan $m, n \in$ Z sedemikian rupa sehingga $(x, y)^n = x^n \,.\, y^n$.
5) Setiap $x \in Z$ dan $m, n \in$ Z sedemikian rupa sehingga $(x : y)^n = x^n : y^n$ dengan $y \neq 0$.
6) Setiap $x \in Z$ dan $m, n \in$ Z sedemikian rupa sehingga $x^0 = 1$ dengan $x \neq 0$.
7) Setiap $x \in Z$ dan $m, n \in$ Z sedemikian rupa sehingga $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ dengan $x \neq 0$.

Simbol dari penarikan akar adalah "√". Dalam materi penarikan akar, kita hanya akan membahas penarikan akar pangkat dua dan penarikan akar pangkat tiga pada bilangan bulat. Dalam bab ini telah dipelajari penarikan akar pangkat 2 dan pangkat 3 dengan notasi berikut.

1) Penarikan akar pangkat 2 (kuadrat) dinotasikan $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$ dengan $x \in Z^{+} \cup \{0\}$.
2) Penarikan akar pangkat 2 (kuadrat) dinotasikan $\sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ dengan $x \in Z^{+} \cup \{0\}$.

3) Secara umum dapat kita simpulkan bahwa untuk tiga buah bilangan x, n, $m \in Z$ dengan syarat bahwa $a^n \geq 0$, berlaku hubungan sebagai berikut.

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}}.$$

F. BAHAN DISKUSI

Untuk memperdalam materi yang telah dipelajari sebelumnya, kerjakanlah latihan berikut ini dengan diskusi kelompok.

1) Buktikan bahwa $a^0 = 1$.
2) Tentukan nilai dari $\sqrt{20 + \sqrt{20 + \sqrt{20 + \cdots \ldots \ldots}}} = \cdots$
3) Dwi menabung di sebuah bank dengan bunga 8% per hari. Jika tabungan awal adalah Rp1.000.000,00, berapa lama Dwi menabung agar jumlah tabungannya tiga kali lipatnya?

G. LATIHAN SOAL

Kerjakanlah latihan soal berikut ini.

1) Tentukan bentuk sederhana dari $\frac{4xy}{64yx^2}$.
2) Tentukan nilai dari $\sqrt{169} + \sqrt{\frac{1}{9}} + \sqrt{8} - \sqrt{288}$.
3) Diketahui bahwa $\left(\frac{1}{27}\right)^3 = 3^{x+2}$, tentukan nilai x.
4) Tentukan nilai dari $\left(\frac{2}{91} + \left(\frac{1}{27}\right)^3\right)^0$.
5) Bentuk $(4a^{(-2)}b)^{(-4)}$ jika diubah ke dalam bentuk bilangan berpangkat positif adalah ....

DAFTAR PUSTAKA

Amir, M. F., & Prasojo, B. H. (2016). *Matematika dasar*. UMSIDA Press.

Karso, H. (2014). *Pendidikan matematika*. Unversitas Terbuka.

Muslikh, M. (2012). *Analisis real*. Universitas Brawijaya Press.

Musser, G. L., Peterson, B. E., & Burger, W. F. (2013). *Mathematics for elementary teachers: A contemporary approach*. John Wiley & Sons.

Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Sandeep. (2020). [Gambar jeruk]. Pexels. Diakses dari https://www.pexels.com/id-id/foto/makanan-sehat-daun-panen-5813226/

Varberg, D. E., Purcell, E. J., & Rigdon, S. E. (2017). *Calculus* (9th ed.). Pearson Education International.

Wheeler, R. E. (1973). *Modern mathematics: An elementary approach*. Brooks/Cole Publishing Company.

BAB 4

KELIPATAN DAN FAKTOR BILANGAN

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Setelah mempelajari materi kelipatan dan faktor bilangan, mahasiswa diharapkan mampu memahami konsep dasar kelipatan dan faktor bilangan serta terampil menganalisis hubungan kelipatan dan faktor bilangan dengan permasalahan yang terdapat di masyarakat.

A. PENDAHULUAN

Setelah kita mempelajari bilangan cacah dan bilangan bulat, kita akan membahas mengenai materi yang tidak jauh dari konsep bilangan. Bilangan bulat terdiri dari bilangan bulat positif, bilangan nol, dan bilangan bulat negatif. Bilangan bulat positif disebut juga bilangan asli, bilangan cacah didapatkan dari menggabungkan bilangan nol dan bilangan bulat positif. Bilangan bulat positif juga dibagi menjadi beberapa macam bilangan, meliputi bilangan ganjil, genap, prima, dan komposit. Bilangan-bilangan tersebut bermanfaat dalam beberapa pembahasan selanjutnya.

Mengingat operasi pada bilangan sebelumnya, kita mempunyai beberapa operasi yang sering digunakan, yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Jika diberikan bilangan bulat, yaitu 12, bilangan tersebut dapat diuraikan menjadi $3 \times 4 = 12$ sehingga bilangan 3 dan 4 merupakan sebuah faktor bilangan dari 12. Bilangan 12 juga merupakan kelipatan 4 atau 3 sedemikian rupa sehingga antara kelipatan dan faktor bilangan terdapat suatu hubungan. Setelah mempelajari materi kelipatan dan faktor bilangan, Anda diharapkan dapat

1) memahami pengertian kelipatan bilangan;
2) memahami kelipatan persekutuan dari dua buah atau lebih bilangan;
3) memahami pengertian faktor bilangan;
4) memahami faktor persekutuan dari dua buah atau lebih bilangan;
5) memahami bilangan prima;
6) memahami bilangan genap-ganjil dalam karakterisasi operasi perkalian dan penjumlahan pada bilangan genap-ganjil; dan
7) memahami cara menentukan bilangan prima melalui saringan Erastothenes.

B. BILANGAN GANJIL DAN BILANGAN GENAP

1. Pengertian Bilangan Ganjil dan Bilangan Genap

Bilangan genap adalah bilangan cacah yang habis dibagi dua, yaitu 0, 2, 4, 6, 8, 10, dan seterusnya. Bilangan ganjil adalah bilangan cacah yang tidak habis dibagi dua, yaitu 1, 3, 5, 7, 9, dan seterusnya. Jadi, kita dapat menyatakan bahwa

1) bilangan ganjil dapat ditulis dalam bentuk $2k + 1$ yang merupakan bilangan cacah; dan
2) bilangan genap dapat ditulis dalam bentuk $2k$, k adalah bilangan cacah.

Contoh:

1) $5 = 2 \times 2 + 1$; jadi, 5 adalah bilangan ganjil.
2) $7 = 2 \times 3 + 1$; jadi, 7 adalah bilangan ganjil.
3) $19 = 2 \times 9 + 1$; jadi, 19 adalah bilangan ganjil.
4) $20 = 2 \times 10$; jadi, 20 adalah bilangan genap.
5) $14 = 2 \times 7$; jadi, 14 adalah bilangan genap.
6) $26 = 2 \times 13$; jadi, 13 adalah bilangan genap.

2. Pembelajaran Faktor dan Kelipatan Bilangan

Untuk membantu peserta didik memahami konsep bilangan ganjil dan genap, kita memerlukan sebuah media. Peserta didik belum bisa berpikir secara deduktif dan abstrak, mereka selalu berpikir secara konkret atau nyata.

Proses pembelajaran dapat dilakukan menggunakan benda-benda yang terdapat di sekitar peserta didik, contohnya batu, kelereng, lidi, atau benda lainnya. Kita akan membuat media dengan menggunakan batu (Gambar 4.1).

Gambar 4.1 Ilustrasi Bilangan Ganjil

Langkah-langkah pembelajaran tentang konsep bilangan ganjil adalah sebagai berikut.

1) Peserta didik diminta untuk mengambil batu dengan jumlah bebas.
2) Kelompokkan batu-batu tersebut sehingga setiap kelompok terdapat dua batu.
3) Apabila dalam kelompok batu tersebut terdapat sisa satu, jumlah batu tersebut merupakan bilangan ganjil.
4) Banyaknya batu dalam masing-masing kelompok merupakan bilangan ganjil. Jadi, 1, 3, 5, 7, dan seterusnya adalah bilangan ganjil.

Proses pembelajaran bilangan genap hampir sama dengan bilangan ganjil, tetapi jangan sampai tersisa satu karena kalau tersisa akan menjadikannya bilangan ganjil, bukan bilangan genap. Banyaknya batu dalam setiap kelompok adalah dua batu. Jadi, 2, 4, ,6, 8 merupakan bilangan genap.

Untuk mengetahui peserta didik memahami atau tidaknya materi yang kita sampaikan, kita harus memberikan contoh bilangan, baik ganjil maupun genap. Kemudian, perintahkan peserta didik untuk menyebutkan bilangan tersebut, apakah ganjil atau genap (Gambar 4.2).

Gambar 4.2 Ilustrasi Bilangan Genap

3. Sifat Bilangan Ganjil

Setelah mengenal perbedaan antara bilangan ganjil dan genap, kita dapat mengenalkan sifat bilangan ganjil, yaitu penjumlahan dua bilangan ganjil hasilnya adalah bilangan genap, sedangkan perkalian dua bilangan ganjil hasilnya adalah bilangan ganjil.

Contoh:

1) $1 + 3 = 4$.
2) $3 + 7 = 10$.
3) $7 + 9 = 16$.
4) $3 \times 3 = 9$.
5) $7 \times 1 = 7$.
6) $5 \times 3 = 15$.

Pendidik dituntut untuk mengetahui dari mana konsep tersebut didapatkan karena matematika bersifat deduktif. Berikut ini kami berikan pembuktian bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan genap.

Ambil dua bilangan ganjil x dan y, kita akan membuktikan bahwa $x + y$ adalah bilangan genap. Asumsikan bahwa terdapat k,h yang merupakan bilangan cacah, maka

$x = 2k + 1$ dan $y = 2h + 1$.

Jadi, $x + y = (2k + 1) + (2h + 1)$
$= 2k + 2h + 2$
$= 2\ (k + h + 1)$.

Diketahui bahwa k, h, dan 1 merupakan bilangan cacah, maka berdasarkan sifat tertutup operasi penjumlahan pada bilangan cacah, didapatkan $k + h + 1$ merupakan bilangan cacah sehingga $x + y$ merupakan kelipatan dua dari suatu bilangan cacah. Jadi, $x + y$ merupakan bilangan genap (Musser dkk., 2013; Varberg dkk., 2017).

Selanjutnya, ambil dua bilangan ganjil x dan y, kita akan membuktikan bahwa $x \times y$ merupakan bilangan ganjil. Asusmsikan bahwa terdapat k, h yang merupakan bilangan cacah, maka

$x = 2k + 1$ dan $y = 2h + 1$.

Jadi, $x + y = (2k + 1) + (2h + 1)$
$= 4kh + 2\text{k} + 2h + 1$
$= 2\ (2kh + k + h) + 1$.

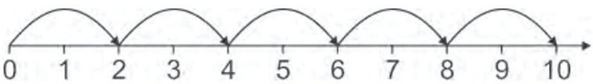
Diketahui bahwa k, h, dan 1 merupakan bilangan cacah, maka berdasarkan sifat tertutup operasi perkalian pada bilangan cacah, didapatkan kh merupakan bilangan cacah dan berdasarkan sifat tertutup operasi penjumlahan pada bilangan cacah, didapatkan $2kh + k + h$ merupakan bilangan cacah. Jadi, $2\ (2kh + k + h)$ adalah bilangan genap, maka $2\ (2kh + k + h) + 1$ merupakan bilangan ganjil.

C. KELIPATAN BILANGAN

Pada bagian ini akan dibahas materi terkait kelipatan suatu bilangan dan kelipatan dua bilangan.

1. Kelipatan Suatu Bilangan

Perhatikan garis bilangan (Gambar 4.3) khususnya bilangan loncat 2 yang ditunjukkan tanda panah, yaitu 2, 4, 6, 8, 10, dan seterusnya



Gambar 4.3 Ilustrasi Kelipatan 2 dengan Garis Bilangan

Bilangan tersebut didapatkan melalui proses sebagai berikut:

$$2 = 2 = 1 \times 2,$$
$$4 = 2 + 2 = 2 \times 2,$$
$$6 = 4 + 2 = 2 + 2 + 2 = 3 \times 2,$$
$$8 = 6 + 2 = 2 + 2 + 2 + 2 = 4 \times 2,$$
$$10 = 8 + 2 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 5 \times 2.$$

Bilangan kelipatan 2 didapatkan dengan cara menambahkan dengan angka 2 secara berulang dengan bilangan sebelumnya atau mengalikan dengan bilangan 1, 2, 3, 4, 5, dan seterusnya. Demikian juga berlaku apabila dioperasikan terhadap bilangan lain, contohnya adalah bilangan 8. Dengan cara yang sama, kelipatan 8 dapat ditulis sebagai berikut.

$$8 = 8 \times 1,$$
$$16 = 8 \times 2,$$
$$24 = 8 \times 3,$$
$$32 = 8 \times 4,$$
$$40 = 8 \times 5.$$

2. Kelipatan Persekutan dari Dua Bilangan

Sudahkah kalian memahami kelipatan suatu bilangan? Jika sudah, langkah selanjutnya adalah memahami kelipatan persekutuan dua buah bilangan atau lebih. Perhatikan ilustrasi sebagai berikut (Gambar 4.4)!

Gambar 4.4 Ilustrasi Kelipatan Persekutuan dengan Garis Bilangan

Perhatikan bilangan kelipatan 2 dan kelipatan 3 yang terdapat di garis bilangan! Bilangan kelipatan 2 adalah 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, dan seterusnya, sedangkan bilangan kelipatan 3 adalah 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, dan seterusnya. Selidikilah bilangan-bilangan yang sama dari bilangan kelipatan 2 dan kelipatan 3 sehingga didapatkan kumpulan bilangan yang sama, yaitu 6, 12, 18, 24, dan seterusnya. Kumpulan bilangan tersebut disebut kelipatan persekutuan dari 2 dan 3.

D. FAKTOR BILANGAN

Pada bagian ini akan dibahas materi terkait pengertian faktor bilangan, pembelajaran faktor bilangan, dan faktor persekutuan dari dua bilangan.

1. Pengertian Faktor Bilangan

Bilangan asli x habis dibagi bilangan asli y dan hasilnya adalah z, maka y merupakan faktor dari x sebab $x = y \times z$. Perkalian memenuhi sifat komutatif, maka $x = y \times z$ atau $x : z = y$. Dengan demikian, z merupakan faktor dari x. Jadi, jika $x = y \times z$, maka y dan z adalah faktor dari x.

Contoh :

$$4 : 1 = 4,$$
$$4 : 2 = 2,$$
$$4 : 4 = 1.$$

Artinya 4 akan habis dibagi 1, 2, 4. Mengapa bilangan 3 tidak memenuhi? Karena 4 apabila dibagi oleh 3, akan tersisa 1 dan itu bukan termasuk dalam faktor. Oleh karena itu, kita dapat menyimpulkan bahwa faktor adalah bilangan yang membagi habis bilangan tertentu.

2. Pembelajaran Faktor

Peserta didik dapat memahami dan aktif dalam pembelajaran, maka perlu disediakan media pembelajaran. Kemudian, peserta didik mengingat kembali beberapa sifat bilangan meliputi bilangan genap, bilangan ganjil, bilangan puluhan, bilangan ratusan, bilangan habis dibagi oleh bilangan lain, dan trikotomi dalam bilangan.

Contoh bilangan 25.

1) 25 adalah bilangan ganjil,
2) 25 bilangan puluhan,
3) 25 habis dibagi 5,
4) 25 habis dibagi 25,
5) 25 lebih kecil dari 50.

Namun, kita perlu memperhatikan alasan di setiap tahap pemahaman mengenai sifat bilangan. Perhatikan pola bilangan sebagai berikut!

$$\begin{aligned} 8 &= 2 \times 4 \\ &= 1 \times 8, \\ 9 &= 3 \times 3 \\ &= 1 \times 9. \end{aligned}$$

Bilangan 1, 2, 4, 8 adalah faktor dari 8 dan 1, 3, 9 adalah faktor dari 9. Ingat! Faktor merupakan pembagi dari suatu bilangan atau bilangan yang habis membagi bilangan tersebut.

a. Metode Garis

Contoh angka 24, nyatakan hasil kali dari sepasang bilangan tersebut.

$$24 = \frac{24\ \ 12\ \ 8\ \ 6}{1\ \ \ 2\ \ \ 3\ \ 4}$$

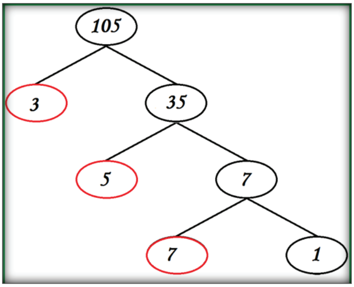
Contoh tersebut dibaca sebagai berikut.

$$\begin{aligned} 24 &= 1 \times 24 \\ &= 2 \times 12 \\ &= 3 \times 8 \\ &= 4 \times 6. \end{aligned}$$

Jadi, faktor dari bilangan 24 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

b. Metode Pohon Faktor

Bagi bilangan asli dengan bilangan paling kecil yang tidak sama dengan satu terlebih dahulu, sampai habis terbagi atau tersisa faktor terakhir. Contoh bilangan 105 (Gambar 4.5).



Gambar 4.5 Pohon Faktor

Jadi, bilangan yang didapatkan dari pohon faktor adalah bilangan tersebut merupakan faktor bilangan dari 105. Karakteristik bilangan asli yang habis dibagi oleh bilangan asli tertentu, yaitu 2, 3, 4, 5, 6 sebagai berikut (Tabel 4.1).

Tabel 4.1 Karakteristik Bilangan Asli yang Habis Dibagi oleh Bilangan Asli 2, 3, 4, 5, 6

Bilagan yang habis dibagi oleh	Karakteristik Bilangan
2	Bilangan yang diakhiri dengan angka genap.
3	Bilangan yang memiliki jumlah angka pembentuknya, yaitu kelipatan 3.
4	Bilangan yang dua angka terakhirnya adalah kelipatan 4.
5	Bilangan yang angka terakhirnya adalah angka 5 atau nol (0).
6	Bilangan yang angka genap dan jumlah angka pembentuknya adalah kelipatan 3.

3. Faktor Persekutuan dari Dua Bilangan

Sudahkan kalian memahami faktor suatu bilangan? Jika sudah, langkah selanjutnya adalah memahami faktor persekutuan dua buah bilangan atau lebih. Perhatikan langkah-langkah sebagai berikut:

1) menentukan faktor bilangan dari bilangan yang pertama;
2) menentukan faktor bilangan dari bilangan yang kedua; dan
3) memilih bilangan yang sama dari dua kelompok faktor dari bilangan pertama dan kedua.

Perhatikan bahwa bilangan 32 memiliki faktor bilangan, yaitu 1, 2, 4, 8, 16, 32 dan bilangan 48 memiliki faktor, yaitu 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48. Selidikilah faktor bilangan yang sama dari bilangan 32 dan 48 sehingga didapatkan kumpulan faktor bilangan yang sama, yaitu 1, 2, 4, 8, 16. Kumpulan faktor bilangan tersebut disebut sebagai faktor persekutuan dari 32 dan 48.

E. BILANGAN PRIMA

Setelah mempelajari faktor bilangan, akan ditemukan bilangan prima. Bilangan prima merupakan bilangan asli yang hanya habis dibagi oleh bilangan itu sendiri dan satu. Dengan kata lain, bilangan prima memiliki 2 faktor, yaitu satu dan bilangan itu sendiri. Perhatikan bilangan prima berikut ini!

1) 2 merupakan bilangan prima, karena faktor dari bilangan 2 adalah 1 dan 2;
2) 3 merupakan bilangan prima, karena faktor dari bilangan 3 adalah 1 dan 3;
3) 5 merupakan bilangan prima, karena faktor dari bilangan 5 adalah 1 dan 5;
4) 7 merupakan bilangan prima, karena faktor dari bilangan 7 adalah 1 dan 7;
5) 11 merupakan bilangan prima, karena faktor dari bilangan 11 adalah 1 dan 11;
6) 17 merupakan bilangan prima, karena faktor dari bilangan 17 adalah 1 dan 17;

7) 19 merupakan bilangan prima, karena faktor dari bilangan 19 adalah 1 dan 19;
8) 51 merupakan bilangan prima, karena faktor dari bilangan 51 adalah 1 dan 51; dan
9) 111 merupakan bilangan prima, karena faktor dari bilangan 111 adalah 1 dan 111.

Karakteristik dari bilangan prima dapat diidentifikasi sebagai berikut:

1) bilangan ganjil selain 2,
2) bukan angka kembar,
3) bilangan yang jumlah angka pembentuknya bukan kelipatan 3,
4) bilangan yang angka terakhir bukan angka 5, dan
5) bukan bilangan kuadrat.

Karena pembelajarannya menggunakan saringan Eratosthenes, pendidik harus menyediakan papan dengan berisi kartu bertulis angka 1–100. Lihat Tabel 4.2 berikut!

Tabel 4.2 Saringan Erasthotenes

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Langkah-langkah dalam penentuan bilangan prima dengan menggunakan saringan Eratosthenes adalah sebagai berikut.

1) Cabut angka 1;
2) Cabut semua kartu dengan kelipatan 2, kecuali 2;
3) Cabut semua kartu dengan kelipatan 3, kecuali 3;
4) Cabut semua kartu dengan kelipatan 5, kecuali 5;
5) Cabut semua kartu dengan kelipatan 7, kecuali 7;
6) Cabut semua kartu dengan kelipatan 11, kecuali 11; dan
7) Lakukan seterusnya sampai habis.

Sekarang muncul pertanyaan, mengapa pada langkah ke-4 tidak mencabut angka 4? Pendidik akan menstimulus peserta didik untuk menjawab bahwa 4 sudah tercabut ketika kelipatan 2. Kemudian, jelaskan pada peserta didik bahwa bilangan yang tak tercabut adalah bilangan prima. Jadi, peserta didik dapat mengetahui bilangan prima dari angka 1–100 (Wheeler, 1973; Karso, 2014).

F. RANGKUMAN

Bilangan bulat terdiri dari bilangan genap dan bilangan ganjil. Bilangan genap dapat dituliskan dengan notasi $2h$, untuk setiap $h \in Z$ dan bilangan ganjil dapat dituliskan dengan notasi $2h + 1$ untuk setiap $h \in Z$. Terdapat beberapa kondisi dalam pengoperasian bilangan genap dan bilangan ganjil. Pertama, jika bilangan ganjil dikalikan dengan bilangan ganjil, akan menghasilkan bilangan ganjil. Kedua, bilangan ganjil dikalikan dengan bilangan genap menghasilkan bilangan genap. Ketiga, bilangan genap dikalikan bilangan genap menghasilkan bilangan genap.

Bilangan asli x habis dibagi bilangan asli y dan hasilnya adalah z, maka y merupakan faktor dari x sebab $x = y \times z$. Perkalian memenuhi sifat komutatif, maka $x = y \times z$ atau $x : z = y$. Dengan demikian,

x merupakan faktor dari z. Jadi, jika $x = y \times z$, maka y dan z adalah faktor dari x. Cara mencari faktor terdiri dari beberapa cara, yaitu dengan metode garis dan metode pohon faktor. Faktor persekutuan dua bilangan atau lebih merupakan kumpulan dari faktor yang sama dari dua bilangan atau lebih. Kelipatan persekutuan dua bilangan atau lebih merupakan kumpulan dari kelipatan masing-masing bilangan yang bernilai sama.

Lima karakteristik dari bilangan prima adalah

1) bilangan ganjil selain 2,
2) bukan angka kembar,
3) bilangan yang jumlah angka pembentuknya bukan kelipatan 3,
4) bilangan yang angka terakhir bukan angka 5, dan
5) bukan bilangan kuadrat.

G. BAHAN DISKUSI

Untuk memperdalam materi yang dipelajari sebelumnya, kerjakanlah latihan berikut ini dengan diskusi kelompok!

1) Buktikan bahwa bilangan ganjil dikalikan dengan bilangan ganjil menghasilkan bilangan ganjil!
2) Buktikan bahwa bilangan genap dikalikan dengan bilangan ganjil menghasilkan bilangan genap!

H. LATIHAN SOAL

Kerjakanlah latihan soal berikut ini!

1) Tentukan faktor persekutuan dari 5 dan 10!
2) Tentukan faktor persekutan dari 6 dan 15!
3) Tentukan faktor dari bilangan 8 dan 9!

DAFTAR PUSTAKA

Hadi, S. (2015). Scaffolding dalam menyelesaikan permasalahan KPK dan FPB. *Jurnal Pendidikan Matematika*, *1*(1).

Karso, H. (2014). *Pendidikan matematika*. Unversitas Terbuka.

Musser, G. L., Peterson, B. E., & Burger, W. F. (2013). *Mathematics for elementary teachers: A contemporary approach*. John Wiley & Sons.

Varberg, D. E., Purcell, E. J., & Rigdon, S. E. (2017). *Calculus* (9th ed.). Pearson Education International.

Wheeler, R. E. (1973). *Modern mathematics: An elementary approach*. Brooks/Cole Publishing Company.

Wu, H. (2011). *Understanding numbers in elementary school mathematics*. American Mathematical Society.

BAB 5

KPK DAN FPB

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Setelah mempelajari materi kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dan faktor persekutuan terbesar (FPB) pada bilangan bulat positif, mahasiswa diharapkan mampu memahami dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan KPK dan FPB dengan baik dan mandiri.

A. PENDAHULUAN

Salah satu materi yang menjadi dasar matematika sekolah adalah bilangan. Pemahaman yang baik tentang konsep bilangan akan sangat membantu dalam memahami konsep-konsep yang lain, seperti materi KPK dan FPB yang merupakan materi yang diajarkan dari tingkat SD–SMP dan banyak digunakan untuk memahami konsep matematika SMA. Konsep kelipatan dan faktor bilangan digunakan sebagai dasar dari konsep KPK dan FPB. Salah satu cara untuk mencari KPK dan FPB adalah dengan menggunakan konsep pohon faktor (faktorisasi prima). Konsep KPK dan FPB berlaku untuk bilangan bulat positif atau bilangan asli. Setelah mempelajari materi kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dan faktor persekutuan terbesar (FPB), Anda diharapkan dapat

1) memahami pengertian kelipatan persekutuan terkecil (KPK);
2) memahami pengertian faktor persekutuan terbesar (FPB);
3) memahami cara menentukan kelipatan persekutuan terkecil menggunakan faktor prima;
4) memahami cara menentukan kelipatan persekutuan terkecil menggunakan faktor prima; dan
5) memahami hubungan antara kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dan faktor persekutuan terbesar (FPB).

B. KELIPATAN PERSEKUTUAN TERKECIL (KPK)

Kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dari dua bilangan bulat positif x dan y proses penemuannya dimulai dari menentukan semua kelipatan x dan y selanjutnya mengidentifikasi dan mengumpulkan kelipatan yang sama dari setiap kelipatan dari x dan y yang disebut kelipatan persekutuan. Jadi, kelipatan terkecil dari kumpulan kelipatan persekutuan disebut kelipatan persekutuan terkecil (KPK). KPK dari dua bilangan bulat positif x dan y dinotasikan $KPK\ (x, y)$ atau $[x, y]$ (Wheeler, 1973; Karso, 2014).

Contoh:

1) Tentukan $KPK\ (8, 12)$

   Jawab: Menentukan kelipatan dari 8, yaitu 8, 16, 24, 32, 40, 48, dst.

   Menentukan kelipatan dari 12, yaitu 12, 24, 36, 48, dst.

   Kelipatan persekutuannya adalah 24, 48, 72, dst.

   Kelipatan persekutuan yang terkecil adalah 24, maka $KPK\ (8, 12) = 4$.

2) Tentukan $KPK\ (4, 6, 9)$

   Jawab: Menentukan kelipatan dari 4, yaitu 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, dst.

   Menentukan kelipatan dari 6, yaitu 6, 12, 18, 24, 30, 36, dst.

Menentukan kelipatan dari 9, yaitu 9, 18, 27, 36, dst.

Kelipatan persekutuannya adalah 36, dst.

Jadi, *KPK* (4, 6, 9) = 36.

Terdapat beberapa materi yang perlu dipahami oleh peserta didik dalam menentukan KPK. Materi tersebut adalah sebagai berikut.

1. Menentukan Faktor Prima Suatu Bilangan Bulat Positif

Menentukan kelipatan persekutuan dapat juga dengan menentukan faktor prima dari bilangan yang ditentukan. Faktor prima dari sebuah bilangan dapat menggunakan tabel atau pohon akar sebagai berikut.

a. Faktor Prima Menggunakan Tabel

1) Contoh 1: Tentukan faktor prima dari 36.

Jawab: Faktorisasi dari 36 adalah

$$36 = \frac{36\quad 18\quad 12\quad 9\quad 6}{1\quad 2\quad 3\quad 4\quad 6}.$$

Jadi, faktor prima dari 36 adalah 2 dan 3.

2) Contoh 2: Tentukan faktor prima dari 140.

Jawab: Faktorisasi dari 140 adalah

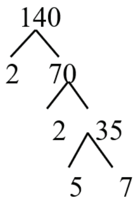
$$140 = \frac{140\quad 70\quad 35\quad 28\quad 20\quad 14}{1\quad 2\quad 4\quad 5\quad 7\quad 10}.$$

Jadi, faktor prima dari 140 adalah 2, 5, dan 7.

b. Faktor Prima Menggunakan Pohon Faktor

Faktor prima dari sebuah bilangan bulat positif salah satu caranya didapatkan dengan cara membagi bilangan tersebut dengan sebuah bilangan terkecil, dimulai dari angka 2. Hasil baginya kemudian dibagi dengan bilangan prima terkecil dimulai dari angka 2, dan seterusnya. Jadi, hasil akhir yang didapat adalah bilangan prima.

Contoh: mencari faktor prima dari 140.



Jadi, hasil yang didapatkan dari faktorisasi prima 140 adalah $2 \times 2 \times 5 \times 7$ dan faktor prima dari 140 adalah 2, 5, 7.

2. Cara Mencari KPK Menggunakan Faktor Prima

Pada bahasan sebelumnya telah dibahas cara mencari kelipatan persekutuan dari dua buah bilangan bulat positif atau lebih dengan mencari kelipatan dari setiap bilangan. KPK dari dua bilangan atau lebih dapat dicari dengan cara menggunakan faktor prima dari setiap bilangan. Misal, x dan y bilangan bulat positif, akan ditentukan KPK (x, y) atau $[x, y]$.

Caranya, setiap bilangan x dan y dinyatakan menjadi hasil kali dari faktor prima. Jadi, KPK (x, y) adalah hasil kali dari faktor prima yang memenuhi logika kondisional sebagai berikut.

1) Jika a merupakan faktor prima yang hanya terdapat pada x atau y, maka a disebut calon faktor prima dari KPK (x, y).
2) Jika b merupakan faktor prima dari x dan y, maka b merupakan calon faktor prima dari KPK (x, y).
3) Jika c merupakan faktor dari x dan c merupakan faktor dari y dengan $x > y$, maka y merupakan calon faktor prima dari KPK (x, y).

Contoh:

a) Tentukan KPK (12, 18) menggunakan faktor prima!

Jawab:

$$12 = 2^2 \times 3,$$

$$18 = 2 \times 3^2.$$

Menurut kondisi 3), 2^2 dan 3^2 merupakan calon faktor dari KPK.

Jadi, KPK $(12, 18) = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$ atau $[12, 18] = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$.

b) Tentukan KPK (12, 15)!

Jawab:

$$12 = 2^2 \times 3,$$

$$15 = 3 \times 5.$$

Berdasarkan kondisi 1), 2^2 dan 5 merupakan calon faktor KPK.

Berdasarkan kondisi 2), 3 merupakan calon faktor KPK.

Jadi, KPK $(12, 15) = 2^2 \times 5 \times 3 = 60$ atau $[12, 15] = 2^2 \times 5 \times 3 = 60$.

3. Pembelajaran

Kelipatan persekutuan terkecil dari dua bilangan diperoleh dengan mencari kelipatan dari setiap bilangan bulat positif. Setelah peserta didik menguasai konsep KPK berdasarkan kelipatan persekutuan dari dua bilangan atau tiga bilangan bulat positif dan memahami cara mencari faktor prima, selanjutnya peserta didik perlu memahami cara pemilihan calon faktor dari setiap bilangan.

Misalkan: $x = a^2.b.c$ dan $y = a^3.b^4.d$.

Jika bilangan a, b, c, d merupakan bilangan prima, calon faktor-faktor KPK yang dipilih adalah $a^3.b^4.c.d$. Terdapat beberapa kondisi yang dapat digunakan dalam menentukan KPK sebagai berikut.

1) Jika x dan y mempunyai faktor prima yang sama, tapi pangkatnya berbeda, dipilihlah pangkat paling besar.
2) Jika x mempunyai suatu faktor prima, sedangkan y tidak, faktor prima tersebut merupakan calon KPK.
3) Jika x dan y mempunyai faktor prima yang sama dengan pangkat yang sama, dipilih salah satu sebagai calon faktor KPK.

C. FAKTOR PERSEKUTUAN TERBESAR (FPB)

Proses penentuan faktor persekutuan terbesar diperoleh dari dua bilangan bulat positif x dan y. Pertama, kita perlu menentukan faktor-faktor dari x dan y serta mengidentifikasi dan mengumpulkan faktor yang sama dari setiap faktor dari x dan y yang disebut faktor persekutuan. Jadi, faktor terbesar dari kumpulan faktor persekutuan disebut faktor persekutuan terbesar (FPB). Faktor persekutuan terbesar dari x dan y dinotasikan FPB (x,y) atau $[x,y]$.

Contoh:

1) Tentukan FPB (32, 44)!

   Jawab: Faktor dari 32 adalah 1, 2, 4, 8, 16, 32.

   Faktor dari 44 adalah 1, 4, 11, 44.

   Faktor persekutuan adalah 1, 4.

   Karena faktor persekutuan yang terbesar adalah 4, FPB dari (32, 44) = 4.

2) Tentukan FPB (24, 36, 42)!

   Jawab: Faktor dari 24 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

   Faktor dari 36 adalah 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

   Faktor dari 42 adalah 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42.

   Faktor persekutuan adalah 1, 2, 3.

   Jadi, FPB (24, 36, 42) = 3.

Terdapat beberapa materi yang perlu dipahami oleh peserta didik dalam menentukan FPB. Materi tersebut adalah sebagai berikut.

1. Cara Mencari FPB dengan Faktor Prima

FPB dari dua bilangan atau lebih didapat melalui faktor prima bilangan-bilangan tersebut. Proses penentuan FPB dengan menggunakan faktor prima dilakukan pertama kali dengan cara menentukan faktorisasi prima dari setiap bilangan bulat positif.

Contoh:

1) Tentukan FPB (18, 30)!

   Jawab:

   a) **Langkah 1**: Menentukan faktorisasi prima dari bilangan 18 dan 30, yaitu

   $$18 = 2 \times 3^2,$$

   $$30 = 2 \times 3 \times 5.$$

   b) **Langkah 2**: Penentuan faktor prima yang menjadi faktor persekutuan kedua bilangan 18 dan 30 adalah 2 dan 3.

   c) **Langkah 3:** Semua faktor persekutuan yang terpilih sedemikian rupa sehingga FPB (18, 30) = 2.3 = 6 atau [18, 30] = 2.3 = 6.

2) Tentukan FPB (12, 35)!

   Jawab:

   $$12 = 2^2 \,.\, 3,$$

   $$35 = 5 \,.\, 7.$$

   Jadi, FPB (12, 35) = 1. Dua buah bilangan yang hanya mempunyai faktor sekutu 1 (satu) disebut prima relatif.

3) Tentukan FPB (24, 36)!

   Jawab:

   $$24 = 2^3 \,.\, 3,$$

   $$36 = 2^2 \,.\, 3^2.$$

   Calon faktor dari FPB (24, 36) adalah 2^2 dan 3, diambil dari pangkat yang terkecil. Jadi, FPB (24, 36) = $2^2 \,.\, 3 = 12$.

2. FPB dari Tiga Bilangan

FPB dari tiga bilangan bulat positif dapat dinyatakan dalam perkalian faktor prima atau disebut faktorisasi prima. Selanjutnya, ditentukan faktor prima yang merupakan faktor persekutuan dari ketiga bilangan bulat positif.

Contoh:

Tentukan faktor persekutuan terbesar dari 36, 60, dan 96!

Jawab:

$$36 = 2^2 \, . \, 3^2,$$

$$60 = 2^2 \, . \, 3 \, . \, 5,$$

$$96 = 2^5 \, . \, 3.$$

Faktor prima persekutuan dari 36, 60, dan 96 adalah 2^2 dan 3. Jadi, FPB (36, 60, 96) = $2^2 \, . \, 3 = 12$.

3. Hubungan KPK dan FPB

Proses penentuan KPK dan FPB dari dua bilangan didapat dari beberapa cara. Jika salah satu dari KPK atau FPB sudah diketahui, dapat digunakan formula sebagai berikut.

$$\text{KPK}(a, b) = \frac{a.b}{\text{FPB}(a,b)} \quad \text{atau} \quad \text{FPB}(a, b) = \frac{a.b}{\text{KPK}(a,b)}.$$

Contoh:

1) Tentukan KPK dan FPB dari 49 dan 84!

   Jawab:

$$49 = 7^2,$$

$$84 = 2^2 \, . \, 3 \, . \, 7,$$

$$\text{KPK } (49, 84) = 2^2 \, . \, 3 \, . \, 7^2 = 588,$$

$$\text{FPB } (49, 84) = \frac{49.84}{588} = 7.$$

2) Tentukan FPB dan KPK dari 42 dan 144!

Jawab:

$$42 = 2 \,.\, 3 .\, 7,$$

$$144 = 2^4 \,.\, 3^2,$$

$$\text{FPB } (42, 144) = 2 \,.\, 3 = 6,$$

$$\text{KPK } (42{,}144) = \frac{42.144}{6} = 1.008.$$

3) Tentukan KPK dan FPB dari 4,6,8

Jawab:

$$4 = 2^2,$$

$$6 = 2 \,.\, 3,$$

$$8 = 2^3,$$

$$\text{FPB } (4, 6, 8) = 2,$$

$$\text{KPK } (4, 6, 8) = 2^2 \,.\, 3 = 24.$$

Padahal $\text{KPK} = \frac{4.6.8}{FPB(4{,}6{,}8)} = \frac{4.6.8}{2} = 96.$

Terlihat bahwa untuk tiga bilangan tidak berlaku hubungan KPK dan FPB seperti yang terjadi pada dua bilangan.

D. RANGKUMAN

Berdasarkan pembahasan materi pada kegiatan pembelajaran KPK dan FPB, garis besar materi yang dibahas meliputi definisi, contoh, dan latihan tentang KPK dan FPB, cara menentukan KPK dan FPB, dan keterkaitan antara KPK dan FPB.

1) Faktor persekutuan terbesar (FPB) dari dua bilangan bulat positif x dan y adalah bilangan bulat positif terbesar r sedemikian sehingga $r|x$ dan $r|y$ dengan kata lain, FPB dari dua bilangan bulat positif adalah bilangan bulat terbesar yang membagi keduanya. Biasanya dinyatakan dengan r = FPB (x, y).

2) Bilangan bulat positif m adalah kelipatan persekutuan terkecil (KPK) dua bilangan bulat positif x dan y jika dan hanya jika m adalah bilangan bulat positif terkecil yang dapat dibagi oleh x dan y. Biasanya dinyatakan sebagai m = KPK (x, y).
3) Proses penentuan KPK dan FPB dari dua bilangan terdapat beberapa cara, di antaranya jika salah satu dari KPK atau FPB sudah diketahui, dapat digunakan formula sebagai berikut:

$$\text{KPK}(x, y) = \frac{x.y}{\text{FPB}(x,y)} \quad \text{atau} \quad \text{FPB}(x, y) = \frac{x.y}{\text{KPK}(x,y)}.$$

4) KPK dari dua bilangan atau lebih dapat dicari dengan cara menggunakan faktor prima dari setiap bilangan. Misal, x dan y bilangan asli, akan ditentukan KPK (x, y) atau $[x, y]$.

Caranya, setiap bilangan x dan y dinyatakan menjadi hasil kali dari faktor prima. Jadi, KPK (x dan y) adalah hasil kali dari faktor prima yang memenuhi logika kondisional sebagai berikut.

1) Jika a merupakan faktor prima yang hanya terdapat pada x atau y, maka a disebut calon faktor dari KPK (x, y).
2) Jika b merupakan faktor prima dari x dan y maka b merupakan calon faktor dari KPK (x, y).
3) Jika c merupakan faktor dari x, dan c merupakan faktor dari y dengan $x > y$ maka c merupakan calon faktor dari KPK (x, y).

E. BAHAN DISKUSI

Untuk memperdalam materi yang dipelajari, kerjakanlah latihan berikut ini dengan diskusi kelompok!

1) Carilah KPK dari 42, 54, 81, dan 35!
2) Buktikan bahwa $\text{KPK}(x, y) = \frac{x \times y}{FPB(x,y)}$!
3) Andaikan $m = a^4\ b^2\ c^5\ d$ dan $n = a\ b^3\ c^3$, dengan a, b, c, dan d adalah bilangan prima, maka KPK (m, n) adalah ....

4) Jika $p = a^6 b^2 c^3 d$ dan $q = a b^3 c^k$, dengan a, b, c, dan d adalah bilangan prima, serta k adalah bilangan prima genap, tentukan FPB (p, q)!
5) Tentukan KPK $(2x, 4x, 6x, 8x, 10x, \ldots, 1000x)$!

F. LATIHAN SOAL

Kerjakanlah latihan soal berikut ini!

1) Carilah FPB dari 7286, 1684!
2) Tentukan FPB dari 315, 220!
3) Tentukan FPB dari 72, 108, dan 66!
4) Tentukan FPB dari 252 dan 270!
5) Tentukan KPK dari 15, 24 dan KPK dari 75, 60!
6) Tentukan KPK dari 146, 124!
7) Carilah FPB dan KPK dari 36, 54, 81!

DAFTAR PUSTAKA

Karso, H. (2014). *Pendidikan matematika*. Unversitas Terbuka.

Wheeler, R. E. (1973). *Modern mathematics: An elementary approach*. Brooks/Cole Publishing.

Wu, H. (2011). *Understanding numbers in elementary school mathematics*. American Mathematical Society.

BAB 6

PECAHAN BIASA DAN OPERASINYA

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Setelah mempelajari materi pecahan biasa dan operasinya, mahasiswa diharapkan mampu memahami dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan pecahan biasa dengan baik dan mandiri.

A. PENDAHULUAN

Operasi penjumlahan dan perkalian pada bilangan cacah dan bilangan bulat bersifat tertutup. Namun, operasi pembagian pada bilangan cacah dan bilangan bulat tidak bersifat tertutup karena terdapat satu kondisi jika 1 dibagi 2 notasinya adalah $\frac{1}{2} \notin Z$ atau $\frac{1}{2} \notin C$. Jadi, bilangan $\frac{1}{2}$ perlu didistribusikan ke dalam himpunan bilangan yang lebih luas lagi dari bilangan bulat sehingga dapat dibuat sebuah himpunan bilangan yang baru, yaitu himpunan bilangan pecah yang mana anggotanya disebut bilangan pecahan.

Kata pecahan berarti bagian dari keseluruhan yang berukuran sama, berasal dari bahasa Latin *fractio* yang berarti memecah menjadi bagian-bagian yang lebih kecil. Sebuah pecahan mempunyai 2 bagian, yaitu pembilang dan penyebut yang penulisannya dipisahkan oleh garis lurus dan bukan miring $\left(\frac{\square}{\square}\right)$ contoh $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ dan seterusnya. Setelah mempelajari materi pecahan biasa dan operasinya, Anda diharapkan dapat

1) memahami pengertian pecahan;
2) memahami pembelajaran pengertian pecahan kepada peserta didik;
3) memahami macam-macam pecahan;
4) memahami cara mengurutkan pecahan;
5) memahami cara membandingkan pecahan; dan
6) memahami operasi-operasi pada pecahan.

B. PENGERTIAN PECAHAN

Istilah pecahan merupakan suatu bilangan rasional sehingga pecahan sebagai bilangan rasional disebut bilangan pecahan. Himpunan bilangan bulat adalah {...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...}. Operasi penjumlahan dan perkalian pada bilangan bulat bersifat tertutup. Perkalian dan penjumlahan antara dua buah bilangan bulat menghasilkan sebuah bilangan bulat. Namun, jika dua buah bilangan bulat dioperasikan dengan pembagian, hasil dari operasi pembagian tidak selalu menghasilkan bilangan bulat sehingga operasi pembagian pada bilangan cacah tidak bersifat tertutup. Berdasarkan permasalahan tersebut diperlukan bilangan baru sebagai perluasan bilangan bulat sedemikian rupa sehingga operasi pembagian bersifat tertutup. Bilangan tersebut disebut bilangan pecahan.

Salah satu perluasan bilangan bulat ialah bilangan pecahan yang dapat didefinisikan sebagai bilangan yang dapat dinyatakan dengan $\frac{x}{y}$, dengan $x, y \in C$ dan $y \neq 0$. Jadi, x merupakan pembilang (*numerator*) dan merupakan penyebut (*denumerator*). Pecahan satuan merupakan pecahan yang mempunyai pembilang sama dengan satu (Karso, 2014).

Pendidik perlu memahami perilaku perkembangan peserta didik sehingga pendidik lebih mengerti kesiapan peserta didik dalam memahami suatu pembelajaran, salah satunya konsep pecahan. Beberapa cara untuk memahamkan konsep pecahan kepada peserta didik adalah sebagai berikut.

1) Pemilihan benda yang ada pada lingkungan.

   Pada tahap ini kita mengenalkan benda-benda yang ada pada lingkungan di sekitar mereka, misalnya semangka, kue, atau benda lainnya yang sudah mereka kenal. Jika menggunakan benda yang tidak pernah mereka lihat, perhatian mereka akan tertuju pada jenis benda tersebut, bukan pada pembelajarannya.

2) Pilihlah benda yang mempunyai bentuk teratur!

   Setelah menggunakan benda yang terdapat pada lingkungan di sekitar kita, kita dapat menggunakan benda yang memiliki bentuk teratur, misalnya pita, tali, atau yang lainnya. Pada tahap ini tidak dianjurkan menggunakan bentuk tiga dimensi, misalnya yang berbentuk kubus, tabung, lingkaran, kerucut dan lain-lain karena peserta didik akan sulit dalam membagi jika menggunakan benda-benda tersebut.

3) Penggunaan semikonkret dalam konsep pembelajaran pecahan.

   Awal pembelajaran, peserta didik diajari pembelajaran pecahan menggunakan benda konkret atau nyata. Setelah peserta didik memahami pembelajaran menggunakan benda nyata, peserta didik dapat menggunakan benda tidak nyata atau semikonkret. Contohnya, pada awal pembelajaran, kita mengajarkan pembelajaran pecahan menggunakan pita. Setelah peserta didik mengerti, pita diganti dengan gambar pita saja. Pembelajaran menggunakan benda semikonkret dapat meningkatkan pemikiran peserta didik agar lebih tinggi.

C. MACAM-MACAM PECAHAN

Setelah mengenal konsep pecahan, selanjutnya peserta didik mempelajari macam-macam pecahan. Pecahan ada dua macam, yaitu pecahan murni atau sejati dan pecahan campuran (Karim, 2011).

a. Pecahan Murni (Sejati)

Pecahan murni merupakan pecahan yang mempunyai pembilang lebih kecil dari penyebutnya dan tidak dapat disederhanakan lagi. Contoh, $\frac{2}{3}, \frac{2}{7}, \frac{13}{15}$.

b. Pecahan Campuran

Pecahan campuran merupakan pecahan yang terdiri dari bilangan bulat dan bilangan pecahan murni. Contoh, $3\frac{2}{3}$, $2\frac{2}{5}$, $4\frac{3}{5}$. Pecahan campuran dapat dijadikan menjadi pecahan biasa seperti contoh berikut ini.

$$3\frac{2}{3} => 3\frac{2}{3} = \frac{(3\times 3)+2}{3} = \frac{9+2}{3} = \frac{11}{3}.$$

D. CARA MEMBANDINGKAN PECAHAN (DENGAN TANDA <, =, ATAU >)

Proses pembandingan dua pecahan dinotasikan dengan tanda $<$, $=$ atau $>$. Pendidik perlu mengetahui cara atau teknik dalam proses membandingkan sehingga mudah dipahami oleh peserta didik. Terdapat beberapa cara dalam proses perbandingan antara dua buah bilangan pecahan atau lebih sebagai berikut.

1. Pecahan dengan Pembilang atau Penyebut yang Sama

a. Pecahan dengan Pembilang Sama

Proses membandingkan pecahan dari yang terkecil sampai ke terbesar adalah dengan penyebutnya, yaitu makin besar penyebut maka makin kecil pecahannya, begitu juga sebaliknya.

Contoh:

1) $\frac{3}{5}$........$\frac{3}{7}$. Pecahan terbesar adalah $\frac{3}{5}$ karena penyebutnya lebih kecil daripada $\frac{3}{7}$.
2) $\frac{5}{2}$........$\frac{5}{7}$. Pecahan terkecil adalah $\frac{5}{7}$ karena penyebutnya lebih besar daripada $\frac{5}{2}$.

b. Pecahan dengan Penyebut yang Sama

Proses membandingkan pecahan dari yang terkecil dengan yang terbesar apabila penyebutnya sama adalah dengan memperhatikan pembilangnya, makin kecil angkanya maka makin kecil pecahannya, begitu juga sebaliknya. Jika menggunakan garis, bilangan pecahan yang letaknya di kiri lebih kecil daripada pecahan di kanan.

1) $\frac{5}{2}$........ $\frac{3}{2}$. Pecahan terkecil adalah $\frac{3}{2}$ karena $\frac{3}{2}$ pembilangnya lebih kecil daripada $\frac{5}{2}$.
2) $\frac{3}{6}$........ $\frac{8}{6}$. Pecahan terbesar adalah $\frac{8}{6}$ karena $\frac{8}{6}$ pembilangnya lebih besar daripada $\frac{3}{6}$.

2. Pecahan dengan Pembilang dan Penyebut Berbeda

Untuk membandingkan pecahan dengan pembilang dan penyebut berbeda adalah dengan cara menyamakan penyebutnya terlebih dahulu, kemudian mengurutkannya dengan ketentuan seperti pada pecahan yang sama penyebutnya.

Contoh:

1) $\frac{2}{3}$....... $\frac{3}{4}$ Langkah pertama adalah menyamakan penyebut kedua pecahan, yaitu dengan cara mencari kelipatan penyebutnya sehingga menjadi $\frac{8}{12}$ dan $\frac{9}{12}$ kemudian mengurutkannya dengan ketentuan seperti pada pecahan yang sama penyebutnya.
2) $\frac{1}{2}$...... $\frac{4}{3}$. Langkah pertama adalah menyamakan penyebut kedua pecahan, yaitu dengan cara mencari kelipatan penyebutnya sehingga menjadi $\frac{3}{6}$...... $\frac{8}{6}$ kemudian mengurutkannya dengan ketentuan seperti pada pecahan yang sama penyebutnya.

E. CARA MENGURUTKAN PECAHAN

Jika sekilas kita lihat dalam mengurutkan pecahan, pasti sudah terpikirkan akan sulit dalam mengurutkannya. Namun, setelah kita lihat lagi kita dapat mengurutkannya seperti bilangan cacah apabila semua penyebutnya sama, kita akan mudah dalam mengurutkannya. Misalnya, $\frac{6}{6}, \frac{9}{6}, \frac{2}{6}$ memiliki penyebut yang sama sehingga kita mudah dalam mengurutkan dari pecahan terkecil ke pecahan terbesar atau sebaliknya. Hasil dari pengurutannya sebagai berikut.

$$\frac{2}{6}, \frac{6}{9}, \frac{9}{6}$$

Namun, jika penyebut dalam setiap pecahan berbeda, hal pertama yang harus dilakukan adalah menyamakan penyebut.

$$\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{2}{3}$$

Tahap-tahap yang harus dilakukan untuk mengurutkan pecahan adalah sebagai berikut.

1) Menyamakan penyebutnya, yaitu dengan proses pencarian kelipatan dari setiap penyebut yang dalam hal ini, kelipatan dari 4, 5, dan 3 adalah 60.

$$\frac{3}{4} = \frac{45}{60}, \frac{4}{5} = \frac{48}{60}, \frac{2}{3} = \frac{40}{60}$$

2) Mengurutkan pecahan sesuai dengan poin 1), yakni mengurutkan pecahan dari terkecil menuju ke terbesar sebagai berikut.

$$\frac{40}{60}, \frac{45}{60}, \frac{48}{60}$$

F. OPERASI PECAHAN

1. Operasi Penjumlahan pada Pecahan

a. Penjumlahan Pecahan dengan Penyebut Sama

Perlu diingat bahwa apabila penyebut sama, kita hanya perlu menjumlahkan pembilangnya dan penyebutnya tetap sama.

Contoh: $\frac{3}{6} + \frac{8}{6} = \frac{11}{6}$.

b. Penjumlahan Pecahan dengan Penyebut Tidak Sama

Jika penyebutnya tidak sama, langkah yang pertama adalah menyamakan terlebih dahulu penyebutnya agar dapat dijumlahkan. Caranya adalah sebagai berikut.

1) Hal pertama yang dilakukan adalah menyamakan penyebutnya dengan cara mencari kelipatan dari kedua bilangan yang sama, sebagai contoh kelipatan dari 2 dan 3 adalah 6.

   Contoh: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \ldots$

   Kelipatan dari 2 = 2, 4, 6, ... dan kelipatan 3 = 3, 6, 9.

2) Setelah menyamakan penyebut, kelipatan dari kedua bilangan tersebut membagi masing-masing penyebut kemudian dikalikan dengan pembilangnya.

Contoh: $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \left(\frac{6 : 2 \times 1}{6}\right) + \left(\frac{6 : 3 \times 2}{6}\right)$.

3) Setelah disamakan penyebutnya, diketahui penyebutnya, yaitu 6. Kemudian 6 dibagi masing-masing penyebut dan dikalikan dengan pembilangnya.

$\frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$.

c. Penjumlahan Pecahan Biasa dan Pecahan Campuran.

Terdapat beberapa langkah dalam menjumlahkan pecahan biasa dan pecahan campuran. Caranya sebagai berikut.

1) Mengubah pecahan campuran menjadi pecahan biasa dengan cara mengalikan penyebut dengan bilangan bulat pada campuran lalu menjumlahkannya dengan pembilang.

Contoh: $3\frac{2}{3} = ...$

Kalikan 3 dengan 3 dan dijumlahkan dengan pembilangnya (2) sehingga hasilnva 11، tetapi penyebutnya tetap sama. Jadi, pecahan biasa dari $3\frac{2}{3} = \frac{11}{3}$.

2) Menyamakan penyebutnya dengan cara mencari kelipatan dari kedua penyebut dari masing-masing pecahan.

Contoh: $3\frac{2}{3} + \frac{9}{2} = ...$

3) Mengubah terlebih dahulu menjadi pecahan biasa, lalu samakan penyebutnya dengan mencari kelipatan dari kedua penyebut dari masing-masing pecahan sedemikian rupa sehingga didapatkan hasilnya, yaitu $\frac{9}{3} + \frac{9}{2} = \frac{18}{6} + \frac{27}{6} = \frac{45}{6}$.

d. Penjumlahan Pecahan Campuran dengan Campuran

Terdapat beberapa langkah dalam menjumlahkan pecahan campuran dengan pecahan campuran sebagai berikut.

1) Langkah 1: mengubah pecahan campuran menjadi pecahan biasa dengan cara mengalikan penyebut dengan bilangan bulat pada campuran lalu menjumlahkannya dengan pembilang.

Contoh: $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$.

2) Langkah 2: jika pecahan campuran sudah diubah menjadi pecahan biasa, samakan penyebutnya.

Contoh: $4\frac{2}{3} + 3\frac{2}{4} = \frac{14}{3} + \frac{14}{4} = \frac{56}{12} + \frac{42}{12} = \frac{98}{12} = 8\ \frac{2}{12} = 8\ \frac{1}{6}$.

2. Operasi Pengurangan pada Pecahan

a. Pengurangan dengan Penyebut yang Sama

Pada operasi pengurangan ini tidak berbeda dengan operasi penjumlahan. Jika penyebutnya sama, tinggal mengurangkan pembilangnya.

Contoh: $\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

b. Pengurangan dengan Penyebut yang Berbeda

Jika penyebutnya tidak sama, langkah yang pertama adalah menyamakan terlebih dahulu penyebutnya agar dapat dijumlahkan.

Contoh: $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \ldots$

Samakan penyebutnya lalu dicari kelipatannya, diketahui penyebutnya adalah 6. Selanjutnya, 6 dibagi dengan masing-masing penyebut, hasilnya dikali dengan pembilang.

$\frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$.

3. Operasi Perkalian pada Pecahan

a. Perkalian Bilangan Asli dan Pecahan

Jika terdapat sebuah bilangan bulat dikalikan dengan bilangan pecahan, bilangan bulat dikalikan dengan pembilang dari pecahan tersebut karena bilangan bulat berbentuk $\frac{4}{1}$ disebut juga pecahan satuan, yaitu 4 merupakan pembilang dan 1 merupakan penyebut. Jadi, operasi perkalian berupa perkalian antarpembilang dan perkalian antarpenyebut.

Contoh: $5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$.

b. Perkalian Pecahan dengan Pecahan

Pada operasi perkalian ini kita tinggal mengalikan pembilang dengan pembilang dan penyebut dengan penyebut.

Contoh: $\frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{15}$.

4. Operasi Pembagian pada Pecahan

a. Pembagian Bilangan Bulat dengan Bilangan Bulat yang Menghasilkan Bilangan Pecahan

Contoh:

Ibu membeli 1 buah semangka lalu ibu membagikannya kepada 3 orang saudaranya, berapakah bagian masing-masing saudara?

Penyelesaian:

Ibu mempunyai 1 buah semangka dibagi 3 sama besar dengan saudaranya, dapat ditulis

$1 : 3 = \frac{1}{3}$.

b. Pembagian Bilangan Asli dengan Pecahan

Contoh: $4 : \frac{2}{3} = \frac{4 \times 1}{\frac{2}{3} \times 1} = \frac{4 \times \frac{3}{3}}{\frac{2}{3} \times \frac{3}{3}} = \frac{\frac{12}{3}}{\frac{2}{3}} = 6$.

c. Pembagian Bilangan Pecahan dengan Pecahan

Contoh: $\frac{1}{2} : \frac{2}{5} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{5}{2}}{\frac{2}{5} \times \frac{5}{2}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{10}{10}} = \frac{5}{4}$.

G. METODE PEMBELAJARAN PESERTA DIDIK SEKOLAH DASAR DALAM MATERI PEMBELAJARAN PECAHAN

Metode pembelajaran ini dapat menggunakan media yang bersifat konkret dan benda yang terdapat di sekelilingnya. Dalam media pembelajaran ini, pendidik dapat menggunakan media pembelajaran, yaitu buah semangka atau media lainnya yang berupa gambar, video, dan lain-lain. Dalam menggunakan media semangka, dapat dilakukan cara sebagai berikut.

1) Siapkan terlebih dahulu media yang akan digunakan sebelum kelas dimulai.
2) Berikan arahan terlebih dahulu kepada peserta didik, mengapa pada pembelajaran materi pecahan ini menggunakan media pembelajaran buah semangka atau benda konkret di sekililing peserta didik.
3) Agar mempermudah peserta didik untuk memahami pembelajaran materi pecahan ini dengan menggunakan buah semangka, kita dapat membaginya menjadi beberapa bagian.
4) Jika mereka sudah memahami, kita beri contoh soal yang sederhana mengenai materi tentang pecahan dengan mengamati media yang sudah kita sediakan, yaitu buah semangka tersebut.

H. RANGKUMAN

Berdasarkan pembahasan materi pada kegiatan pembelajaran pecahan biasa dan operasinya, bilangan pecahan merupakan bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{x}{y}$ dengan $x, y \in C$ dan $y \neq 0$. Jenis pecahan terdapat dua macam, yaitu pecahan murni dan pecahan campuran. Terdapat empat operasi pada bilangan pecahan, yaitu penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Menjelaskan materi pecahan dapat menggunakan media konkret sesuai dengan tahapan pembelajaran teori Bruner.

I. BAHAN DISKUSI

Untuk memperdalam materi yang dipelajari sebelumnya, kerjakanlah latihan berikut ini dengan diskusi kelompok.

1) Dalam melaksanakan pembelajaran konsep penjumlahan pecahan berbeda penyebut, seorang guru tidak menggunakan media atau langsung secara mekanik. Bagaimana menurut Anda makna pembelajaran tersebut bagi siswa? Jelaskan jawaban Anda!
2) Jelaskan pengertian pembilang dan penyebut dari suatu pecahan!

3) Sebutkan media yang tepat dan mudah digunakan dalam melaksanakan pembelajaran penjumlahan pecahan yang berpenyebut sama!

4) a) Dalam melaksanakan pembelajaran konsep penjumlahan pecahan campuran, seorang pendidik tidak menggunakan media atau langsung secara mekanik. Apakah pembelajaran tersebut bermakna bagi siswa? Jelaskan jawaban Anda!

   b) Dengan mengubah pecahan campuran yang dijumlah menjadi pecahan biasa dalam konsep penjumlahan pecahan campuran, bagaimana pendapat Anda?

J. LATIHAN SOAL

Kerjakanlah latihan soal berikut ini!

1) Ibu mempunyai 2 kilogram tepung terigu. Satu pertiganya untuk membuat kue bolu. Berapa kilogram tepung terigu yang yang digunakan oleh ibu?

2) Andi mempiliki 1 buah mangga dengan berat $\frac{1}{3}$ kg dan Budi memiliki mangga dengan berat $\frac{1}{4}$ kg. Berapa banyak mangga yang harus dimiliki Budi agar beratnya sama dengan mangga milik Andi?

DAFTAR PUSTAKA

Awaludin, A. A. R., Rawa, N. R., Narpila, S. D., Yuliani, A. M., Wewe, M., Gradini, E., ... & Resi, B. B. F. (2021). *Teori dan aplikasi pembelajaran matematika di SD/MI*. Yayasan Penerbit Muhammad Zaini.

Karim, M. A. (2011). *Materi pokok pendidikan matematika 2*. Universitas Terbuka.

Karso, H. (2014). *Pendidikan matematika*. Unversitas Terbuka.

Pinontoan, B., & Titaley, J. (2016). *Matematika diskrit*. CV. Patra Media Grafindo.

BAB 7

PECAHAN DESIMAL

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Mahasiswa diharapkan mampu menyelesaikan masalah-masalah dalam matematika atau bidang lain yang penyelesaiannya menggunakan pecahan desimal dan operasinya.

A. PENDAHULUAN

Penanaman konsep mengenai pecahan dapat dilakukan melalui pendekatan kejadian-kejadian yang ada dalam kehidupan sehari-hari. Beberapa objek di sekitar lingkungan juga bisa dijadikan sebagai media pembelajaran. Salah satu kegiatan dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan penanaman konsep pecahan adalah masalah membagikan makanan atau benda agar penerimanya mendapatkan jumlah yang sama rata. Masalah tersebut akan memiliki dua kasus yang mungkin akan terjadi, yaitu pertama, apabila jumlah benda yang akan dibagikan sama dengan atau merupakan kelipatan dari banyaknya penerima. Kedua, yaitu apabila jumlah benda yang akan dibagikan lebih dari atau kurang dari dan bukan merupakan kelipatan dari banyaknya jumlah penerima. Contoh dari kasus kedua adalah misalkan kita memilih satu buah mangga yang akan dibagikan kepada dua orang peserta didik.

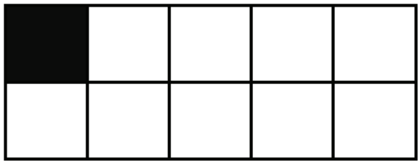
Pecahan merupakan bilangan rasional. Selanjutnya, bilangan pecahan memiliki dua komponen, yaitu pembilang dan penyebut. Nilai pada pembilang disebut terlebih dahulu baru disusul oleh nilai penyebutnya. Pecahan mendeskripsikan bagian dari keseluruhan. Dalam bahasa latin, pecahan disebut *fractio* yang artinya adalah kegiatan memecah suatu objek menjadi bagian-bagian kecil yang sama besar.

Ilustrasi singkat dari konsep pecahan adalah sebagai berikut. Syarif memiliki pita sepanjang 10 meter yang akan dibagikan sama rata kepada dua orang temannya. Dua orang teman Syarif masing-masing akan mendapatkan 5 meter pita. Ukuran dari bagian yang sama rata tersebutkan dapat diwakilkan oleh pecahan. Dalam pecahan, bagian yang diperoleh masing-masing teman Syarif dapat dinyatakan sebagai satu *per* dua. Satu adalah pembilang dan dua adalah penyebut. Bentuk lain dari pecahan adalah pecahan desimal, tanda koma merupakan ciri khas dari pecahan desimal. Pecahan desimal merupakan hasil dari pembagian suatu bilangan bulat dengan angka sepuluh dan kelipatannya. Setelah pembelajaran materi pecahan desimal, Anda diharapkan dapat

1) menyelesaikan persoalan tentang pecahan desimal dengan tepat sesuai dengan ilmu yang sudah diajarkan;
2) menganalisis suatu kesalahan konsep yang biasa dilakukan oleh guru atau siswa dalam memahami konsep pecahan desimal; dan
3) menjelaskan bilangan dan lambang bilangan pecahan desimal, operasi dan sifat-sifat operasi pada pecahan desimal, serta penggunaan pecahan desimal dan operasinya dalam menyelesaikan masalah kepada siswa SD menggunakan pendekatan dan media/alat peraga yang sesuai.

Pada materi sebelumnya kita sudah mengulas secara singkat mengenai pengertian pecahan dan pecahan desimal. Selanjutnya, akan dibahas mengenai cara dalam menyampaikan konsep tersebut kepada peserta didik. Apabila peserta didik sudah mampu memahami tentang konsep pecahan secara utuh, cara memahami konsep pecahan desimal bukanlah hal yang rumit. Berikut akan dijelaskan mengenai beberapa langkah yang harus dilaksanakan oleh pendidik dalam menanamkan konsep pecahan desimal kepada peserta didik.

1) Pendidik memberikan ilustrasi pecahan desimal satu *per* sepuluh dengan menggunakan media pengajaran berupa gambar (Gambar 7.1). Peserta didik dibimbing untuk menggambar persegi dan membagi gambar tersebut menjadi sepuluh bagian sama besar.



Gambar 7.1 Ilustrasi Pecahan $\frac{1}{10}$

Bilangan pecahan satu *per* sepuluh terdiri atas satu sebagai pembilang dan sepuluh sebagai penyebut. Pada bilangan pecahan satu *per* sepuluh, jumlah bilangan nol adalah satu. Jumlah bilangan nol tersebut akan sama jumlahnya dengan bilangan di belakang koma. Apabila bilangan pada pembilang masih berada pada selang satu sampai sembilan, bilangan di belakang koma adalah bilangan dari pembilang itu sendiri, sedangkan bilangan di depan koma adalah nol. Sebagai contoh, bilangan pecahan desimal satu *per* sepuluh adalah 0,1. Selanjutnya, peserta didik dibimbing untuk memperhatikan gambar kembali dengan menempatkan bilangan 0,1 pada masing-masing kotak. Apabila bilangan 0,1 dijumlahkan sebanyak jumlah kotak tersebut, akan dihasilkan bilangan satu.

2) Apabila bilangan pada bagian pembilangnya berupa puluhan, cukup meletakkan koma di antara kedua bilangan tersebut. Sebagai contoh, sebelas *per* sepuluh menjadi 1,1. Apabila bilangan pada bagian pembilangnya berupa ratusan, koma diletakkan setelah bilangan yang menempati bilangan puluhan. Hal serupa akan diterapkan juga untuk bilangan ribuan dan seterusnya.

3) Bilangan pecahan satu *per* seratus terdiri atas satu sebagai pembilang dan seratus sebagai penyebut. Pada bilangan pecahan satu *per* seratus, jumlah bilangan nol adalah dua. Jumlah bilangan nol tersebut akan sama jumlahnya dengan jumlah bilangan di belakang koma. Apabila bilangan pada pembilang masih berada pada selang satu sampai sembilan puluh sembilan, bilangan di belakang koma adalah bilangan dari pembilang itu sendiri, sedangkan bilangan di depan koma adalah nol. Sebagai contoh, bilangan pecahan desimal satu *per* seratus adalah 0,01.

B. KONSEP PECAHAN DESIMAL

1. Arti dan Nilai Tempat Bilangan Desimal

Terdapat dua hal penting dalam memahami konsep bilangan pecahan desimal, yaitu memahami arti dari penulisan pecahan desimal dan memahami nilai tempat bilangan pecahan desimal. Bilangan pecahan desimal terdiri atas dua komponen bilangan, yaitu bilangan di depan koma dan bilangan di belakang koma. Bilangan di depan koma menyatakan bilangan bulat, sedangkan bilangan di belakang koma menyatakan bilangan pecahan. Contoh dalam memahami arti dari penulisan pecahan desimal adalah sebagai berikut.

1) Bilangan 0,1 memiliki arti nol sebagai bilangan bulat dan $\frac{1}{10}$ sebagai bilangan pecahan.
2) Bilangan 0,01 memiliki arti nol sebagai bilangan bulat dan $\frac{1}{100}$ sebagai bilangan pecahan.
3) Bilangan 0,001 memiliki arti nol sebagai bilangan bulat dan $\frac{1}{1000}$ sebagai bilangan pecahan.

Pemahaman arti dari penulisan pecahan desimal akan memudahkan kita memahami nilai tempat bilangan pecahan desimal. Sebagai contoh, 1,61616 memiliki arti satu sebagai bilangan bulat dan $\frac{61616}{100000}$ sebagai pecahan. Bentuk panjang dari 1,61616 dapat ditulis panjang dengan memperhatikan sistem nilai tempat sehingga diperoleh

$$1{,}61616 = 1 + \left(\frac{6}{10}\right) + \left(\frac{1}{100}\right) + \left(\frac{6}{1000}\right) + \left(\frac{1}{10000}\right) + \left(\frac{6}{100000}\right)$$

Bilangan desimal, 1.61616, memiliki nilai tempat sebagai berikut.

$1{,}61616 = 1 +$		memiliki nilai tempat satuan
	$0{,}6 +$	memiliki nilai tempat persepuluhan
	$0{,}01 +$	memiliki nilai tempat perseratusan
	$0{,}006 +$	memiliki nilai tempat perseribuan
	$0{,}0001 +$	memiliki nilai tempat persepuluhribuan
	$0{,}00006 +$	memiliki nilai tempat perseratusribuan (Karim, 2011).

2. Mengenal Tempat Desimal

Tempat desimal dari suatu bilangan pecahan desimal ditunjukkan dari banyaknya angka di belakang koma. Contohnya sebagai berikut.

1) 32,103: Karena ada tiga angka di belakang koma, bilangan desimal tersebut dapat dinyatakan sebagai bilangan pecahan tiga desimal.
2) 0,0001: Karena ada empat angka di belakang koma, bilangan desimal tersebut dapat dinyatakan sebagai bilangan pecahan empat desimal.

3. Pembulatan Bilangan Desimal

Aturan dalam pembulatan bilangan desimal ada dua, yaitu angka yang mengalami pembulatan dihilangkan apabila angka tersebut kurang dari lima dan angka yang mengalami pembulatan ditambah satu apabila angka tersebut lebih dari atau sama dengan lima. Pembulatan angka juga ditentukan oleh nilai tempat desimal yang diinginkan. Contohnya sebagai berikut.

1) 32,103: Karena akan dibulatkan sebanyak satu tempat desimal, perlu diperhatikan angka setelah satu angka di belakang koma. Nol adalah angka yang kurang dari lima, maka angka setelah angka satu dihilangkan sehingga diperoleh hasil pembulatannya, yaitu 32,1.
2) 1,5678: Karena akan dibulatkan sebanyak dua tempat desimal, perlu diperhatikan angka setelah dua angka di belakang koma. Tujuh adalah angka yang lebih dari lima, maka angka setelah angka enam ditambah satu sehingga diperoleh hasil pembulatannya yaitu 1,57.

4. Mengubah Pecahan Desimal ke Pecahan Biasa dan Sebaliknya

Angka di belakang koma menunjukkan banyaknya angka nol pada penyebut bilangan pecahan yang akan dibentuk. Contohnya sebagai berikut.

1) $0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.
2) $0{,}24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}$.
3) $12{,}25 = 12\frac{25}{100} = 12\frac{1}{4}$.

Dua cara untuk mengubah pecahan biasa ke pecahan desimal adalah sebagai berikut.

1) Pengubahan penyebut menjadi kelipatan sepuluh.
   a) $\frac{2}{10} = 0{,}2$.
   b) $\frac{2}{5} = \frac{2\times2}{5\times2} = \frac{4}{10} = 0{,}4$.
2) Penentuan hubungan intern KPK dan FPB dari bilangan tersebut.
   a) $\frac{9}{45} = \frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0{,}2$.
   b) $\frac{12}{24} = \frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0{,}5$.

C. CARA MENGIMPLEMENTASIKAN BILANGAN PECAHAN DALAM KEHIDUPAN SEHARI-HARI

Bilangan pecahan bisa kita terapkan dalam kehidupan sehari-hari. Kita sudah sering mendengar dan melihat adanya diskon harga di swalayan, seperti diskon makanan, alat rumah tangga, kebersihan dan lain-lain. Contoh soal cerita berikut adalah salah satu penerapkan bilangan pecahan dalam bentuk persen.

Contoh:

Ronal sedang membeli makanan untuk adiknya. Di swalayan, terdapat kue A, kue B, *snack* A, dan *snack* B. Ronal membeli kue A dengan harga normal Rp45.000,00. Pada saat disetorkan ke kasir, ternyata kue A ini diberi diskon 30%. Berapakah harga kue A yang dibayar oleh Ronal?

Jawab:

Potongan harga kue 30% × Rp.45.000, kita ubah dulu ke pecahan biasa lalu disederhanakan menjadi $\frac{30}{100} \times 45.000 = \frac{135.000}{10} = 13.500$.

Jadi, harga kue A yang dibayar Ronal adalah harga awal-harga diskon, yaitu

$$\text{Rp. } 45.000 - \text{Rp } 13.500 = \text{Rp } 31.500.$$

D. PENGOPERASIAN PECAHAN DESIMAL

1. Penjumlahan Pecahan Desimal

Penjumlahan pecahan desimal didapat dari bilangan desimal yang telah diubah terlebih dahulu sesuai dengan nilai tempat desimalnya kemudian jumlahkan pecahan yang memiliki penyebut sama. Contoh, pada operasi 1,23 + 1,5 kedua bilangan pecahan tersebut diubah sesuai dengan tempat desimalnya sehingga diperoleh

$$1{,}23 + 1{,}5 = \left(1 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100}\right) + \left(1 + \frac{5}{10}\right)$$

$$= 1 + 1 + \frac{2}{10} + \frac{5}{10} + \frac{3}{100} = 2 + \frac{7}{10} + \frac{3}{100}$$

$$= 2{,}73.$$

2. Pengurangan Pecahan Desimal

Pengurangan pecahan desimal didapat dari bilangan desimal yang diubah terlebih dahulu sesuai dengan nilai tempat desimalnya kemudian kurangkan pecahan yang memiliki penyebut sama. Contohnya pada operasi 1,23 – 1,5, kedua bilangan pecahan tersebut diubah sesuai dengan tempat desimalnya sehingga diperoleh

$$1{,}23 - 1{,}5 = \left(1 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100}\right) - \left(1 + \frac{5}{10}\right)$$

$$= 1 - 1 + \frac{2}{10} - \frac{5}{10} + \frac{3}{100} = 0 - \frac{3}{10} + \frac{3}{100}$$

$$= -\frac{30}{100} + \frac{3}{100} = -\frac{27}{100} = -0{,}27.$$

3. Perkalian Pecahan Desimal

Perkalian pecahan desimal didapat dengan menggeser posisi tanda koma sesuai dengan bilangan yang dikalikan. Selain itu, dapat juga dilakukan dengan mengubah bilangan desimal terlebih dahulu sesuai dengan nilai tempat desimalnya kemudian mengalikannya dengan bilangan yang memiliki satuan sama dan mengalikan pecahan yang memiliki penyebut yang sama. Contohnya adalah sebagai berikut.

1) $0{,}5 \times 0{,}30 = \frac{5}{10} \times \frac{30}{100} = \frac{150}{1000} = 0{,}15.$

2) $0{,}49 \times 1{,}2 = \frac{49}{100} \times \frac{12}{10} = \frac{588}{1000} = 0{,}588.$

4. Pembagian Pecahan Desimal

Pembagian pecahan desimal didapat dari bilangan desimal yang telah diubah terlebih dahulu sesuai dengan nilai tempat desimalnya kemudian lakukan operasi pembagian pada bilangan yang memiliki satuan sama dan lakukan hal yang sama pada bilangan pecahan yang memiliki penyebut sama. Contohnya adalah sebagai berikut.

1) $0{,}25 : 0{,}5 = \frac{25}{100} : \frac{5}{10} = \frac{25}{100} \times \frac{10}{5} = 0{,}5.$

2) $0{,}12 : 0{,}4 = \frac{12}{100} : \frac{4}{10} = \frac{12}{100} \times \frac{10}{4} = 0{,}3.$

5. Mengubah Persen ke Bentuk Pecahan Desimal

Perlu diingat bahwa persen merupakan simbol untuk bilangan pecahan satu *per* seratus. Hal pertama yang dilakukan adalah mengubah simbol persen tersebut ke dalam bentuk satu *per* seratus (Hashisaki, 1983). Contohnya adalah sebagai berikut.

$$12\% = 12 \times \frac{1}{100} = \frac{12}{100} = 0{,}12.$$

6. Mengubah Desimal ke Bentuk Persen

Bilangan desimal diubah dulu jadi bentuk pecahan *per* seratus. Artinya, memiliki nilai yang sama dengan persen. Contohnya sebagai berikut.

$$0{,}21 = \frac{21}{100} = 21\,\%.$$

E. RANGKUMAN

1) Bilangan pecahan desimal terdiri atas dua komponen bilangan, yaitu bilangan di depan koma dan bilangan di belakang koma. Bilangan di depan koma menyatakan bilangan bulat, sedangkan bilangan di belakang koma menyatakan bilangan pecahan.

2) Tempat desimal dari suatu bilangan pecahan desimal ditunjukkan dari banyaknya angka di belakang koma.
3) Aturan dalam pembulatan bilangan desimal terdiri atas dua aturan, yaitu angka yang mengalami pembulatan dihilangkan apabila angka tersebut kurang dari lima dan angka yang mengalami pembulatan ditambah satu apabila angka tersebut lebih dari atau sama dengan lima.
4) Angka di belakang koma menunjukkan banyaknya angka nol pada penyebut bilangan pecahan yang akan dibentuk.

F. BAHAN DISKUSI

1) Carilah alat peraga yang tepat untuk menyampaikan materi pecahan desimal dan berikan langkah-langkah dalam penggunaannya! Diskusikanlah dengan kelompokmu!
2) Sebutkan langkah-langkah pengerjaan soal apabila dua bilangan yang akan dijumlahkan adalah bilangan pecahan desimal dan pecahan campuran!
3) Jika $x - 50\% = \frac{3}{4}$, berapakah nilai x?

G. LATIHAN SOAL

1) Nyatakan bilangan-bilangan berikut dalam bentuk pecahan desimal dengan pendekatan sampai satu tempat desimal!
   a) $\frac{3}{5}$,
   b) $\frac{8}{30}$,
   c) $7\frac{2}{3}$.
2) Ubahlah bilangan pecahan biasa pada soal nomor 1 menjadi bilangan pecahan desimal dengan mengubah penyebutnya menjadi 100!
3) Kakak mempunyai 2 meter pita dan akan dibuat bunga. Masing-masing bunga memerlukan pita $\frac{1}{3}$ m. Berapa bunga yang bisa dibuat? Bagaimana bila masing-masing bunga memerlukan pita $\frac{2}{3}$ m? Berapa bunga yang dapat dibuat?

4) Syarif memiliki pita dengan panjang 10 meter. Adik Syarif meminta 20% dari pita tersebut. Berapakah sisa panjang pita syarif saat ini?
5) Dika memiliki lapangan dengan luas 150 m^2 dan 0,25 bagian tanah tersebut akan dibangun rumah. Berapa luas tanah bangunan Dika?

DAFTAR PUSTAKA

Amir, M. F., & Prasojo, B. H. (2016). *Matematika dasar*. UMSIDA Press.

Hashisaki, J. (1983). *Theory and application of mathematics for elementary school teachers.* John Wiley & Sons.

Karim, M. A. (2011). *Materi pokok pendidikan matematika 2*. Universitas Terbuka.

Muslikh, M. (2012). *Analisis real*. Universitas Brawijaya Press.

Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method.* Princeton University Press.

BAB 8

BILANGAN RASIONAL DAN IRASIONAL

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Mahasiswa diharapkan mampu menyelesaikan masalah-masalah dalam matematika atau bidang lain yang penyelesaiannya menggunakan bilangan rasional dan irasional, serta memiliki kemampuan dalam memberikan penjelasan tentang konsep tersebut kepada peserta didik SD.

A. PENDAHULUAN

Sebelum melangkah ke arah bilangan rasional, kita wajib tahu apa itu bilangan bulat. Bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri dari seluruh bilangan, baik negatif, nol, maupun positif, yaitu ..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4 .... Bilangan rasional memiliki hubungan yang sangat dekat dengan bilangan bulat, himpunan bilangan bulat diperluas menjadi himpunan bilangan rasional. Setelah proses pembelajaran mengenai bilangan rasional dan irasional, mahasiswa diharapkan memiliki kemampuan dalam menyelesaikan persoalan tentang bilangan rasional dan irasional tepat sesuai dengan ilmu yang sudah diajarkan. Setelah pembelajaran materi bilangan rasional dan irasional, Anda diharapkan dapat

1) memahami pengertian bilangan rasional dan irasional;
2) memahami operasi pada bilangan rasional dan irasional;
3) memahami sifat-sifat operasi pada bilangan rasional dan irasional; dan
4) memahami konsep hampiran atau pendekatan.

B. BILANGAN RASIONAL

Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan *a per b* dengan keterangan bahwa *a* adalah pembilang (*numerator*) dan *b* adalah penyebut (*denumerator*). Syarat untuk nilai penyebut *b* adalah *b* tidak sama dengan nol dan masing-masing dari *a* dan *b* merupakan bagian dari bilangan bulat (Budiono, 2008).

1. Bentuk-bentuk Bilangan Rasional

a. Bilangan Asli

Bilangan asli merupakan himpunan seluruh bilangan bulat yang bukan negatif kecuali nol. Adapun yang termasuk bilangan asli yaitu {1,2,3,4,5,...}. Dengan kata lain, bilangan asli adalah bilangan bulat positif yang diawali dari 1.

b. Bilangan Cacah

Bilangan cacah merupakan himpunan bilangan bulat yang bukan negatif, yaitu {0,1,2,3,4,...}. Oleh karena itu, bilangan cacah harus bertanda positif sehingga dapat disimpulkan bahwa bilangan cacah merupakan bilangan bulat positif yang diawali dari 0.

c. Bilangan Bulat

Bilangan bulat merupakan semua bilangan yang terdiri dari bilangan cacah. Bilangan bulat sering juga disebut sebagai bilangan yang bukan pecahan, yaitu {-3,-2,-1,0,1,2, ...}.

d. **Bilangan Prima**

Bilangan prima merupakan bilangan asli yang hanya bisa dibagi oleh bilangan itu sendiri dan 1. Bilangan prima merupakan bilangan asli yang lebih besar dari 1, sedangkan bilangan yang lebih besar dari satu dan bukan termasuk bilangan prima disebut sebagai bilangan komposit.

Berikut akan diberikan contoh bilangan rasional yang dinyatakan dalam bentuk pecahan. Terdapat dua contoh, yaitu bilangan rasional pecahan biasa dan bilangan rasional pecahan campuran. Beberapa bilangan dalam bentuk pecahan biasa adalah $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{7}{8}, \dots, \frac{a}{b}$ yang disebut sebagai bilangan rasional pecahan biasa, sedangkan contoh bilangan rasional pecahan campuran adalah $2\frac{1}{2}, 4\frac{2}{3}, 7\frac{5}{6}, \dots, a\frac{b}{c}$. Sifat-sifat pada operasi bilangan rasional memiliki karakteristik yang berbeda, baik untuk operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, maupun pembagian. Bilangan rasional dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan atau bilangan desimal.

Setiap bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk *a per b*, sudah dapat dipastikan bahwa bilangan tersebut merupakan bilangan rasional. Bilangan dua merupakan bilangan bulat, tetapi jika kita perhatikan, bilangan tersebut juga termasuk bilangan rasional karena bilangan dua dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan, yaitu menjadi dua *per* satu. Bilangan 0,25 dapat dinyatakan dalam bentuk pecahan, yaitu dua puluh lima *per* seratus. Bilangan 1,333… merupakan bilangan rasional karena bisa dinyatakan dalam bentuk pecahan, yaitu empat *per* tiga.

2. Penjumlahan dan Pengurangan pada Bilangan Rasional

a. **Penjumlahan pada Bilangan Rasional**

Jika $p, q, r, s \in Z, q \neq 0$ dan $s \neq 0$ bilangan bulat diubah terlebih dahulu menjadi bilangan rasional. Terdapat beberapa contoh kasus dalam operasi penjumlahan bilangan rasional. Tiga contoh kasus tersebut adalah sebagai berikut.

1) $\frac{p}{1} + \frac{r}{1} = \frac{p+r}{1}$.

2) $\frac{p}{q} + \frac{r}{q} = \frac{p+r}{q}$.

3) $\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{\mathrm{ps}+\mathrm{qr}}{qs}$.

b. Pengurangan pada Bilangan Rasional

Jika $p, q, r, s \in Z$, $q \neq 0$, dan $s \neq 0$, terdapat beberapa contoh kasus dalam operasi pengurangan bilangan rasional. Tiga contoh kasus tersebut adalah sebagai berikut.

1) $\frac{p}{1} - \frac{r}{1} = \frac{p-r}{1}$.

2) $\frac{p}{q} - \frac{r}{q} = \frac{p-r}{q}$.

3) $\frac{p}{q} - \frac{r}{s} = \frac{ps-qr}{qs}$.

3. Perkalian dan Pembagian Bilangan Rasional

a. Perkalian pada Bilangan Rasional

Jika $p, q, r, s \in Z$, $q \neq 0$, dan $s \neq 0$, terdapat beberapa contoh kasus dalam operasi perkalian bilangan rasional. Contoh kasus tersebut adalah sebagai berikut.

1) $\frac{p}{1} . \frac{r}{1} = \frac{p.r}{1}$.

2) $\frac{p}{q} . \frac{r}{s} = \frac{p.r}{q.s}$.

b. Pembagian pada Bilangan Rasional

Jika $\frac{p}{\mathrm{q}}, \frac{r}{\mathrm{s}} \in Q$ dan $\frac{r}{\mathrm{s}} \neq 0$, berlaku sifat berikut.

$\frac{p}{q} : \frac{r}{s} = \frac{p}{q} \times \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{r}}$.

4. Sifat-sifat Operasi Bilangan Rasional

Himpunan bilangan rasional dengan operasi penjumlahan dan perkalian membentuk suatu sistem atau struktur dengan sifat-sifat tertentu.

Beberapa sifat mendasar pada operasi penjumlahan dan perkalian bilangan rasional secara logika adalah sebagai berikut.

a. Sifat Ketertutupan

Jika $\frac{p}{q}$ dan $\frac{r}{s}$ adalah sebarang unsur Q maka $\frac{p}{q} + \frac{r}{s} \in Q$ dan $\frac{p}{q} \cdot \frac{r}{s} \in Q$.

b. Sifat Komutatif

Jika $\frac{p}{q}$ dan $\frac{r}{s}$ adalah sebarang unsur Q maka $\frac{p}{q} + \frac{r}{s} = \frac{r}{s} + \frac{p}{q} \in Q$ dan $\frac{p}{q} \times \frac{r}{s} = \frac{r}{s} \times \frac{p}{q}$.

c. Sifat Asosiatif

Jika $\frac{p}{q}$, $\frac{r}{s}$ dan $\frac{t}{u}$ adalah sebarang maka

$$\frac{p}{q} + \left(\frac{r}{s} + \frac{t}{u}\right) = \left(\frac{p}{q} + \frac{r}{s}\right) + \frac{t}{u} \quad \text{dan} \quad \frac{p}{q}\left(\frac{r}{s} \times \frac{t}{u}\right) = \left(\frac{p}{q} \times \frac{r}{s}\right) \times \frac{t}{u}.$$

d. Sifat Identitas

Untuk sebarang $\frac{p}{q} \in Q$ ada suatu $0 \in Q$ dan $1 \in Q$ yang masing-masing adalah tunggal sehingga

$\frac{p}{q} + 0 = 0 + \frac{p}{q} = \frac{p}{q}$ dan

$\frac{p}{q} . 1 = 1 . \frac{p}{q} = \frac{p}{q}$.

e. Sifat Invers

Untuk sebarang $\frac{p}{q} \in Q$ ada $x \in Q$ dan $y \in Q$ yang masing-masing adalah tunggal sehingga

$\frac{p}{q} + x = x + \frac{p}{q} = 0$ dan

$\frac{p}{q} + y = y + \frac{p}{q} = 1$, dengan x disebut inverse penjumlahan (lawan) dari $\frac{p}{q}$, ditulis dengan $x = -\frac{p}{q}$ dan

y disebut inverse perkalian (kebalikan) dari $\frac{p}{q}$, ditulis dengan $y = \frac{1}{p/q} = \frac{q}{p}$.

f. **Sifat Distributif**

Jika $\frac{p}{q}$, $\frac{r}{s}$, dan $\frac{t}{u}$ adalah sebarang unsur Q, maka

$$\frac{p}{q} \times \left(\frac{r}{s} + \frac{t}{u}\right) = \left(\frac{p}{q} \times \frac{r}{s}\right) + \left(\frac{p}{q} \times \frac{t}{u}\right).$$

5. Bilangan Rasional Desimal

Terdapat banyak lambang yang digunakan untuk memberi nama bilangan, tetapi setiap lambang hanya mewakili sebuah bilangan. Lambang bilangan yang banyak digunakan sampai sekarang adalah lambang Romawi dan lambang Hindu-Arab. Lambang Romawi tidak menganut nilai tempat, sedangkan lambang Hindu-Arab menganut nilai tempat. Artinya, bilangan yang lambangnya sama adalah berbeda karena perbedaan tempat atau posisi di dalam lambang bilangannya. Contoh, bilangan 33333 mempunyai lima lambang satu yang nilainya berbeda satu sama lain.

Tempat ke-1:	3 bernilai 30000	$= 3 \times 10^4$.
Tempat ke-2:	3 bernilai 3000	$= 3 \times 10^3$.
Tempat ke-3:	3 bernilai 300	$= 3 \times 10^2$.
Tempat ke-4:	3 bernilai 30	$= 3 \times 10^1$.
Tempat ke-5:	3 bernilai 3	$= 3 \times 10^0$.

Lambang bilangan Hindu-Arab dengan nilai tempat ini menggunakan perpangkatan bulat dari sepuluh untuk setiap posisi atau tempat sehingga disebut desimal. Dalam kaitannya dengan bilangan rasional pecahan, Simon Stevin yang berkebangsaan Belanda, pada abad 16 memperkenalkan cara menuliskan pecahan dalam bentuk desimal sebagai berikut.

1) Tanda koma diletakkan setelah angka satuan.
2) Satu angka bilangan setelah koma menyatakan *per*-sepuluhan.
3) Setiap satu angka bilangan berikutnya, secara berturut-turut menyatakan perseratusan, perseribuan, dan seterusnya.
4) Bilangan-bilangan rasional dengan penyebut 10 mempunyai satu tempat desimal, penyebut 100 mempunyai dua tempat desimal, penyebut 1000 mempunyai tiga tempat desimal, dan seterusnya.

Contoh:

1) Bilangan-bilangan rasional persepuluhan mempunyai satu angka desimal setelah koma. Contohnya
$$\frac{4}{10} = 0{,}4.$$
2) Bilangan-bilangan rasional perseratusan mempunyai dua angka desimal setelah koma. Contohnya
$$\frac{43}{100} = 0{,}43\cdot$$

C. BILANGAN IRASIONAL

Bilangan irasional adalah bukan yang termasuk bilangan rasional. Bilangan irasional juga dapat diartikan sebagai bilangan riil yang tidak bisa dibagi (hasil baginya tidak pernah berhenti). Bilangan irasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ untuk $a, b \in Z$ dan $b \neq 0$ (Karso, 2014).

Bilangan irasional bukan merupakan bilangan bulat dan bukan bilangan pecahan. Jika bilangan irasional ditulis dalam bentuk desimal, bilangan itu tidak berhenti dan tidak mempunyai pola yang berulang secara teratur. Bilangan irasional dapat dinyatakan dalam bentuk akar $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, dan $\sqrt{6}$ yang dapat dinyatakan sebagai hasil pengukuran panjang.

Contoh:

1) $\sqrt{2}$ = 1.41421356…
2) $\sqrt{3}$ = 1, 732050807…
3) $\sqrt{5}$ = 2.236…
4) π= 3.1415…

Untuk mendapatkan atau menunjukkan nilai bilangan irasional, dapat digunakan suatu cara yang disebut metode rata-rata sehingga menghasilkan nilai pendekatan. Langkah-langkah yang perlu dilakukan untuk mencari nilai pendekatan bilangan irasional dengan bentuk akar sebagai berikut:

1) menentukan hampiran dari nilai pendekatan, biasanya dipilih yang nilainya lebih kecil dari nilai bilangannya;
2) mencari hasil bagi bilangan yang diakarkan dengan bilangan hampiran, dengan angka desimal sesuai keinginannya;
3) mencari nilai rata-rata bilangan hampiran dengan bilangan hasil bagi, sebutlah dengan bilangan pendekatan pertama; dan
4) mengulang langkah b dan langkah c untuk memperoleh nilai pendekatan yang lebih baik.

Berikut ini beberapa contoh mencari nilai pendekatan.

1) Nilai pendekatan $\sqrt{2}$:

Jika $(1,4)^2 = 1,96$, nilai 1,4 dapat dipilih sebagai nilai hampiran. Kemudian, 2 (bilangan yang di akar) dibagi dengan 1,4 sehingga

$$2 : 1,4 = 1,4268.$$

Selanjutnya, mencari nilai rata-rata

$$\frac{1,4 + 1,4286}{2} = 1,4143.$$

Nilai pendekatan pertama $\sqrt{2}$ adalah 1,4143. Untuk mendapatkan nilai pendekatan yang lebih baik, gunakan 1,4143 sebagai nilai hampiran 2 : 1,4141 sehingga

$$\frac{1,4143 + 1,4141}{2} = 1,4142.$$

Jadi, 1,4142 adalah nilai pendekatan $\sqrt{2}$ sampai dengan 3 tempat desimal.

2) Nilai pendekatan $\sqrt{375,281}$:

Jika $(19)^2 = 361$, nilai 19 dapat dipilih sebagai nilai hampiran. Kemudian, 375,281 dibagi 19 sehingga

$$375{,}281 : 19 = 19{,}7516.$$

Berikutnya, dicari nilai rata-rata 375,281: 19,3758 = 19,3685.

$$\frac{19{,}3758 + 19,3685}{2} = 19,3758.$$

Nilai pendek $\sqrt{375{,}281}$ adalah 19,37215.

$$(19{,}37215)^2 = 375{,}2802.$$

D. RANGKUMAN

1) Bilangan rasional adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ untuk $a, b \in Z$ dan $b \neq 0$.
2) Bentuk-bentuk bilangan rasional terdiri atas
   a) bilangan asli,
   b) bilangan cacah,
   c) bilangan bulat, dan
   d) bilangan prima.
3) Bilangan irasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ untuk $a, b \in Z$ dan $b \neq 0$.

E. BAHAN DISKUSI

1) Diskusikan dengan temanmu, apakah suatu bilangan irasional dapat diubah ke dalam bentuk bilangan rasional? Jika iya, kemukakan pendapat Anda!
2) Diskusikan dengan temanmu, apakah operasi biner antara bilangan rasional dan bilangan irasional dapat dilakukan? Operasi biner yang dimaksud terdiri atas operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Apabila operasi biner tersebut dapat dilakukan, apakah bilangan hasil operasi termasuk dalam bilangan rasional atau irasional?

F. LATIHAN SOAL

1) Adakah bilangan berikut ini yang merupakan bilangan rasional? Jika ada, silakan tuliskan ke dalam bentuk $\frac{a}{b}$, $b \neq 0, \forall\, a, b \in Z$! Jika tidak ada, jelaskan mengapa bukan rasional!

a) 0,2345
b) 0,1231245678
c) 0,123123123123123123...
d) $2 + \sqrt{2}$

2) Manakah di antara bilangan berikut yang merupakan bilangan rasional dan tak rasional?
   a) $1 + \sqrt{2}$
   b) $(1 + \sqrt{3})^2$
   c) $(3\sqrt{2})(5\sqrt{2})$
   d) $99\sqrt{2}$

DAFTAR PUSTAKA

Amir, M. F., & Prasojo, B. H. (2016). *Matematika dasar*. UMSIDA Press.

Budiono, T. (2008). *Hand TryMATIKA*. Asta Aji Pustaka

Karso, H. (2014). *Pendidikan matematika*. Unversitas Terbuka.

Muslikh, M. (2012). *Analisis real*. Universitas Brawijaya Press.

Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method.* Princeton University Press.

BAB 9

PERSEN, PERBANDINGAN, DAN SKALA

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Mahasiswa diharapkan mampu menyelesaikan masalah-masalah dalam matematika atau bidang lain yang penyelesaiannya menggunakan persen, perbandingan, dan skala serta memiliki kemampuan dalam memberikan penjelasan tentang konsep tersebut kepada peserta didik SD.

A. PENDAHULUAN

Persen, perbandingan, dan skala merupakan salah satu topik dalam matematika yang sangat berguna bagi kehidupan sehari-hari untuk membandingkan hal yang tidak sama angkanya. Perbandingan merupakan hubungan antara ukuran-ukuran atau nilai-nilai dua atau lebih objek dalam satu kumpulan. Setelah pembelajaran ini diharapkan mahasiswa memiliki kemampuan dalam menyelesaikan persoalan tentang persen, perbandingan dan skala sesuai dan tepat dengan ilmu yang sudah diajarkan. Setelah pembelajaran materi persen, perbandingan, dan skala, Anda diharapkan dapat 1) memahami pengertian persen, perbandingan, dan skala; dan 2) memahami keterkaitan antara persen, perbandingan, dan skala dengan pecahan.

B. PENGERTIAN PERSEN

Persentase atau perseratus adalah sebuah angka atau perbandingan untuk menyatakan pecahan dari seratus. Sebagai contoh, 25% berarti dua puluh lima perseratus. Bilangan desimal dapat dinyatakan sebagai bentuk persentase. Persentase disimbolkan dengan "%". Karena persen merupakan cara lain untuk menyatakan pecahan dan desimal, sangat penting mengetahui cara mengubah persen ke pecahan ataupun desimal (Khikmawan, 2017).

1. Mengubah Persen Menjadi Pecahan

Cara untuk mengubah persen menjadi suatu bilangan pecahan adalah dengan menggunakan pengertian persen, yaitu satu perseratus.

Contoh:

1) 50% memiliki arti lima puluh *per* seratus atau ditulis dengan $\frac{50}{100}$.
2) $\frac{3}{2}\ \% = \frac{3}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{3}{200}$.

2. Mengubah Persen Menjadi Desimal

Proses mengubah persen menjadi suatu bilangan desimal adalah dengan mengubah persentase tersebut menjadi bilangan pecahan. Selanjutnya, pecahan tersebut diubah menjadi bilangan desimal.

Contoh:

1) $76\ \% = \frac{76}{100} = 0{,}76.$
2) $16\ \% = \frac{16}{100} = 0{,}16.$

3. Mengubah Pecahan Menjadi Persen

Untuk mengubah pecahan menjadi persen adalah dengan mengubah penyebut pada pecahan menjadi seratus kemudian mengubah pecahan baru yang terbentuk tersebut ke dalam bentuk persen menggunakan pengertian persen.

Contoh:

1) $\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{40}{100} = 40\ \%$.

2) $\frac{2}{4} = \frac{2}{4} \times \frac{25}{25} = \frac{50}{100} = 50\ \%$.

4. Mengubah Desimal Menjadi Persen

Sebelum mengubah bilangan desimal menjadi persen, pertama kita harus mengubah bilangan desimal menjadi pecahan. Kemudian, mengubah pecahan tersebut ke dalam bentuk persen menggunakan pengertian persen.

Contoh:

1) $0{,}56 = \frac{56}{100} = 56\ \%$.

2) $8{,}1 = \frac{81}{10} = \frac{81}{10} \times \frac{10}{10} = \frac{810}{100} = 810\ \%$.

C. PENGERTIAN PERBANDINGAN DAN SKALA

1. Perbandingan

Suatu perbandingan adalah pasangan terurut dari bilangan yang ditulis $a : b$, dengan $b \neq 0$ yang menyatakan hubungan yang ada di antara kedua bilangan tersebut. Perbandingan yang melibatkan dua bilangan, misalkan a : b dapat ditulis sebagai pecahan $\frac{a}{b}$. Selanjutnya, akan dibahas tentang perbandingan yang ekuivalen, yaitu dua perbandingan yang menyatakan jumlah perbandingan yang sama. Cara memperoleh perbandingan yang ekuivalen adalah dengan mengalikan atau membagi kedua suku pada perbandingan yang diketahui dengan bilangan bukan nol.

Contoh:

1) $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$;

2) $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$;

3) $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$.

Jadi, perbandingan 4 : 6, 6 : 9, dan 8 : 12 ekuivalen dengan perbandingan 2 : 3.

Perbandingan terbagi menjadi dua, yaitu perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai. Kedua jenis perbandingan ini dapat dijelaskan sebagai berikut.

a. Perbandingan Senilai

Perbandingan senilai adalah perbandingan yang mempunyai sifat besaran. Jika yang satu bertambah, besaran lain juga bertambah. Rumus perbandingan senilai adalah $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$.

b. Perbandingan Berbalik Nilai

Perbandingan berbalik nilai tidak sama dengan perbandingan senilai. Dalam perbandingan berbalik nilai apabila kelompok pertama naik, kelompok kedua berlawanan turun.

Contoh dalam kehidupan sehari-hari:

Jarak antara Jember-Bondowoso adalah 40 km. Kiki akan menempuh perjalanan dengan berbagai kecepatan sebagai berikut (Tabel 9.1).

Tabel 9.1 Kecepatan Kiki dalam Menempuh Jarak Jember–Bondowoso

Kecepatan (km/jam)	Waktu (jam)	Jarak (km)
10	4	40
20	2	40
40	1	40

Perbandingan kecepatan pertama dan kecepatan kedua adalah sepuluh banding dua puluh atau bisa disederhanakan menjadi satu banding dua. Perbandingan waktu pertama dan waktu kedua adalah empat banding dua atau bisa disederhanakan menjadi dua banding satu. Perbandingan satu banding dua merupakan kebalikan dari perbandingan dua banding satu. Jadi, kesimpulan dari penyelesaian tersebut adalah perbandingan waktu tempuh dengan kecepatan yang digunakan dalam menempuh jarak yang sama yang merupakan perbandingan berbalik nilai. Rumus perbandingan berbalik nilai adalah $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$.

2.Perbandingan skala

Skala adalah suatu bilangan dalam bentuk perbandingan yang menunjukkan perbandingan antara ukuran gambar dengan ukuran yang sebenarnya. Skala dirancang dalam bentuk peta, denah, dan rancangan benda. Rumus skala biasanya dinyatakan dalam bentuk perbandingan, yaitu

$$\text{Skala (S)} = \frac{U_p}{U_s}.$$

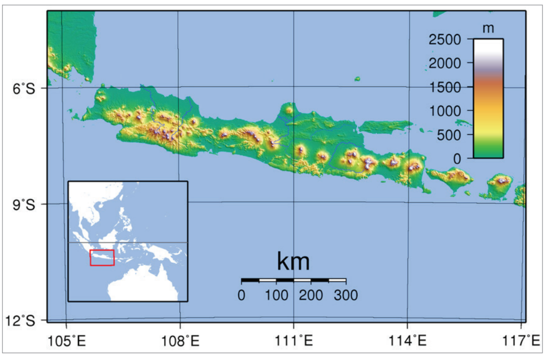
Keterangan:

S = skala;

U_p = ukuran pada peta/gambar; dan

U_s = ukuran sebenarnya.

Gambar 9.1 menunjukkan sebuah contoh skala pada peta.



Sumber: Sadalmelik (2007)

Gambar 9.1 Gambar Skala pada Peta

a. Menentukan Jarak pada Peta

Jarak pada peta ialah jarak antara satu wilayah ke wilayah yang lainnya. Jarak pada peta ini biasanya menggunakan satuan sentimeter (cm). Dapat dituliskan bahwa

$$\text{Jarak pada peta} = \text{skala} \times \text{jarak sebenarnya}.$$

b. Menentukan Jarak Sebenarnya pada Peta

Jarak sebenarnya merupakan jarak sebenarnya antara satu wilayah ke wilayah yang lain. Jarak sebenarnya biasanya menggunakan satuan kilometer (km). Dapat dituliskan bahwa

$$\text{Jarak sebenarnya} = \frac{jarak\ pada\ peta}{skala}.$$

D. RANGKUMAN

1) Persentase atau perseratus adalah sebuah angka atau perbandingan untuk menyatakan pecahan dari seratus.
2) Suatu perbandingan adalah pasangan terurut dari bilangan yang ditulis $a : b$, dengan $b \neq 0$ yang menyatakan hubungan yang ada di antara kedua bilangan tersebut.
3) Perbandingan senilai adalah perbandingan yang mempunyai sifat besaran. Jika yang satu bertambah, besaran lain juga bertambah. Rumus perbandingan senilai adalah $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$.
4) Dalam perbandingan berbalik nilai, apabila kelompok pertama naik, kelompok kedua berlawanan turun.
5) Skala adalah suatu bilangan dalam bentuk perbandingan yang menunjukkan perbandingan antara ukuran gambar dengan ukuran yang sebenarnya.
6) Menentukan jarak pada peta.
7) Jarak pada peta yaitu jarak antara satu wilayah ke wilayah yang lainnya. Jarak pada peta ini biasanya menggunakan satuan cm.

$$\text{Jarak pada peta} = \text{skala} \times \text{jarak sebenarnya}.$$

8) Jarak sebenarnya merupakan jarak sebenarnya antara satu wilayah ke wilayah yang lain. Jarak sebenarnya biasanya menggunakan satuan km.

$$\text{Jarak sebenarnya} = \frac{jarak\ pada\ peta}{skala}.$$

E. BAHAN DISKUSI

1) Perhatikan Gambar 9.2 berikut! Gambar tersebut memiliki skala 1 : 1.000.000. Artinya, 1 cm pada gambar mewakili 1.000.000 cm pada keadaan sebenarnya. Dalam hal ini, skala adalah perbandingan antara jarak pada peta dengan jarak sebenarnya, atau 1.000.000 cm pada keadaan sebenarnya digambar dalam peta 1 cm. Tentukanlah jarak sebenarnya antara dua kota (minimal lima jarak antarkota)!

Sumber: Portal Tata Ruang

Gambar 9.2 Peta Pulau Jawa

2) Setelah Anda paham mengenai jarak sebenarnya dan jarak pada peta, kemukakan pendapat Anda, bagaimana cara untuk memperoleh luas suatu bidang pada peta dan luas bidang sebenarnya?

F. LATIHAN SOAL

1) Jika harga 6 kg gula adalah Rp15.000, berapakah harga 8 kg gula?
2) Sebuah mobil berjalan dengan kecepatan tetap, menempuh jarak 45 km. Jarak dari destinasi awal dengan destinasi tujuan tersebut ditempuh selama 12 jam. Berapa kecepatan mobil tersebut jika pengendara ingin jalan lebih santai dengan waktu tempuh 15 jam?

DAFTAR PUSTAKA

Amir, M. F., & Prasojo, B. H. (2016). *Matematika dasar*. UMSIDA Press.

Khikmawan, A. (2017). *Matematika*. CV. Hasan Pratama.

Muslikh, M. (2012). *Analisis real*. Universitas Brawijaya Press.

Polya, G. (2004). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Portal Tata Ruang. (2022, 26 Maret). Profil beserta gambar peta Pulau Jawa lengkap [Peta]. Diakses dari https://www.tataruang.id/2022/03/26/profil-beserta-gambar-peta-pulau-jawa-lengkap/

Sadalmelik. (2007, 30 Agustus). Topographic location map of Java (Indonesia), dibuat dengan GMT dari data SRTM [Peta], dari https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Java_Locator_Topography.png

BAB 10

BANGUN DATAR

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Mahasiswa diharapkan mampu menyelesaikan masalah-masalah dalam matematika atau bidang lain yang penyelesaiannya menggunakan bangun datar serta memiliki kemampuan dalam memberikan penjelasan tentang konsep tersebut kepada siswa SD.

A. PENDAHULUAN

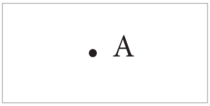
Bangun datar tentu sudah tidak asing di telinga kita. Banyak sekali benda yang berbentuk bidang datar di sekitar kita, antara lain persegi, persegi panjang, layang-layang, belah ketupat, jajaran genjang, trapesium, lingkaran, dan segitiga. Bermacam bangun datar tersebut memiliki sudut dan sisi yang berbeda. Pada bab ini akan dibahas tentang pengertian, sifat, cara pembelajarannya, dan bentuk pengaplikasiannya terhadap peserta didik. Setelah pembelajaran materi bangun datar, Anda diharapkan dapat 1) memahami pengertian bangun datar; 2) memahami ciri-ciri bangun datar; 3) menggambar bangun datar; dan 4) memahami keliling dan luas bangun datar.

B. UNSUR-UNSUR BANGUN DATAR

Belajar geometri tidak akan lepas dari unsur-unsur geometri, yaitu titik, garis, dan sudut. Penjelasan detail terkait garis dan sudut akan dipaparkan sebagai berikut.

1. Titik

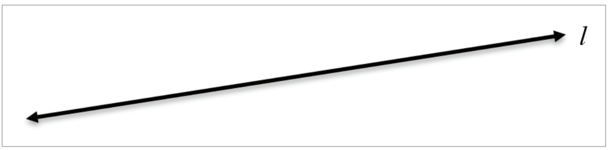
Secara umum titik tidak didefinisikan. Dalam geomteri, suatu titik tidak memiliki ukuran, panjang, tebal, dan lebar (Gambar 10.1). Titik biasanya menunjukkan suatu posisi, tempat, atau letak suatu objek (abstrak ataupun konkret).



Gambar 10.1 Titik A

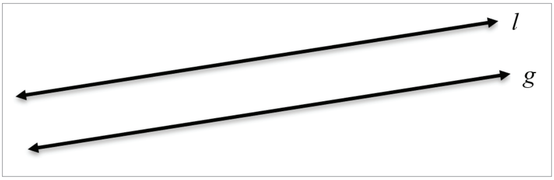
2. Garis

Sinar garis merupakan himpunan titik. Sinar garis mempunyai panjang tak terhingga, dapat diperpanjang pada kedua arahnya, dan tidak mempunyai tebal atau tipis. Suatu sinar garis memiliki segmen garis atau ruas garis, dapat diberi nama dengan menggunakan satu huruf kecil atau dua huruf kapital yang merupakan nama dua titik berlainan yang termuat pada garis (segmen atau ruas garis, selanjutnya sering disebut garis atau sisi). Anak panah pada masing-masing ujung gambar sinar garis menunjukkan bahwa suatu garis dapat diperpanjang pada kedua pihaknya sesuai kebutuhan (Gambar 10.2).

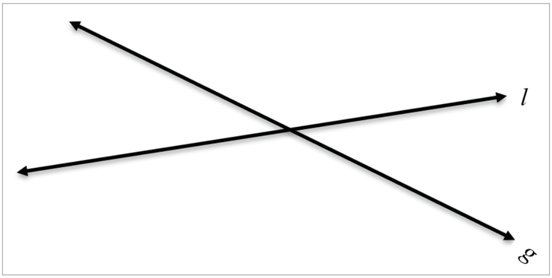


Gambar 10.2 Sinar Garis *l*

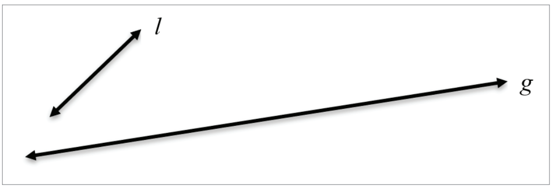
Dua sinar garis dapat sejajar, berpotongan, atau bersilangan (Gambar 10.3–10.5). Dua sinar garis adalah sejajar jika kedua sinar garis itu terletak pada satu bidang dan tidak mempunyai titik persekutuan. Dua sinar garis disebut berpotongan jika kedua sinar garis itu mempunyai satu titik persekutuan. Dua sinar garis bersilangan adalah dua sinar garis yang tidak terletak pada satu bidang dan tidak mempunyai titik sekutu.



Gambar 10.3 Sinar garis l dan g sejajar.

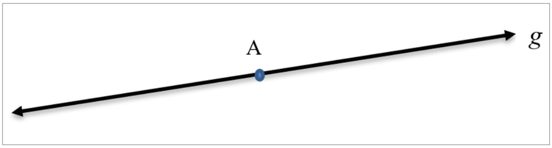


Gambar 10.4 Sinar garis l dan g berpotongan.



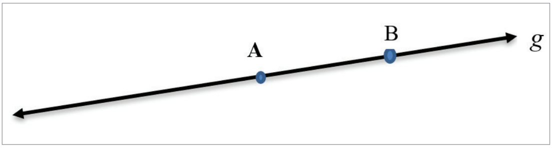
Gambar 10.5 Sinar garis l dan g bersilangan.

Misalkan suatu sinar garis g melalui sebarang titik A seperti gambar berikut (Gambar 10.6).



Gambar 10.6 Sinar garis g melalui titik A.

Selanjutnya, sinar garis g melalui sebarang dua titik seperti gambar berikut (Gambar 10.7).



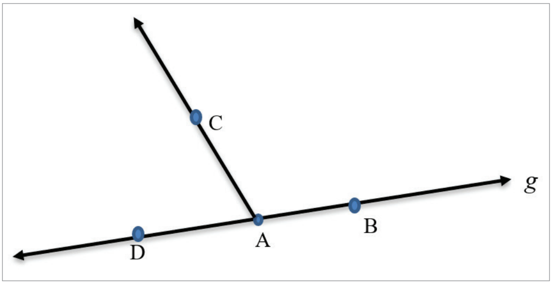
Gambar 10.7 Sinar garis g melalui titik A dan B.

Jadi, sinar garis g memiliki nama sinar garis AB dengan titik pangkal A dan titik B yang merupakan titik pada sinar garis. Perlu diperhatikan bahwa sinar garis AB dan sinar garis BA berbeda karena memiliki titik pangkal yang berbeda. Sinar garis AB memiliki titik pangkal A dan sinar garis BA memiliki titik pangkal B. Penulisan sinar garis AB dapat ditulis dengan notasi $\overrightarrow{AB}$.

Segmen atau ruas garis merupakan bagian dari sinar garis, misalkan pada Gambar 10.7 dapat kita ketahui bahwa terdapat segmen garis AB. Segmen garis AB memiliki ukuran yang disebut panjang segmen garis AB yang dinotasikan dengan $\overline{AB}$ atau cukup dituliskan dengan notasi AB. Peserta didik sudah mengenal dan bisa mengelompokkan bangun datar. Selanjutnya, peserta didik harus mengerti berapa sisi dari suatu bangun datar. Bangun datar dibatasi oleh segmen garis yang disebut sisi. Pendidik memberi gambar sebuah bangun dan menyuruh peserta didik untuk menyebutkan berapa sisinya.

3. Sudut

Peserta didik diberi pengertian apa itu sudut. Sudut terbentuk ketika ada dua sinar garis yang saling berpotongan di suatu titik. Pangkal persekutuan itu disebut titik sudut, dan masing-masing sinar garis disebut kaki-kaki sudut. Untuk memberi nama kepada suatu sudut, kita letakkan sembarang titik pada suatu kaki. Kemudian, kita beri nama berupa huruf kapital kepada titik-titik itu (Gambar 10.8).

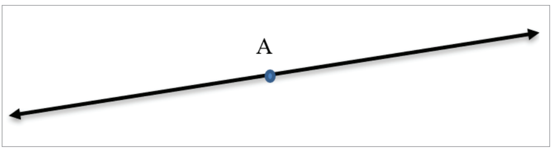


Gambar 10.8 Sudut

Berdasarkan Gambar 10.8 dapat diketahui bahwa terdapat dua sudut, yaitu $\angle BAC$ dan $\angle DAC$.

Jenis-jenis sudut pada bangun datar adalah sebagai berikut.

1) Sudut lurus: Sudut yang membentuk garis lurus (Gambar 10.9).

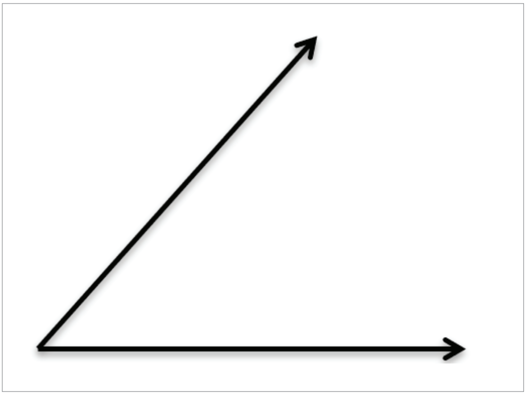


Gambar 10.9 Sudut Lurus

2) Sudut siku-siku: Untuk mengetahui sudut siku-siku, ambillah kertas kemudian lipat dua kali, maka terbentuk sudut istimewa, yaitu siku-siku (Gambar 10.10).

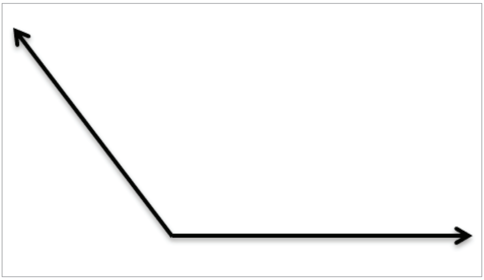
Gambar 10.10 Sudut Siku-Siku

3) Sudut lancip: Sudut yang lebih kecil dari sudut siku-siku (Gambar 10.11).



Gambar 10.11 Sudut Lancip

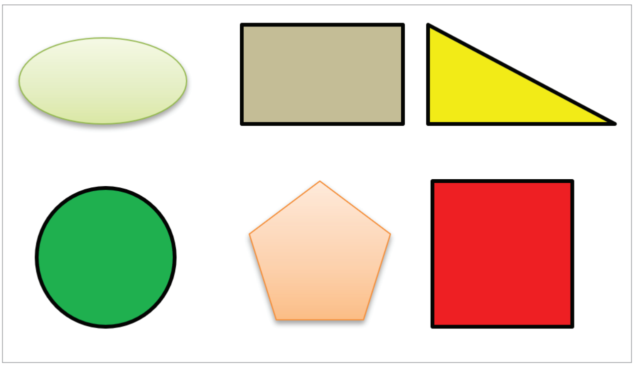
4) Sudut tumpul: Sudut yang lebih besar dari sudut siku-siku (Gambar 10.12).



Gambar 10.12 Sudut Tumpul

C. PENGERTIAN BANGUN DATAR

Sebelum mengenal macam-macam segi empat, terlebih dahulu peserta didik diingatkan terlebih macam-macam bangun datar. Pendidik mencoba menerangkan dengan media kertas atau semacamnya lalu peserta didik menyebutkan bentuk apa kertas tersebut. Jika peserta didik sudah mengerti atau paham macam-macam bangun datar tersebut, artinya peserta didik sudah bisa mengelompokkan bangun datar. Berikut contoh beberapa jenis bangun datar (Gambar 10.13).



Gambar 10.13 Beberapa Jenis Bangun Datar

Bangun datar adalah bangun dua dimensi yang hanya memiliki panjang dan lebar, yang dibatasi oleh garis lurus atau lengkung. Segi banyak adalah suatu kurva sederhana tertutup yang dibentuk oleh (terdiri atas) segmen garis-segmen garis. Segmen garis-segmen garis yang telah membentuk segi banyak tersebut dinamakan sisi. Segi banyak mempunyai paling sedikit tiga sisi. Segi banyak dengan tiga sisi dinamakan segitiga. Segi banyak dengan empat sisi dinamakan segi empat. Segi banyak dengan lima sisi dinamakan segi lima. Segi banyak dengan enam sisi dinamakan segi enam, dan begitu seterusnya. Apabila suatu segi banyak ukuran sisinya sama dan ukuran sudutnya juga sama, segi banyak tersebut dinamakan segi banyak beraturan (Karso, 2009).

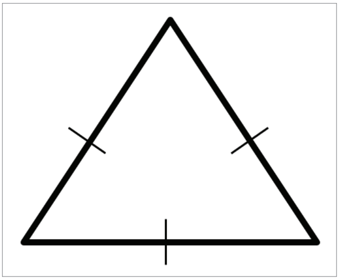
Berdasarkan Gambar 10.14, segi banyak yang dikenalkan di sekolah dasar meliputi segitiga dan segi empat.

Gambar 10.14 Segi Banyak

1. Segitiga

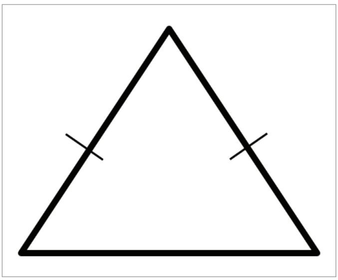
Segitiga adalah bangun datar yang dibatasi oleh tiga buah segmen garis (sisi). Terdapat beberapa jenis segitiga ditinjau dari sisi atau sudut. Jenis segitiga berdasarkan sisi adalah sebagai berikut.

1) Segitiga sama sisi: Segitiga yang ketiga sisinya sama panjang (Gambar 10.15).



Gambar 10.15 Segitiga Sama Sisi

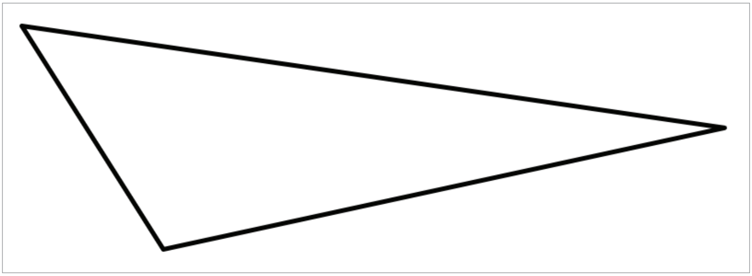
2) Segitiga sama kaki: Segitiga yang kedua sisinya sama panjang (Gambar 10.16).



Gambar 10.16 Segitiga Sama Kaki

Ingat! Apakah segitiga sama sisi merupakan segitiga sama kaki? Apakah segitiga sama kaki merupakan segitiga sama sisi?

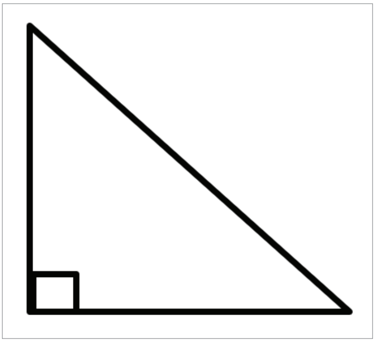
3) Segitiga sembarang: Segitiga yang ketiga sisinya tidak sama panjang (Gambar 10.17).



Gambar 10.17 Segitiga Sembarang

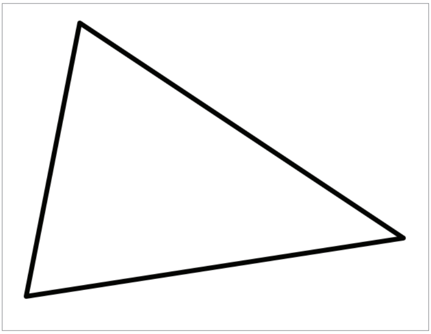
Jenis segitiga berdasarkan sudut sebagai berikut.

1) Segitiga siku-siku: Segitiga yang salah satu sudutnya 90° (Gambar 10.18).



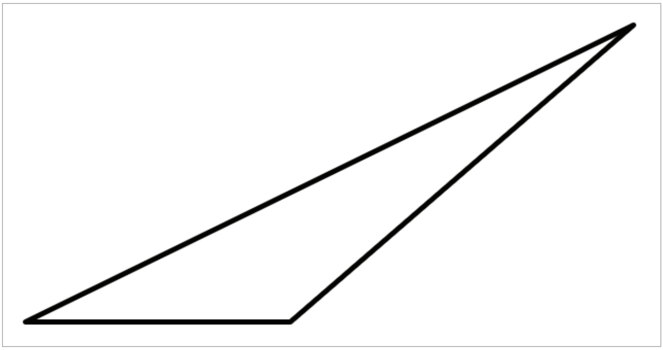
Gambar 10.18 Segitiga Siku-siku

2) Segitiga lancip: Segitiga yang semua sudutnya memiliki ukuran kurang dari 90° (Gambar 10.19).



Gambar 10.19 Segitiga Lancip

3) Segitiga tumpul: Segitiga yang salah satu sudutnya memiliki ukuran lebih dari 90° (Gambar 10.20).



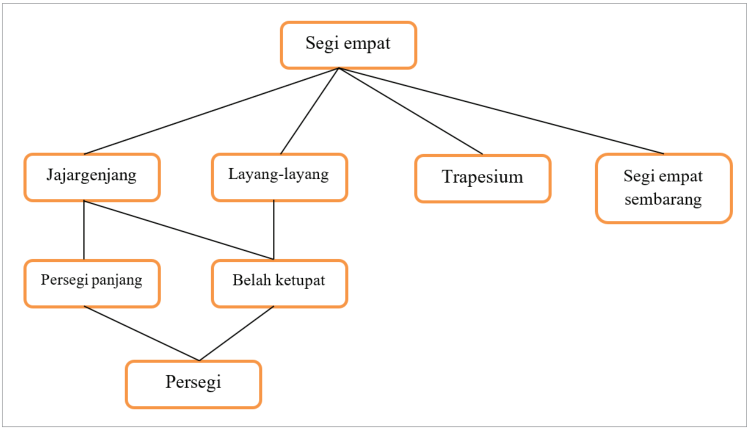
Gambar 10.20 Segitiga Tumpul

2. Segi Empat

Segi empat adalah bangun datar yang dibatasi oleh empat buah segmen garis (sisi). Beberapa bentuk segi empat itu adalah persegi, persegi panjang, jajaran genjang, layang-layang, belah ketupat, dan trapesium. Untuk membedakan macam-macam bentuk segi empat tersebut dapat dilihat sifat-sifat yang mungkin terdapat pada segi empat tersebut, yaitu

1) sisi-sisi yang berhadapan sejajar atau tidak;
2) sudut-sudutnya merupakan sudut siku-siku atau tidak; dan
3) sisi-sisinya mempunyai panjang sama atau tidak.

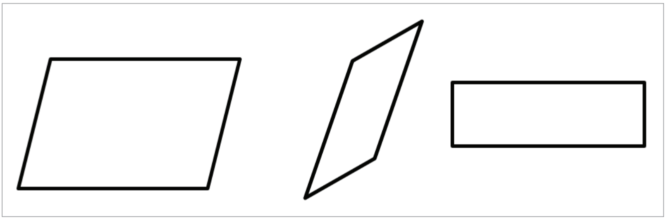
Untuk lebih mempermudah memahami segiempat dan macam-macamnya, dapat diperhatikan ilustrasi berikut ini (Gambar 10.21).



Gambar 10.21 Macam-Macam Segi Empat

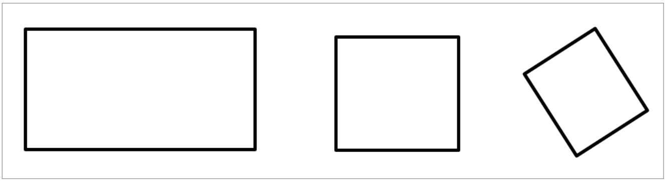
Untuk lebih jelas memahami definisi segi empat, perhatikan penjelasan terkait definisi dari macam-macam segi empat sebagai berikut.

1) Jajaran genjang: Segi empat yang dibatasi oleh dua pasang sisi sejajar dan sama panjang (Gambar 10.22).



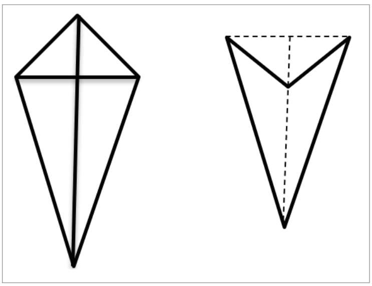
Gambar 10.22 Jajaran Genjang

2) Persegi panjang: Segi empat yang memiliki dua pasang sisi sejajar sama panjang dan memiliki sudut 90° atau disebut juga jajaran genjang yang memiliki sudut 90° (Gambar 10.23).



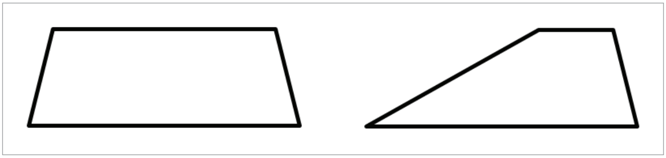
Gambar 10.23 Persegi Panjang

3) Layang-layang: Segi empat yang memiliki satu simetri lipat (Gambar 10.24).



Gambar 10.24 Layang-layang

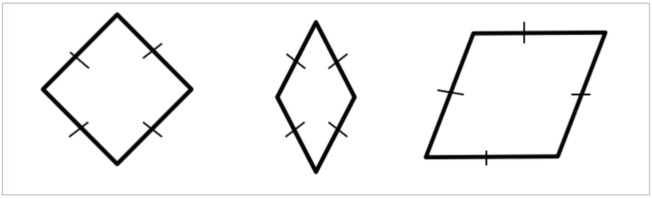
4) Trapesium: Segi empat yang memiliki tepat satu pasang sisi sejajar (Gambar 10.25).



Gambar 10.25 Trapesium

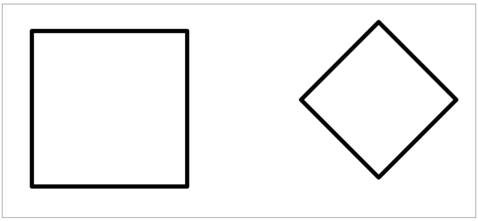
Terdapat jenis trapesium, yaitu trapesium sama kaki, trapesium siku-siku, dan trapesium sembarang.

5) Belah ketupat: Segi empat, belah ketupat, atau jajaran genjang yang keempat sisinya sama panjang (Gambar 10.26).



Gambar 10.26 Belah Ketupat

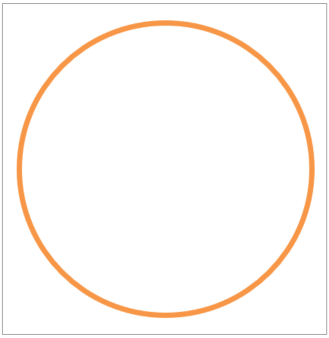
6) Persegi: Segi empat, jajaran genjang, persegi panjang, atau belah ketupat yang memiliki empat sisi sama panjang dan sudutnya 90° (Gambar 10.27).



Gambar 10.27 Persegi

3. Lingkaran

Lingkaran adalah kumpulan titik yang memiliki jarak yang sama terhadap titik tertentu yang disebut titik pusat. Lingkaran ditunjukkan pada Gambar 10.28.



Gambar 10.28 Lingkaran

D. CIRI-CIRI BANGUN DATAR

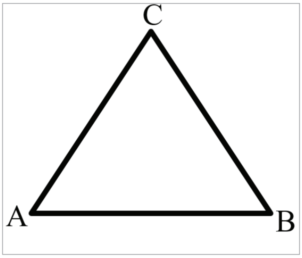
Pada subbab ini akan dibahas terkait ciri-ciri dari segitiga dan segi empat, meliputi jajaran genjang, persegi panjang, persegi, layang-layang, belah ketupat, dan trapesium. Penjelasan lebih detailnya adalah sebagai berikut.

1. Segitiga

Sifat-sifat segitiga (Gambar 10.29) adalah sebagai berikut:

1) memiliki tiga sisi, yaitu AB, BC, dan AC;
2) memiliki tiga sudut, yaitu $\angle BAC$, $\angle ABC$, dan $\angle BCA$;
3) memiliki tiga titik sudut, yaitu A, B, dan C; dan
4) memiliki jumlah sudut yang selalu sama, yaitu

$$u(\angle BAC) + u(\angle ABC) + u(\angle BCA) = 180^\circ.$$



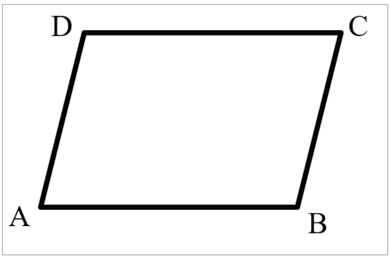
Gambar 10.29 Segitiga ABC

Ingat! $u(\angle BAC)$ adalah ukuran sudut BCA.

2. Jajaran Genjang

Sifat-sifat jajaran genjang (Gambar 10.30) adalah sebagai berikut.

1) Sisi-sisi yang berhadapan ukurannya sama panjang dan sejajar, yaitu $AB \parallel CD$, $BC \parallel DA$ dan $AB = CD$, $BC = DA$.
2) Sudut-sudut yang berhadapan besarnya sama, yaitu $\angle ABC = \angle CDA$ dan $\angle DAB = \angle BCD$.
3) Jajaran genjang memiliki dua buah diagonal yang berpotongan di satu titik dan saling membagi dua sama panjang, yaitu BD dan AC.
4) Jajaran genjang mempunyai simetri putar tingkat dua.

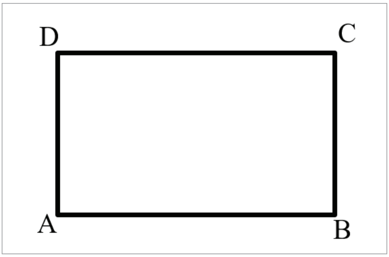


Gambar 10.30 Jajaran Genjang $ABCD$

3. Persegi Panjang

Sifat-sifat persegi panjang (Gambar 10.31) adalah sebagai berikut.

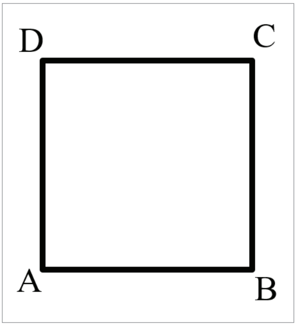
1) Setiap sisi-sisi yang berhadapan mempunyai ukuran sama panjang dan sejajar, yaitu $AB \parallel CD$, $BC \parallel DA$ dan $AB = CD$, $BC = DA$.
2) Semua sudutnya adalah siku-siku, yaitu $\angle ABC = \angle CDA =$ $= \angle DAB = \angle BCD = 90^o$.
3) Persegi panjang memiliki dua buah diagonal yang sama panjang dan saling berpotongan di titik pusat bangun persegi panjang. Titik tersebut membagi dua bagian diagonal dengan sama panjang, yaitu BD dan AC.
4) Persegi panjang memiliki dua buah sumbu simetri.



Gambar 10.31 Persegi Panjang *ABCD*

4. Persegi

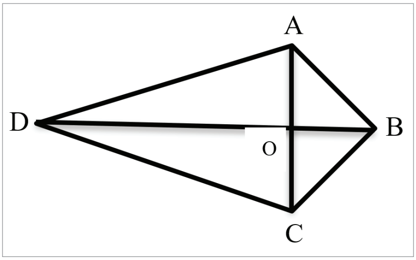
1) Semua panjang sisinya sama dan semua sisinya berhadapan sejajar, yaitu $AB \parallel CD$, $BC \parallel DA$ dan $AB = CD$, $BC = DA$.
2) Setiap sudut yang dimilikinya berbentuk siku-siku, yaitu $\angle ABC = \angle CDA = = \angle DAB = \angle BCD = 90^o$.
3) Persegi mempunyai diagonal yang panjangnya sama dan berpotongan di tengah-tengah serta membentuk sudut siku-siku.
4) Setiap sudutnya dibagi dua sama besarnya oleh diagonalnya.
5) Persegi mempunyai empat buah sumbu simetri.



Gambar 10.32 Persegi $ABCD$

5. Layang-layang

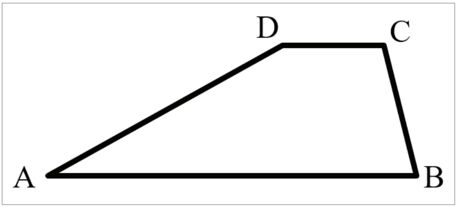
1) memiliki dua pasang sisi yang sama panjang, yaitu $AB = BC$ dan $CD = DA$;
2) memiliki satu pasang sudut yang berhadapan yang besarnya sama, yaitu $\angle BCD = \angle DAB$;
3) memiliki empat titik sudut; dan
4) memiliki diagonal yang saling berpotongan tegak lurus, yaitu $AC \perp BD$.



Gambar 10.33 Layang-Layang $ABCD$

6. Trapesium

1) mempunyai empat buah sisi dan empat buah titik sudut serta
2) mempunyai satu pasang sisi yang sejajar tetapi panjangnya tidak sama, yaitu $AB \parallel CD$.

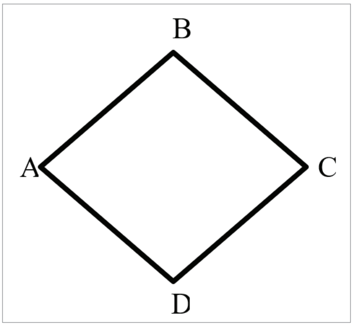


Gambar 10.34 Trapesium *ABCD*

7. Belah Ketupat

Sifat-sifat belah ketupat (Gambar 10.35) adalah sebagai berikut.

1) Ukuran panjang sisi-sisinya sama, yaitu $AB = BC = CD = DA$.
2) Sudut-sudut yang berhadapan sama besarnya dibagi dua oleh diagonalnya dengan sama besar.
3) Diagonalnya saling berpotongan sama panjang dan saling tegak lurus, yaitu $AC \perp BD$.
4) Terdapat dua buah sumbu simetri.
5) Diagonalnya adalah sumbu simetrinya.



Gambar 10.35 Belah Ketupat *ABCD*

8. Lingkaran

Sifat-sifat lingkaran adalah sebagai berikut:

1) memiliki simetri putar yang tak terhingga;
2) memiliki satu buah sisi lengkung; dan
3) tidak mempunyai titik sudut.

E. MENGGAMBAR BANGUN DATAR

Dalam menggambar bangun datar pertama kali, Anda dapat merangkaikan gelang karet pada papan berpaku, atau dapat menggunakan bantuan lidi yang dipotong-potong sesuai dengan panjang sisi dari bangun yang akan di gambar, atau menggunakan kertas berpetak, atau dapat juga menggunakan kertas bertitik.

1. Segitiga

Untuk menggambar segitiga, pendidik harus menggambar di papan tulis atau dengan paku dan gelang karet dengan tahapan yang benar. Pertama, pendidik menggambar garis lurus PQ. Kedua, pendidik menggambar sudut lancip pada P dan beri nama kaki sudut PR. Ketiga, hubungkanlah titik R ke Q sehingga menghasilkan bangun segitiga.

2. Persegi Panjang

Untuk menggambar persegi panjang, pendidik menggambar di papan tulis atau dengan paku dan gelang karet dengan tahapan yang benar. Pertama, buatlah garis lurus PQ. Kedua, buatlah ruas garis QR pada titik Q yang tegak lurus PQ. Ketiga, buatlah ruas garis RS pada titik R yang sejajar dan sama panjang dengan PQ. Keempat, hubungkanlah S dan P sehingga terbentuk persegi panjang ABCD.

3. Lingkaran

Untuk menggambar lingkaran, pendidik menggambar di papan tulis ataupun dengan paku dan gelang karet dengan tahapan yang benar.

Pertama, buatlah garis lurus PQ. Kedua, arahkan jarum jangka pada titik P. Ukurlah kaki jangka sama dengan PQ. Ketiga, putarlah pensil jangka hingga terbentuk lingkaran dengan titik pusat P dan jari-jari PQ.

4. Menggambar Persegi

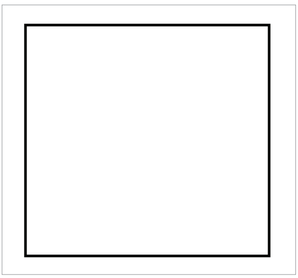
Untuk menggambar persegi, gambarlah persegi di papan tulis ataupun dengan paku dan gelang karet dengan tahapan yang benar. Pertama, buatlah garis lurus PQ. Kedua, buatlah ruas garis QR pada titik Q yang tegak lurus dan sama panjang dengan PQ. Ketiga, buatlah ruas garis RS pada titik R yang sejajar dan sama panjang dengan PQ. Keempat, hubungkanlah S dan terbentuklah persegi PQRS.

F. LUAS DAN KELILING BANGUN DATAR

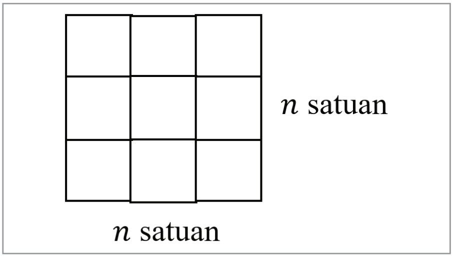
1. Persegi

Salah satu cara mudah memahami luas dan keliling persegi (Gambar 10.36) adalah dengan menggunakan kegiatan berikut.

1) Peserta didik diberikan selembar kertas berbentuk persegi.
2) Peserta didik diarahkan untuk membagi kertas tersebut menjadi beberapa persegi kecil (Gambar 10.37).



Gambar 10.36 Bangun Datar Persegi



Gambar 10.37 Bangun Datar Persegi $n \times n$

3) Perhatikan Gambar 10.37 kemudian berikan penjelasan mengenai luas. Luas bangun datar adalah banyaknya persegi dengan sisi satu satuan panjang yang menutupi seluruh bangun datar tersebut. Berdasarkan pengertian tersebut, luas dari persegi dapat ditentukan dengan menjumlahkan n satuan sebanyak n atau dapat ditulis $\underbrace{n+n+n+n+\cdots+n}_{n} = n \times n$.
4) Buatlah rumus umum dengan mengganti n satuan menjadi sisi sehingga diperoleh rumus berikut:

$$Luas = sisi \times sisi.$$

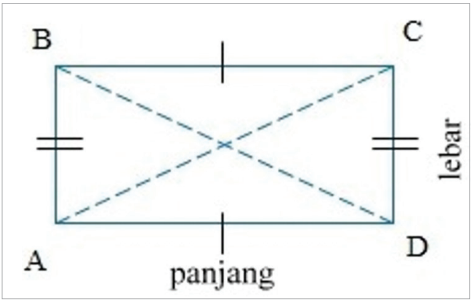
5) Lakukan hal yang sama untuk memperoleh keliling persegi. Berikan penjelasan mengenai keliling. Keliling bangun datar adalah jumlah keseluruhan sisi yang dimiliki oleh suatu bangun datar. Berdasarkan pengertian tersebut, keliling dari persegi dapat ditentukan dengan menjumlahkan n satuan sebanyak empat kali atau dapat ditulis $n + n + n + n = 4n$.
6) Buatlah rumus umum dengan mengganti n satuan menjadi sisi sehingga diperoleh rumus berikut:

$$Keliling = sisi + sisi + sisi + sisi = 4 \times sisi.$$

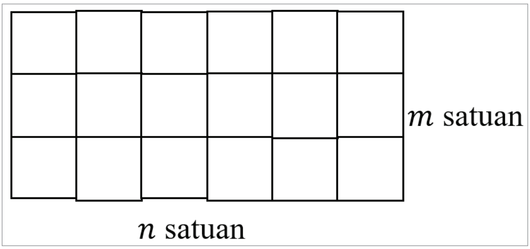
2. Persegi Panjang

Salah satu cara mudah memahami luas dan keliling persegi (Gambar 10.38) adalah dengan menggunakan kegiatan berikut.

1) Peserta didik diberikan selembar kertas berbentuk persegi panjang.
2) Peserta didik diarahkan untuk membagi kertas tersebut menjadi beberapa persegi kecil (Gambar 10.39).



Gambar 10.38 Bangun Datar Persegi Panjang



Gambar 10.39 Bangun Datar Persegi Panjang $n \times m$

3) Perhatikan Gambar 10.39 tersebut kemudian berikan penjelasan mengenai luas. Luas bangun datar adalah banyaknya persegi dengan sisi satu satuan panjang yang menutupi seluruh bangun datar tersebut. Berdasarkan pengertian tersebut, luas dari persegi dapat ditentukan dengan menjumlahkan n satuan sebanyak m atau dapat ditulis $\underbrace{n+n+n+n+\cdots+n}_{m} = n \times m$.

4) Buatlah rumus umum dengan mengganti n satuan menjadi panjang dan m satuan menjadi lebar sehingga diperoleh rumus berikut:

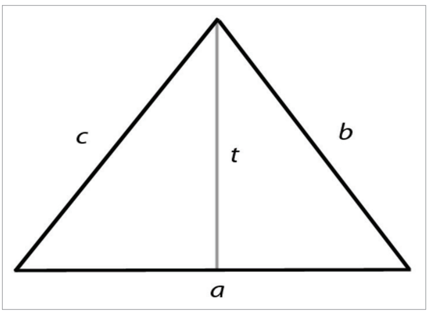
$$Luas = panjang \times lebar.$$

5) Lakukan hal yang sama untuk memperoleh keliling persegi panjang. Berikan penjelasan mengenai keliling. Keliling bangun datar adalah jumlah keseluruhan sisi yang dimiliki oleh suatu bangun datar. Berdasarkan pengertian tersebut, keliling dari persegi panjang dapat ditentukan dengan menjumlahkan n satuan sebanyak dua kali dan m satuan sebanyak dua kali atau dapat ditulis $n + n + m + m = 2n + 2m$.

6) Buatlah rumus umum dengan mengganti n satuan menjadi panjang dan m satuan menjadi lebar sehingga diperoleh rumus berikut:

$$\begin{aligned} Keliling &= panjang + lebar + panjang + lebar \\ &= 2 \times (panjang + lebar). \end{aligned}$$

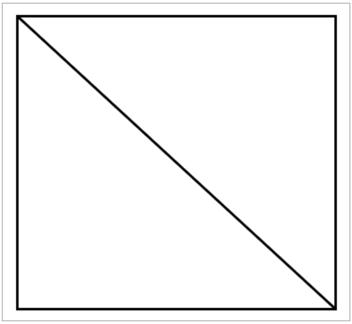
3. Segitiga



Gambar 10.40 Bangun Datar Segitiga

Salah satu cara mudah memahami luas dan keliling segitiga (Gambar 10.40) adalah dengan menggunakan kegiatan berikut.

1) Peserta didik dibimbing untuk membagi sebuah persegi sama besar dengan diagonalnya sebagai sumbu potongnya sehingga diperoleh gambar sebagai berikut.



Gambar 10.41 Bangun Datar Persegi dengan Diagonal

2) Berdasarkan Gambar 10.41 tersebut dapat dilihat bahwa luas dua segitiga sama dengan luas satu persegi.
3) Bimbing peserta didik untuk membangun persamaan kedua luas bangun datar tersebut:

$$\begin{aligned} 2 \times Luas\ Segitiga &= Luas\ Persegi \\ &= sisi \times sisi, \\ Luas\ Segitiga &= \frac{sisi \times sisi}{2}. \end{aligned}$$

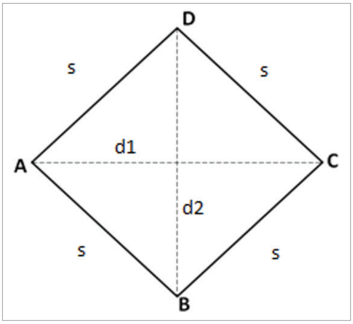
Karena pada segitiga terdapat dua komponen, yaitu alas dan tinggi, sisi diuubah menjadi alas dan tinggi sehingga diperoleh rumus luas segitiga sebagai berikut:

$$Luas = \frac{1}{2} \times a \times t.$$

4) Keliling bangun datar adalah jumlah keseluruhan sisi yang dimiliki oleh suatu bangun datar. Karena terdapat tiga sisi dalam segitiga, dapat diperoleh keliling segitiga sebagai berikut:

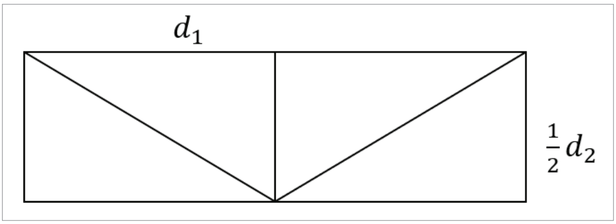
$$Keliling = sisi\ \boldsymbol{a} + sisi\ \boldsymbol{b} + sisi\ \boldsymbol{c}.$$

4. Belah Ketupat



Gambar 10.42 Bangun Datar Belah Ketupat

1) Untuk membangun belah ketupat (Gambar 10.42), peserta didik dibimbing untuk membagi sebuah persegi panjang menjadi empat bagian segitiga sama besar sehingga diperoleh gambar sebagai berikut (Gambar 10.43).



Gambar 10.43 Rekonstruksi Bangun Datar Belah Ketupat

2) Berdasarkan Gambar 10.43, dapat dilihat bahwa bangun datar belah ketupat dapat dirancang ulang menjadi persegi panjang.

3) Bimbing peserta didik untuk membangun persamaan luas bangun datar tersebut:

$$Luas\ Belah\ Ketupat = Luas\ \ Persegi\ Panjang$$

maka

$$Luas\ Belah\ Ketupat = p \times l.$$

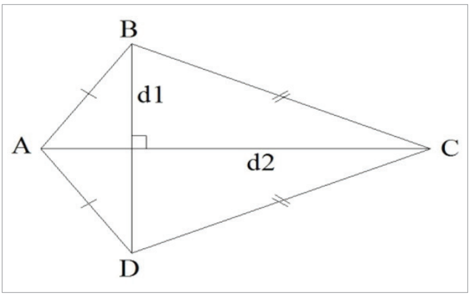
4) Karena pada belah ketupat terdapat dua komponen diagonal pertama dan diagonal kedua, panjang diubah menjadi diagonal pertama dan lebar menjadi setengah dari diagonal kedua sehingga diperoleh rumus luas belah ketupat sebagai berikut:

$$Luas\ \ = \frac{1}{2} \times\ diagonal\ 1 \times\ diagonal\ 2.$$

5) Keliling bangun datar adalah jumlah keseluruhan sisi yang dimiliki oleh suatu bangun datar. Karena terdapat empat sisi sama besar dalam belah ketupat, dapat diperoleh keliling belah ketupat sebagai berikut:

$$Keliling = sisi + sisi + sisi + sisi = 4 \times sisi.$$

5. Layang-Layang



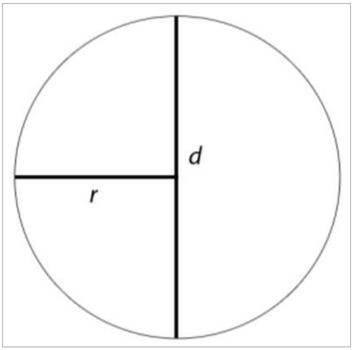
Gambar 10.44 Bangun Datar Layang-Layang

Pada bagian layang-layang (Gambar 10.44) ini, pendidik bisa melakukan kegiatan sama seperti saat menjelaskan konsep luas dan keliling bangun datar belah ketupat:

$$Luas = \frac{1}{2} \times\ diagonal\ 1 \times\ diagonal\ 2;$$

$$Keliling = sisi\ 1 + sisi\ 1 + sisi\ 2 + sisi\ 2 = 2 \times (sisi\ 1 + sisi\ 2).$$

6. Lingkaran



Gambar 10.45 Bangun Datar Lingkaran

a. Menemukan Nilai Pi Menggunakan Alat Peraga

1) Peserta didik diberikan alat peraga berupa tali, gunting, penggaris, dan sebuah lingkaran (Gambar 10.45).
2) Peserta didik diminta untuk mengukur keliling lingkaran menggunakan tali kemudian gunting tali tersebut. Selanjutnya, peserta didik diminta mengukur panjang diameter lingkaran menggunakan tali seperti langkah menentukan keliling lingkaran.
3) Lakukan hal yang sama untuk beberapa lingkaran yang berbeda.
4) Dari percobaan tersebut, ukur panjang tali untuk keliling dan diameter.

5) Seutas tali diperkirakan memiliki panjang 22 sentimeter dan diameternya adalah 7 sentimeter sehingga dapat ditentukan bahwa perbandingan keliling dan diameternya adalah dua puluh dua banding tujuh. Hasil perkiraan inilah yang disebut sebagai nilai Pi.

b. Menentukan Keliling Lingkaran

1) Berdasarkan perbandingan yang diperoleh pada peragaan sebelumnya, diperoleh

$$keliling : diameter = \frac{22}{7};$$

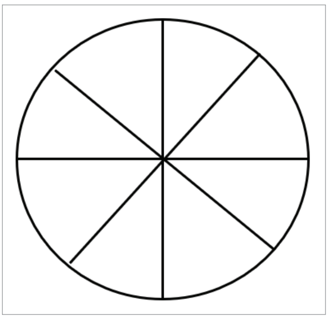
$$Keliling = \frac{22}{7} \times diameter.$$

2) Diketahui besar diameter adalah dua kali panjang jari-jari sehingga diperoleh

$$Keliling = \frac{22}{7} \times 2 \times r.$$

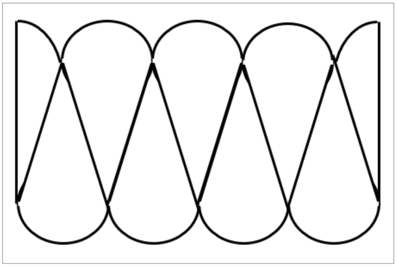
c. Menentukan keliling lingkaran

1) Peserta didik dibimbing untuk membagi sebuah lingkaran menjadi delapan juring sama besar sehingga diperoleh gambar sebagai berikut (Gambar 10.46).



Gambar 10.46 Lingkaran dengan Delapan Juring

2) Berdasarkan gambar tersebut dapat dilihat bahwa lingkaran dapat dirancang ulang menjadi persegi panjang (Gambar 10.47).



Gambar 10.47 Rekonstruksi Lingkaran ke Dalam Bentuk Persegi Panjang

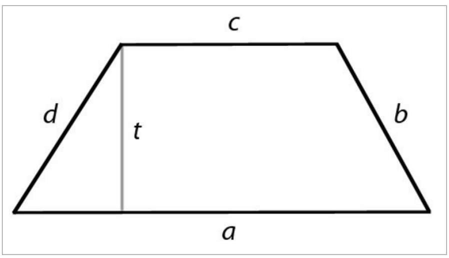
3) Bimbing peserta didik untuk membangun persamaan luas bangun datar tersebut. Panjang persegi panjang sama dengan setengah keliling lingkaran dan lebarnya sama dengan jari-jari lingkaran sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} Luas\ Lingkaran &= Luas\ Persegi\ Panjang \\ &= p \times l \\ &= \frac{1}{2} \times keliling\ lingkaran \times r \end{aligned}$$

maka

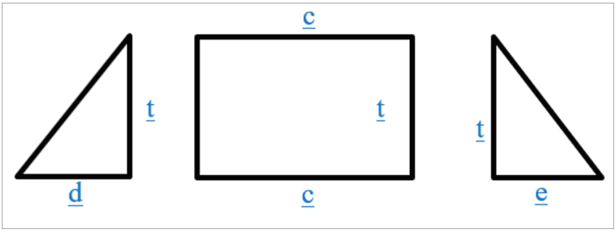
$$Luas\ Lingkaran = \frac{1}{2} \times (2\pi r) \times r = \pi r^2.$$

7. Trapesium



Gambar 10.48 Bangun Datar Trapesium

Peserta didik dibimbing untuk membagi sebuah trapesium menjadi tiga bagian, terdiri atas dua segitiga dan satu buah persegi panjang sehingga diperoleh gambar sebagai berikut (Gambar 10.49).



Gambar 10.49 Bangun Datar Trapesium dengan Keterangan Masing-Masing Komponennya

1) Bimbing peserta didik untuk membangun persamaan luas bangun datar tersebut.

$$Luas\ Trapesium = Luas\ Persegi\ Panjang + 2 \times Luas\ Segitiga$$

maka

$$= (p \times l) + \frac{1}{2} \times (\ 2 \times alas \times tinggi)$$

2) Berdasarkan keterangan pada Gambar 10.49, dapat disusun ulang persamaan luas belah ketupat sebagai berikut.

$$\begin{aligned} Luas\ Trapesium &= (c \times t) + (\frac{1}{2} \times d \times t) + (\frac{1}{2} \times e \times t) \\ &= (\frac{1}{2} \times 2c \times t) + (\frac{1}{2} \times d \times t) + (\frac{1}{2} \times e \times t) \\ &= \frac{1}{2} \times t \times (2c + d + e) \\ &= \frac{1}{2} \times t \times (c + c + d + e). \end{aligned}$$

Karena $d + c + e = a$,

$$Luas\ Trapesium = \frac{1}{2} \times t \times (c + a).$$

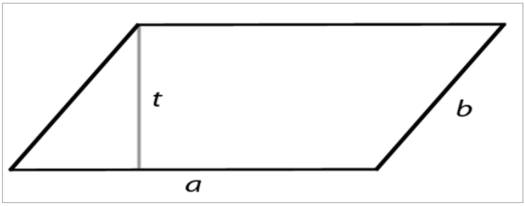
3) Karena a dan c adalah dua sisi sejajar pada bidang datar trapesium,

$$Luas\ Trapesium = \frac{1}{2} \times t \times jumlah\ sisi\ sejajar.$$

4) Keliling bangun datar adalah jumlah keseluruhan sisi yang dimiliki oleh suatu bangun datar. Karena terdapat empat sisi dalam trapesium, diperoleh keliling trapesium sebagai berikut:

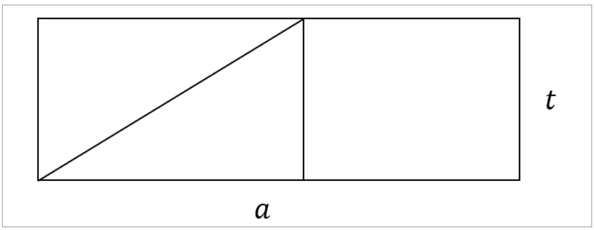
$$Keliling = sisi\ a + sisi\ b + sisi\ c + sisi\ d.$$

8. Jajaran Genjang



Gambar 10.50 Bangun Datar Jajar Genjang

1) Peserta didik dibimbing untuk menyusun kembali bangun datar jajaran genjang (Gambar 10.50) menjadi sebuah persegi panjang sehingga diperoleh gambar sebagai berikut (Gambar 10.51).



Gambar 10.51 Rekonstruksi Bangun Datar Jajaran Genjang

2) Bimbing peserta didik untuk membangun persamaan luas bangun datar tersebut.

$$Luas\ Jajaran\ Genjang = Luas\ Persegi\ Panjang$$

maka

$$Luas\ Jajaran\ Genjang = p \times l$$

3) Karena pada jajaran genjang terdapat dua komponen, panjang diubah menjadi alas dan lebar menjadi tinggi sehingga diperoleh rumus luas trapesium sebagai berikut:

$$Luas = a \times t.$$

4) Keliling bangun datar adalah jumlah keseluruhan sisi yang dimiliki oleh suatu bangun datar. Karena terdapat sepasang sisi sama besar dalam trapesium, diperoleh keliling trapesium sebagai berikut:

$$Keliling = 2 \times (sisi\ a \times sisi\ b).$$

G. RANGKUMAN

Pengertian bangun datar menurut para ahli adalah sebagai berikut.

1) Bangun datar adalah bagian dari bidang datar yang dibatasi oleh garis-garis lurus atau lengkung.
2) Bangun datar dapat didefinisikan sebagai bangun rata yang mempunyai dua dimensi, yaitu panjang dan lebar, tetapi tidak mempunyai tinggi atau tebal.
3) Bangun datar juga merupakan sebuah bangun berupa bidang datar yang dibatasi oleh beberapa ruas garis.

Jumlah dan model ruas garis yang membatasi bangun tersebut menentukan nama dan bentuk bangun datar tersebut, contohnya:

1) bidang yang dibatasi oleh tiga ruas garis, disebut bangun segitiga;
2) bidang yang dibatasi oleh empat ruas garis, disebut bangun segi empat; dan

3) bidang yang dibatasi oleh lima ruas garis, disebut bangun segi lima, dan seterusnya.

Jadi, dapat disimpulkan bahwa bangun datar adalah bangun yang memiliki empat sisi, empat sudut, dan mempunyai dua dimensi, tetapi tidak memiliki tebal.

H. BAHAN DISKUSI

1) Carilah benda-benda di sekitar Anda yang memiliki bentuk lingkaran, segi lima, segitiga, persegi panjang, dan persegi! Kemudian, isilah tabel berikut ini!

Tabel 10.1 Ciri-Ciri Bangun Datar

No	Nama Benda	Berbentuk	Ciri-ciri
1			
2			
3			
4			
5			
6			

2) Sultan diberi pekerjaan rumah oleh guru keseniannya. Sultan diminta untuk membuat lima buah layang-layang dengan panjang diagonal pertamanya adalah 50 cm dan panjang diagonal keduanya 25 cm. Untuk memenuhi tugas tersebut, Sultan pergi ke toko alat tulis untuk membeli kertas. Kertas tersebut berbentuk persegi panjang dengan ukuran panjang 100 cm dan lebarnya 50 cm. Jika Sultan membuat layang-layang dengan ukuran kertas tersebut, berapa kertas yang tidak terpakai?

I. LATIHAN SOAL

1) Sebuah kolam renang yang berbentuk persegi panjang memiliki luas 200 m^2 akan ditanami pohon di tepinya. Ukuran panjang sama dengan 2 kali lebar. Pohon tersebut memiliki jenis pohon dan ukuran yang sama.
   a) Hitunglah ukuran panjang dan lebar kolam renang tersebut!
   b) Hitunglah keliling kolam renang!
   c) Berapa banyak pohon yang ditanam jika jarak antarpohon 2 m?

2) Bapak Syarif memiliki sebidang tanah berbentuk trapesium dengan ukuran tinggi 8 m dan ukuran jumlah sisi yang sejajar adalah 15 m. Pak Syarif berencana untuk membuat sebuah kolam berbentuk persegi dengan ukuran panjang 5 m. Berapakah luas kebun Pak Syarif yang tidak dibuat kolam ikan?

DAFTAR PUSTAKA

Jupri, A. (2021). *Geometri dengan pembuktian dan pemecahan masalah*. Bumi Aksara.

Karso, H. (2009). *Pendidikan matematika 1*. Universitas Terbuka.

Lumbantoruan, J. H. (2019). *Buku materi pembelajaran geometri 1*. Universitas Kristen Indonesia.

Jupri, A. (2021). *Geometri dengan pembuktian dan pemecahan masalah*. Bumi Aksara.

Nur'aeni, E., Pranata, O. H., Muharram, M. R. W., & Apriani, I. F. (2020). SPADE: Model pembelajaran geometri di sekolah dasar. *Indonesian Journal of Primary Education*, *4*(2), 204–211.

BAB 11

BANGUN RUANG

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Mahasiswa diharapkan mampu menyelesaikan masalah-masalah dalam matematika atau bidang lain yang penyelesaiannya menggunakan bangun ruang serta memiliki kemampuan dalam memberikan penjelasan tentang konsep tersebut kepada siswa SD.

A. PENDAHULUAN

Bangun ruang merupakan salah satu komponen matematika yang perlu kita pelajari untuk menetapkan konsep keruangan. Berdasarkan hal tersebut, materi bangun ruang perlu disampaikan dalam mata pelajaran Matematika mulai dari sekolah dasar. Hal ini dapat meningkatkan kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta kemampuan kolaborasi. Pengetahuan geometri dapat mengembangkan pemahaman seseorang terhadap dunia sekitarnya, tidak hanya kemampuan tentang bangun datar, tetapi juga kemampuan tentang bangun ruang. Bangun ruang merupakan sebutan untuk bangun-bangun tiga dimensi atau bagian ruang yang dibatasi oleh kemampuan titik-titik yang terdapat pada seluruh permukaan bangun tersebut.

Adanya bangun ruang akan membantu seseorang untuk memahami, menggambarkan, atau mendeskripsikan benda-benda yang berada di sekitarnya. Seorang anak akan lebih mampu memahami bangun ruang dengan baik apabila ia juga mampu melihat atau mengamati contoh konkret yang berada di sekitarnya. Ada banyak macam bangun ruang, di antaranya adalah limas segi empat, tabung, kerucut, balok, kubus, dan prisma. Setelah mempelajari materi bangun datar, Anda diharapkan dapat menyelesaikan persoalan tentang bangun ruang dengan tepat sesuai dengan ilmu yang sudah diajarkan.

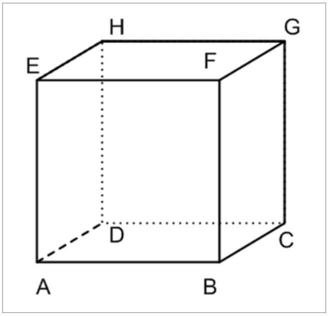
B. PENGERTIAN BANGUN RUANG

Bangun ruang merupakan bangunan tiga dimensi yang mempunyai sisi, titik sudut, dan rusuk yang saling membatasi. Selain itu, bangun ruang terdiri atas beberapa macam, antara lain bangun ruang kubus, bangun ruang balok, bangun ruang prisma segitiga, bangun limas segitiga, bangun ruang kerucut, dan bangun ruang tabung. Ruang itu sendiri memiliki berbagai bagian, di antaranya adalah sebagai berikut.

1) Sisi merupakan sekat yang dijadikan suatu pembatas antara bagian luar suatu bangun dan bagian dalam.
2) Rusuk merupakan perpotongan dari dua bidang sisi.
3) Titik sudut merupakan perpotongan dari 3 rusuk.
4) Diagonal bidang merupakan suatu garis yang dapat menghubungkan dua titik sudut yang letaknya tidak berurutan. Diagonal ruang merupakan suatu garis yang dapat menghubungkan dua buah titik sudut yang letaknya beraturan (Karim, 2011).

C. KUBUS

Kubus merupakan bangunan tiga dimensi yang memiliki rusuk sama panjang dan terdapat sisi kongruen sebagai pembatas yang berbentuk bujur sangkar (Gambar 11.1).



Gambar 11.1 Kubus *ABCDEFGH*

Kubus juga memiliki ciri-ciri, antara lain sebagai berikut:

1) terdiri atas dua belas rusuk sama panjang;
2) terdiri atas enam sisi;
3) terdiri atas delapan titik sudut;
4) terdiri atas empat diagonal ruang; dan
5) terdiri atas dua belas diagonal bidang.

Sisi kubus digunakan untuk mencari luas permukaan, volume, dan keliling. Rumus-rumus kubus dapat dituliskan sebagai berikut.

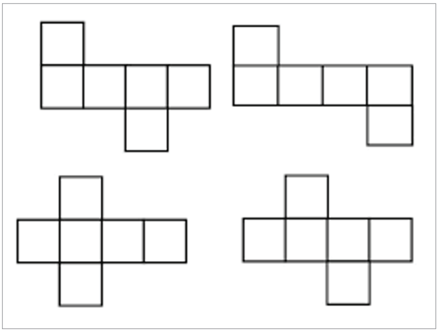
$$\begin{aligned}\textit{Luas permukaan} &= \textit{luas persegi ABCD} + \textit{luas persegi EFGH}\\ &\quad + \textit{luas persegi ABFE} + \textit{luas persegi CDGH}\\ &\quad + \textit{luas persegi ACEH} + \textit{luas persegi BDFG}.\\ &= (s\times s)+(s\times s)+(s\times s)+(s\times s)+(s\times s)+(s\times s)\\ &= 6\times s^2.\end{aligned}$$

$$\textit{Volume kubus} = s\times s\times s.$$

$$\textit{Keliling} = 12\times s.$$

Keterangan = sisi.

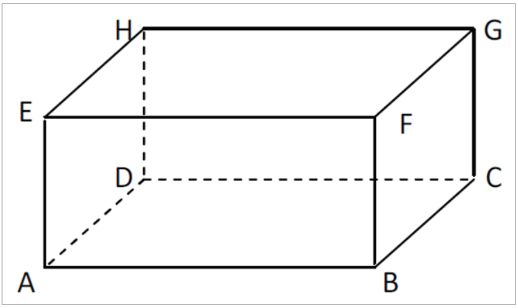
Kubus juga memiliki jaring-jaring, contohnya seperti gambar berikut ini (Gambar 11.2)



Gambar 11.2 Jaring-Jaring Kubus

D. BALOK

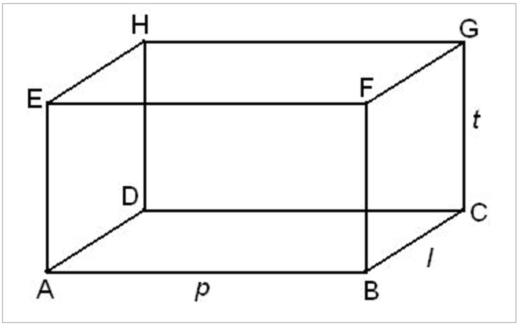
Balok merupakan bangun tiga dimensi yang memiliki enam bangun datar berbentuk persegi panjang yang saling berhadapan dan tegak lurus. Tiap-tiap rusuk yang sejajar mempunyai ukuran sama panjang (Gambar 11.3).



Gambar 11.3 Balok *ABCDEFGH*

Balok juga memiliki ciri-ciri, antara lain sebagai berikut:

1) terdiri atas dua belas rusuk, yaitu empat rusuk alas, empat rusuk tegak, dan empat rusuk atap;
2) terdiri atas enam sisi;
3) terdiri atas delapan titik;
4) terdiri atas empat diagonal ruang; dan
5) terdiri atas dua belas diagonal bidang.



Gambar 11.4 Elemen Bangun Balok

Balok juga mempunyai panjang, lebar dan tinggi yang berguna untuk mencari luas permukaan, volume dan keliling. Berdasarkan Gambar 11.4, dapat dituliskan rumus balok sebagai berikut.

$$\begin{aligned} \textit{Luas permukaan balok} &= \textit{luas persegi ABCD} + \textit{luas persegi EFGH} \\ &\quad + \textit{luas persegi ABFE} + \textit{luas persegi DCGH} \\ &\quad + \textit{luas persegi ADHE} + \textit{luas persegi BCGH}. \end{aligned}$$

Rumus tersebut dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \textit{Luas permukaan balok} &= (p \times l) + (p \times l) + (p \times t) \\ &\quad + (p \times t) + (t \times l) + (t \times t) \\ &= 2 \times (p \times l) + 2 \times (p \times t) + 2 \times (p \times l). \end{aligned}$$

$$\textit{Volume balok} = p \times l \times t.$$

$$\textit{Keliling} = 4\,(p + t + l).$$

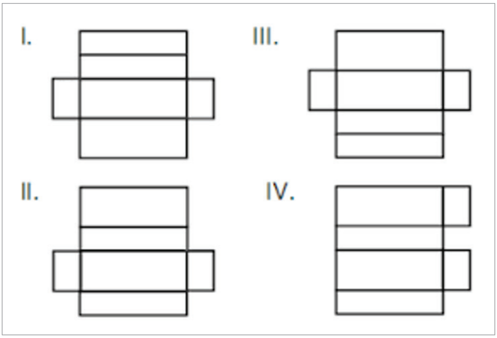
Keterangan:

l = lebar,

t = tinggi, dan

p = panjang.

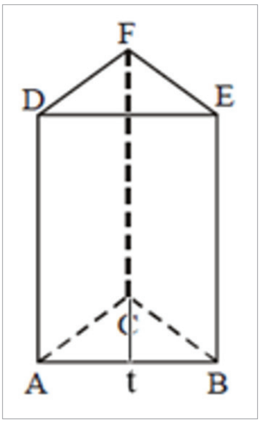
Balok juga memiliki jaring-jaring, contohnya seperti gambar berikut (Gambar 11.5).



Gambar 11.5 Jaring-Jaring Balok

E. PRISMA TEGAK SEGITIGA

Prisma tegak segitiga merupakan bangun tiga dimensi yang memiliki ukuran sama panjang antara alas dan atap berbentuk segitiga (Gambar 11.6).



Gambar 11.6 Prisma Segitiga

Prisma tegak segitiga juga memiliki ciri-ciri, antara lain sebagai berikut:

1) terdiri atas sembilan rusuk;
2) terdiri atas lima sisi;
3) terdiri atas enam titik;
4) terdiri atas enam diagonal bidang; dan
5) tidak memiliki bidang diagonal.

Prisma tegak segitiga juga memiliki alas dan tinggi yang berguna untuk mencari luas permukaan prisma segitiga, volume, dan keliling. Rumus luas permukaan dapat dituliskan sebagai berikut.

$$\textit{Luas prisma} = \textit{luas alas} + \textit{luas tutup} + \textit{luas selimut}$$

Karena luas alas dan luas tutup prisma sama, rumus luas prisma dapat disederhanakan lagi menjadi

$\textit{Luas permukaan prisma} = (2 \times \textit{luas alas}) + \textit{luas selimut}$, dengan

$\textit{Luas selimut prisma} = \textit{keliling } a \times t$ dan

$\textit{Rumus luas alas segitiga} = \frac{1}{2} \times a \times t.$

Sementara itu,

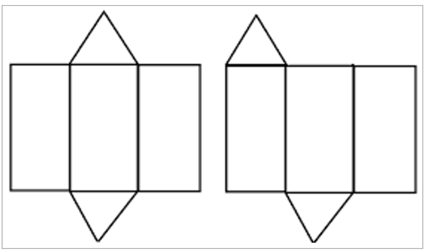
$\textit{Volume prisma tegak segitiga}$

$$= (\tfrac{1}{2} \times \textit{alas segitiga} \times \textit{tinggi segitiga} \times \textit{tinggi prisma}).$$

Keterangan:

$a =$ alas dan

$t =$ tinggi.

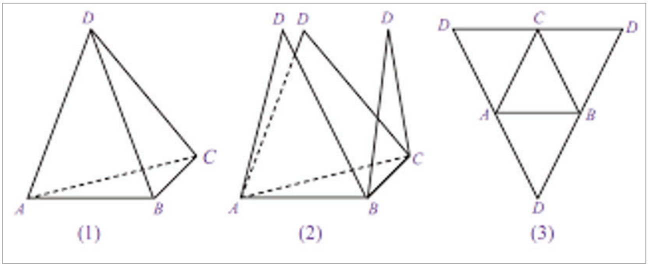


Gambar 11.7 Jaring-Jaring Prisma Segitiga

Prisma juga memiliki jaring-jaring, contohnya seperti gambar berikut ini (Gambar 11.7).

F. LIMAS SEGITIGA

Limas segitiga ialah bangun tiga dimensi yang dibatasi oleh sisi yang berbentuk segitiga dan memiliki alas (Gambar 11.8).



Gambar 11.8 Limas Segitiga

Limas segitiga juga memiliki ciri-ciri, antara lain sebagai berikut:

1) terdiri atas empat buah sisi;
2) terdiri atas enam buah rusuk;
3) terdiri atas empat buah titik sudut;
4) tidak memiliki bidang diagonal; dan
5) tidak memiliki diagonal bidang.

Limas segitiga memiliki tinggi dan alas yang berguna untuk mencari luas permukaan dan volume. Rumus-rumusnya dapat dituliskan sebagai berikut.

$$Luas\ alas = \frac{1}{2} \times a \times t.$$

$$Luas\ permukaan\ limas\ segitiga = luas\ alas + (2 \times luas\ sisi).$$

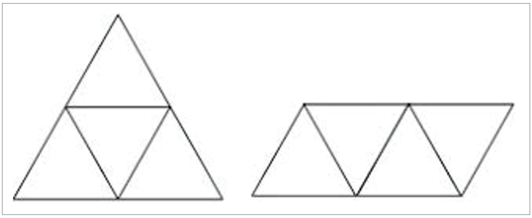
$$Volume\ limas\ segitiga = \frac{1}{2} \times luas\ alas \times t.$$

Keterangan:

a = panjang bidang alas dan

t = tinggi.

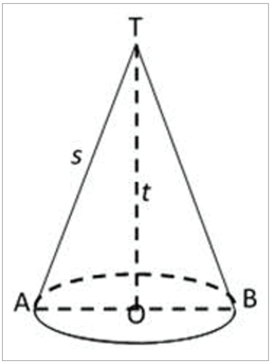
Limas segitiga juga memiliki jaring-jaring, contohnya seperti gambar berikut ini (Gambar 11.9).



Gambar 11.9 Jaring-Jaring Limas Segitiga

G. KERUCUT

Kerucut merupakan bangun ruang yang terdapat satu titik berbentuk runcing (Gambar 11.10).



Gambar 11.10 Kerucut

Kerucut memiliki ciri-ciri, antara lain sebagai berikut:

1) terdiri atas dua sisi;
2) tidak memiliki rusuk;
3) terdiri atas satu titik sudut;
4) tidak memiliki bidang diagonal; dan
5) tidak memiliki diagonal bidang.

Ukuran tinggi kerucut digunakan untuk mencari volume dan luas permukaan kerucut. Rumus-rumusnya dapat dituliskan sebagai berikut.

$Luas\ alas = \pi \times r^2.$

$Luas\ selimut = \pi \times r \times s.$

$$\begin{aligned} Luas\ permukaan\ kerucut &= luas\ alas + luas\ selimut \\ &= \pi \times r^2 + \pi \times r \times s. \end{aligned}$$

$Volume\ kerucut = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times t.$

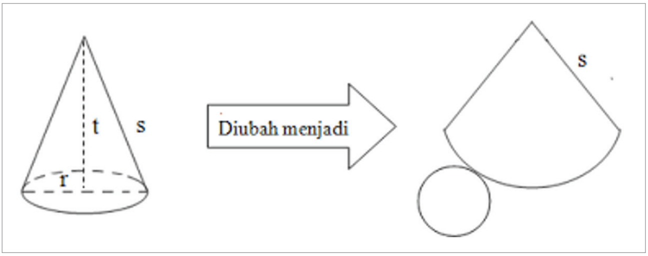
Keterangan:

r = jari-jari,

t = tinggi, dan

$\pi = 3{,}14$

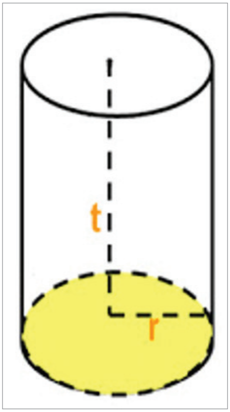
Kerucut juga memiliki jaring-jaring, contohnya seperti gambar berikut ini (Gambar 11.11).



Gambar 11.11 Jaring-Jaring Kerucut

H. TABUNG

Tabung merupakan bangun ruang yang diatasi oleh dua sisi yang kongruen dan sejajar yang berbentuk lingkaran dan juga memiliki sebuah sisi lengkung (Gambar 11.12).



Gambar 11.12 Tabung

Tabung juga memiliki ciri-ciri, antara lain sebagai berikut:

1) terdiri atas tiga buah sisi;
2) tidak memiliki rusuk;
3) tidak memiliki titik sudut;
4) tidak memiliki bidang diagonal; dan
5) tidak memiliki diagonal bidang.

Tabung memiliki diameter dan tinggi yang berguna untuk mencari luas alas dan volume. Rumus-rumusnya dapat dituliskan sebagai berikut.

$\textit{Luas alas} = \pi \times r^2$.

$\textit{Luas selimut} = 2 \times \pi \times r \times t$.

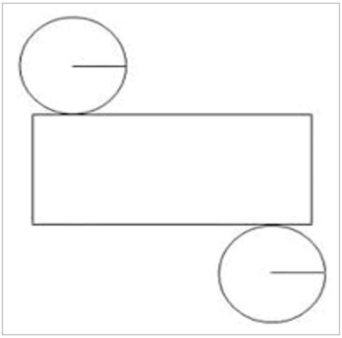
$$\begin{aligned} \textit{Luas permukaan tabung} &= 2\ \textit{luas alas} + \textit{luas selimut tabung} \\ &= (2 \times \pi \times r^2) + (2 \times \pi \times r \times t). \end{aligned}$$

$\textit{Volume tabung} = \pi \times r^2 \times t$.

Keterangan:

r = jari-jari,
$\pi = 3{,}14$ atau $\frac{22}{7}$, dan
t = tinggi.

Tabung juga memiliki jaring-jaring, contohnya seperti gambar berikut ini (Gambar 11.13).



Gambar 11.13 Jaring-Jaring Tabung

I. RANGKUMAN

1) Bangun ruang merupakan bangunan tiga dimensi yang mempunyai sisi, titik sudut, dan rusuk yang saling membatasi.

2) *Luas permukaan kubus*
$= (s \times s) + (s \times s) + (s \times s) + (s \times s) + (s \times s) + (s \times s)$
$= 6 \times s^2$.
Volume kubus $= s \times s \times s$.
Keliling $= 12 \times s$.

3) *Luas permukaan balok*
$= (p \times l) + (p \times l) + (p \times t) + (p \times t) + (t \times l) + (t \times t)$
$= 2 \times (p \times l) + 2 \times (p \times t) + 2 \times (p \times l)$.
Volume balok $= p \times l \times t$.
Keliling balok $= 4\ (p + t + l)$.

4) *Luas permukaan prisma* $= (2 \times \textit{luas alas}) + \textit{luas selimut}$.
Luas selimut prisma $= \textit{keliling}\ a \times t$.
Rumus luas alas segitiga $= \frac{1}{2} \times a \times t$.
Volume prisma tegak segitiga $= (\frac{1}{2} \times \textit{alas segitiga} \times \textit{tinggi segitiga} \times \textit{tinggi prisma})$.

5) $Luas\ alas = \frac{1}{2} \times a \times t.$

   $Luas\ permukaan\ limas\ segitiga = luas\ alas + (2 \times luas\ sisi).$

   $Volume\ limas\ segitiga = \frac{1}{2} \times luas\ alas \times t.$

6) $Luas\ alas = \pi \times r^2.$

   $Luas\ selimut = \pi \times r \times s.$

   $Luas\ permukaan\ kerucut = luas\ alas + luas\ selimut$

   $= \pi \times r^2 + \pi \times r \times s.$

   $Volume\ kerucut = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times t.$

7) $Luas\ alas = \pi \times r^2.$

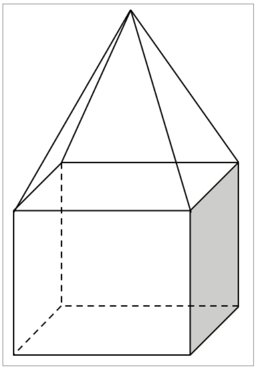
   $Luas\ selimut = 2 \times \pi \times r \times t.$

   $Luas\ permukaan\ tabung = 2\ luas\ alas + luas\ selimut\ tabung$

   $= (2 \times \pi \times r^2) + (2 \times \pi \times r \times t).$

   $Volume\ tabung = \pi \times r^2 \times t.$

J. BAHAN DISKUSI



Gambar 11.14 Gabungan Bangun Ruang

1) Coba perhatikan Gambar 11.14 yang merupakan gabungan beberapa bangun ruang, kemudian jawablah pertanyaan berikut ini!
   a) Terdiri atas berapa bangun ruang Gambar 11.14?
   b) Sebutkan bangun ruang apa saja yang menyusun bangun ruang tersebut!

c) Tentukan volume dari bangun ruang tersebut jika panjang setiap rusuk adalah 5 cm!
d) Tentukan luas permukaan bangun ruang tersebut!

2) Perhatikan bangun ruang di sekitarmu lalu gambar ulang bangun ruang tersebut dan tentukan volume serta luas permukaan dari bangun ruang tersebut!
3) Sebuah limas segitiga memiliki alas berbentuk segitiga sama kaki, dengan memiliki ukuran panjang sisi pada alasnya 12 cm dan panjang pada kakinya 10 cm. Berapakah volume dari limas segitiga tersebut, jika tinggi yang dimiliki limas tersebut adalah 9 cm?
4) Sebuah kerucut memiliki panjang jari-jari alas 7 cm dan tinggi 24 cm. berapakah luas dari seluruh kerucut itu dengan $\pi = 22/7$?
5) Sebuah tabung memiliki jari-jari yang berukuran 10 cm. Jika tingginya 21 cm, tentukanlah volume tabung tersebut!

K. LATIHAN SOAL

1) Apabila panjang rusuk kubus adalah 15 cm, tentukan volume dan luas permukaan kubus tersebut!
2) Ani memiliki akuarium yang berbentuk balok. Hitunglah volume dari akuarium Ani jika akuarium tersebut memiliki panjang 9 cm, lebar 7 cm, dan tinggi 3 cm.
3) Sebuah prisma segitiga memiliki ukuran panjang alas sebesar 18 cm dan tingginya 15 cm, serta memiliki tinggi permukaan 26 cm, berapakah volume prisma segitiga tersebut?

DAFTAR PUSTAKA

Karim, M. A. (2011). *Materi pokok pendidikan matematika 2*. Universitas Terbuka.

Nur'aeni, E., Pranata, O. H., Muharram, M. R. W., & Apriani, I. F. (2020). SPADE: Model pembelajaran geometri di sekolah dasar. *Indonesian Journal of Primary Education*, *4*(2), 204–211.

Rosiyanti, H., Eminita, V., & Riski, R. (2020). Desain Media Pembelajaran Geometri Ruang Berbasis Powtoon. *FIBONACCI: Jurnal Pendidikan Matematika Dan Matematika*, *6*(1), 77–86.


1/2
3
x
ab
c

BAB 12

PENGOLAHAN DATA

KEMAMPUAN AKHIR YANG DIHARAPKAN

Setelah menerima materi ini melalui diskusi, latihan soal, dan belajar mandiri, mahasiswa dapat menyelesaikan masalah-masalah dalam matematika atau bidang lain yang penyelesaiannya menggunakan pengolahan data, serta memiliki kemampuan dalam memberikan penjelasan tentang konsep tersebut kepada siswa SD.

A. PENDAHULUAN

Pengolahan data sangat lekat hubungannya dengan berbagai kegiatan sehari-hari. Sebagai contoh, proses pengumpulan data tinggi badan siswa, penentuan nilai rata-rata siswa, dan pengumpulan data hobi masing-masing siswa. Berdasarkan hal tersebut, sangat penting bagi siswa untuk mempelajari tentang materi pengolahan data. Pada pendidikan sekolah dasar hanya diberikan pengenalan mengenai konsep pengolahan data. Dalam bab ini, juga akan dibahas tentang tips dan trik dalam penyampaian materi agar mudah dipahami oleh siswa.

Data yang diperoleh dari hasil wawancara atau pengukuran langsung dapat disajikan dalam diagram batang, diagram grafis, dan diagram lingkaran. Cara untuk memudahkan kita dalam menganalisis data yang diperoleh adalah dengan menyajikan data ke dalam bentuk yang dimaksud tersebut. Setelah disajikan untuk memperoleh informasi yang lain, diperlukan pengolahan data yang meliputi *mean*, median, dan modus. Pada kegiatan ini, diharapkan mahasiswa memiliki kemampuan dalam menyelesaikan persoalan tentang pengolahan data dengan tepat sesuai dengan ilmu yang sudah diajarkan.

B. JENIS-JENIS DATA

Sebelum membahas lebih lanjut mengenai pengelolaan data, mahasiswa diharapkan dapat memahami terlebih dahulu jenis-jenis data. Berdasarkan sumber diperolehnya data, data terdiri atas dua jenis, yaitu data primer dan data sekunder.

1) Data primer adalah data yang diperoleh atau dikumpulkan sendiri oleh perorangan atau kelompok tertentu secara langsung dari objek yang diteliti untuk memenuhi kebutuhan yang bersangkutan. Berdasarkan pengertian dari data primer tersebut, dapat diambil contoh kegiatan yang dilakukan untuk mendapatkan data primer, yakni wawancara. Selain itu, ada observasi, baik yang dilakukan di lapangan maupun observasi yang dilakukan di laboraturium, dan lain sebagainya.
2) Data sekunder adalah data yang diperoleh atau dikumpulkan dari suatu sumber tidak secara langsung dari objek yang akan diteliti, tetapi diperoleh melalui pengumpulan data dari arsip-arsip resmi atau studi kasus sebelumnya. Data sekunder biasanya diterbitkan oleh lembaga atau instansi lain. Data sekunder bisa diperoleh dari lembaga resmi, seperti Badan Pusat Statistik, Badan Riset dan Inovasi Nasional, dan lain sebagainya. Data sekunder biasanya telah tersedia dari berbagai sumber yang diterbitkan oleh lembaga

resmi, seperti buku yang memiliki ISBN, jurnal nasional atau internasional terindeks, hasil sensus, dan sebagainya.

Data primer dan data sekunder memiliki keunggulan dan kelemahan masing-masing. Keunggulan data primer adalah data yang diperoleh lebih spesifik sesuai kebutuhan peneliti, data primer cenderung lebih *up to date* (terkini), dan data yang diperoleh masih berupa data mentah karena harus dioleh terlebih dahulu sesuai kebutuhan. Kelemahan dari data primer adalah waktu yang diperlukan cenderung lama karena butuh persiapan untuk melakukan observasi maupun wawancara. Keunggulan data sekunder adalah data yang diperoleh merupakan data primer yang telah dihaluskan, tidak dibutuhkan waktu lama dalam proses pengumpulannya dan tidak dibutuhkan biaya yang terlampau mahal. Kelemahan data sekunder adalah data yang diperoleh tidak *up to date* karena data tersebut berkaitan dengan data sebelumnya dan data yang diperoleh dari data sekunder tidak bisa spesifik sesuai kebutuhan.

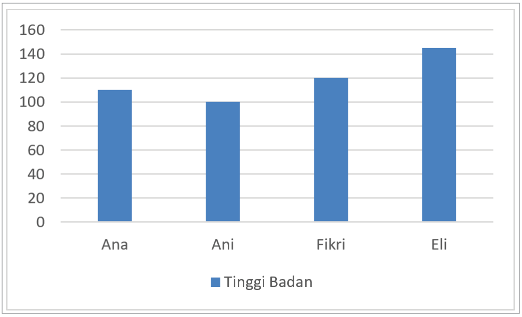
C. MENYAJIKAN DATA

Sekumpulan data dapat disajikan dalam bentuk diagram, yaitu diagram batang, diagram grafis, dan diagram lingkaran. Ketiga diagram tersebut dapat diuraikan sebagai berikut.

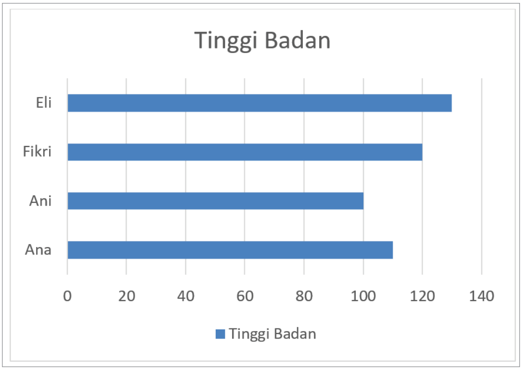
1. Menyajikan Data dalam Bentuk Diagram Batang

Diagram batang disajikan dalam bentuk bidang datar berupa persegi panjang. Penyajian data menggunakan diagram batang memudahkan kita untuk mengetahui kumpulan beberapa data yang berbeda. Penyajian diagram batang juga terdiri atas dua cara, yaitu diagram batang tegak dan diagram batang mendatar. Berikut contoh diagram batang tegak dan diagram batang mendatar (Gambar 12.1–12.2).

Langkah-langkah penyajian data dalam bentuk diagram batang adalah sebagai berikut.



Gambar 12.1 Contoh Diagram Batang Tegak



Gambar 12.2 Contoh Diagram Batang Mendatar

1) Buatlah bidang Cartesius yang terdiri atas sumbu x dan sumbu y. Sumbu x merupakan garis mendatar atau horizontal dan sumbu y merupakan garis tegak atau vertikal.
2) Bagilah sumbu mendatar dan sumbu tegak dengan skala yang sama. Skala pada sumbu mendatar dan sumbu tegak tidak harus sama. Titik potong antara sumbu tegak dan sumbu mendatar diberi angka nol. Selanjutnya, skala pada sumbu mendatar dan sumbu tegak harus membentuk barisan aritmatika.
3) Berilah keterangan pada sumbu mendatar dan sumbu tegak. Apabila penyajian data berupa diagram batang tegak, sumbu

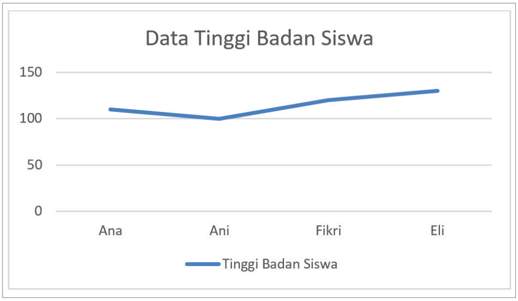
mendatar berupa keterangan atau objek yang diteliti, sedangkan sumbu tegak berupa informasi yang diperoleh dari objek yang diteliti berupa frekuensi keterangan. Apabila penyajian data berupa diagram batang mendatar, sumbu mendatar merupakan informasi yang diperoleh dari objek yang diteliti berupa frekuensi keterangan, sedangkan sumbu tegak berupa keterangan atau objek yang diteliti.

4) Tarik garis tegak lurus dari sumbu mendatar atau sumbu x dan tarik garis mendatar pada sumbu tegak atau sumbu y. Kemudian, titik pertemuan tersebut dijadikan titik tengah pada bidang persegi panjang yang akan dibuat. Buatlah dan arsirlah persegi panjang yang telah terbentuk.
5) Berilah judul pada diagram batang tersebut.

2. Menyajikan Data dalam Bentuk Diagram Garis

Penyajian data dalam bentuk diagram garis adalah penyajian data menggunakan garis lurus. Data yang disajikan dengan menggunakan diagram garis biasanya data yang diperoleh berdasarkan pengamatan yang dilakukan secara berurutan dari waktu ke waktu. Dalam penyajian diagram garis, terdapat sumbu x dan sumbu y. Sumbu x merupakan variabel kontrol atau peubah tetap, sedangkan sumbu y merupakan variabel bebas atau peubah bebas. Biasanya sumbu x menyatakan waktu yang diperlukan untuk melakukan pengamatan, sedangkan sumbu y merupakan data hasil pengamatan. Kemudian, hubungan antara waktu dan hasil pengamatan digambarkan pada kolom xy. Masing-masing hasil yang diperoleh dari hubungan antara waktu dan hasil pengamatan tersebut dihubungkan dengan garis lurus. Sama seperti diagram batang, sebelum membuat diagram garis, data disajikan terlebih dahulu pada tabel frekuensi. Berikut contoh penyajian data dalam bentuk diagram garis (Gambar 12.3).

Langkah–langkah dalam penyajian data dalam bentuk diagram batang adalah sebagai berikut.

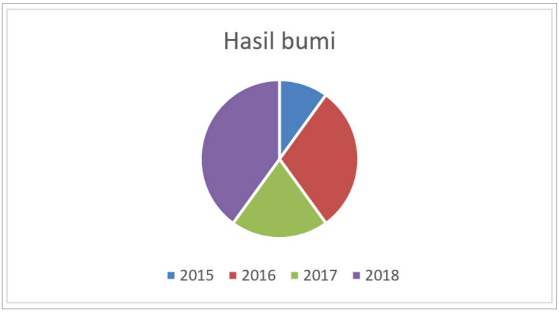


Gambar 12.3 Contoh Diagram Baris

1) Buatlah bidang Cartesius yang terdiri atas sumbu *x* dan sumbu *y*. Sumbu *x* merupakan garis mendatar atau horisontal dan sumbu *y* merupakan garis tegak atau vertikal.
2) Bagilah sumbu mendatar dan sumbu tegak dengan skala yang sama. Skala pada sumbu mendatar dan sumbu tegak tidak harus sama. Titik potong antara sumbu tegak dan sumbu mendatar di beri angka nol. Selanjutnya skala pada sumbu mendatar dan sumbu tegak harus membentuk barisan aritmatika.
3) Berilah keterangan pada sumbu mendatar dan sumbu tegak. Sumbu mendatar berupa keterangan atau objek yang diteliti, sedangkan sumbu tegak berupa informasi yang diperoleh dari objek yang diteliti berupa frekuensi keterangan.
4) Tarik garis tegak lurus dari sumbu mendatar atau sumbu *x* dan tarik garis mendatar pada sumbu tegak atau sumbu *y*.
5) Berikan arsiran bulat pada titik pertemuan tersebut.
6) Hubungkan titik-titik pertemuan yang diperoleh dengan garis lurus.
7) Berilah judul pada diagram batang tersebut.

3. Menyajikan Data dalam Bentuk Diagram Lingkaran

Diagram lingkaran adalah penyajian data menggunakan lingkaran. Penyajian ini dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu dalam satuan persen atau satuan derajat. Penyajian data dalam satuan persen adalah dengan mengalikan hasil pembagian nilai masing-masing sektor per nilai keseluruhan sektor dengan seratus persen. Penyajian data dalam satuan derajat adalah dengan mengalikan hasil pembagian nilai masing-masing sektor per nilai keseluruhan sektor dengan tiga ratus enam puluh derajat. Berikut contoh penyajian data dalam bentuk diagram lingkaran (Gambar 12.4).



Gambar 12.4 Contoh Diagram dalam Bentuk Lingkaran

Langkah-langkah penyajian data dalam bentuk diagram lingkaran adalah sebagai berikut.

1) Tentukan nilai total dari data yang diperoleh dengan menjumlahkan seluruh nilai data.
2) Ubahlah nilai dari masing-masing data yang diperoleh ke dalam bentuk sektor sudut dengan cara sebagai berikut.

$$Sektor\ sudut\ data = \frac{nilai\ data}{nilai\ total\ data} \times 360\,°.$$

Apabila data yang diperoleh disajikan dalam bentuk persentase, bentuk persentase tersebut harus dikonversi ke dalam bentuk derajat terlebih dahulu untuk memudahkan proses penyajian data dalam bentuk diagram lingkaran. Adapun cara untuk mengonversinya adalah sebagai berikut.

$$Sektor\ sudut\ data = \frac{x}{100} \times 360°.$$

3) Buatlah sebuah lingkaran dengan menggunakan jangka.
4) Bagilah lingkaran yang telah terbentuk menjadi beberapa sektor dengan cara tarik garis lurus antara titik pusat lingkaran dengan sebarang titik pada lingkaran. Kemudian, tentukan titik berikutnya sesuai dengan besar sudut yang diperoleh dengan busur lalu hubungkan titik tersebut dengan pusat lingkaran. Lakukan hal yang sama sampai seluruh data tersaji dalam lingkaran tersebut.
5) Berilah nama dan besar persentase pada masing-masing bidang sesuai dengan keterangan data.
6) Arsirlah masing-masing bidang dengan warna yang berbeda.

D. PENGURUTAN DATA

Pengurutan data dilakukan apabila data yang akan dianalisis adalah dalam jumlah besar. Apabila data yang akan diolah atau dianalisis adalah data dalam jumlah kecil, kita tidak akan mengalami kesulitan dalam proses analisis data tersebut. Namun, apabila data dalam jumlah besar, kita butuh proses pengurutan data terlebih dahulu. Pengurutan data merupakan salah satu pengolahan data yang sederhana. Proses pengurutan data tersebut dilakukan dengan mengurutkan data yang diperoleh melalui pengumpulan data, dari yang terendah ke yang tertinggi maupun sebaliknya. Pengurutan data ini berguna untuk memudahkan dalam menentukan data terendah, nilai tengah, dan nilai tertinggi.

E. PENAFSIRAN DATA

Menafsirkan data merupakan kegiatan yang lebih dalam dari sekadar membaca data. Dalam menafsirkan data, kita perlu melakukan analisis setelah membaca data tersebut. Proses penafsiran data adalah menganalisis, menafsirkan data, dan menarik kesimpulan dari hasil analisis yang dilakukan (Heryanto, 2008).

F. PENGOLAHAN DATA

Ukuran pemusatan data terdiri atas *mean*, median, dan modus. Ukuran pemusatan data yang dimaksud termasuk ke dalam analisis statistika deskriptif. Dalam menerangkan ukuran pemusatan data, ketiga ukuran pemusatan data tersebut memiliki kekurangan dan kelebihan. Kelebihan, kekurangan, dan kegunaan dari ketiga ukuran pemusatan data tersebut dapat diketahui apabila kita memahami pengertian analisis statistika deskriptif terlebih dahulu.

Analisis statistika deskriptif memiliki pengertian sebagai metode yang berkaitan dengan penyajian data sehingga memberikan informasi yang berguna. Proses penyajian data ini dilakukan dengan tujuan mendapatkan bentuk yang lebih ringkas dari suatu data yang diperoleh sehingga mampu memberikan informasi yang berguna dan sesuai kebutuhan.

Ukuran pemusatan data adalah suatu ukuran yang menggambarkan pusat dari kumpulan data yang bisa mewakilinya. Selanjutnya akan dijelaskan mengenai ketiga ukuran pemusatan data tersebut.

1. *Mean* (Rataan Hitung)

Mean sama artinya dengan rataan hitung atau rata-rata dari beberapa buah data. *Mean* diperoleh dengan cara membagi jumlah data dengan banyaknya data yang diteliti. Rumus umum dari rataan hitung tersebut adalah

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

2. Modus

Modus adalah suatu data yang frekuensinya sering muncul atau paling banyak muncul. Langkah-langkah dalam menentukan modus adalah sebagai berikut.

1) Urutkan data yang diperoleh dari nilai terkecil ke nilai terbesar.
2) Hitung banyaknya frekuensi dari masing-masing nilai pada data.
3) Tentukan nilai modus dengan mencari nilai data yang memiliki frekuensi paling tinggi.

3. Median

Median adalah nilai tengah di antara deret nilai yang disusun dari yang terkecil sampai ke yang terbesar atau sebaliknya. Median dapat digunakan untuk menentukan letak tengah data setelah data disusun menurut urutan nilainya atau dengan kata lain median dapat digunakan untuk mengetahui nilai tengah dari data yang sudah terurut. Langkah-langkah dalam menentukan median adalah sebagai berikut.

1) Urutkan data yang diperoleh dari nilai terkecil ke nilai terbesar.
2) Tentukan letak data tengah dengan menggunakan dua rumus sebagai berikut. Apabila banyaknya data (n) adalah bilangan ganjil, letak data tengah ditentukan dengan rumus berikut.

$$Letak\ data\ tengah = \frac{n+1}{2}.$$

Apabila banyaknya data (n) adalah bilangan genap, letak data tengah ditentukan dengan rumus berikut.

$$Letak\ data\ tengah = \tfrac{n}{2}.$$

3) Tentukan nilai tengah dengan mencari nilai data tengah sesuai informasi letak yang diperoleh (Karim, 2011).

G. RANGKUMAN

1) Jenis-jenis data berdasarkan sumber diperolehnya terdiri atas data primer dan data sekunder. Data primer diperoleh secara langsung dan data sekunder diperoleh secara tidak langsung.
2) Penyajian data dapat disajikan ke dalam beberapa bentuk, yaitu diagram batang, diagram lingkaran, dan diagram garis.
3) Pengurutan data dilakukan apabila data yang akan dianalisis adalah jumlah besar. Menafsirkan data merupakan kegiatan yang lebih dalam dari sekadar membaca data.
4) Ukuran pemusatan data dalam analisis statistika deskriptif terdiri atas *mean* yang berarti rataan hitung, modus yang berarti nilai yang sering muncul, dan median yang merupakan nilai tengah suatu data.

H. BAHAN DISKUSI

Perhatikan Tabel 12.1 berikut!

Tabel 12.1 Penerimaan Mahasiswa Baru Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Tahun Penerimaan Mahasiswa Baru	Banyaknya Mahasiswa Baru
2016	1.300
2017	1.700
2018	1.800

Berdasarkan informasi dari Tabel 12.1 apabila data tersebut akan disajikan dalam bentuk diagram, diagram apakah yang tepat untuk menyajikan data tersebut? Dari ketiga jenis diagram, yaitu diagram batang, diagram lingkaran, dan garis, pilihlah salah satu jenis diagram yang cocok untuk menggambarkan keadaan tersebut! Kemudian, sajikan data pada tabel dalam bentuk diagram yang sesuai. Selanjutnya, silakan kemukakan pendapat Anda!

I. LATIHAN SOAL

1) Data tinggi badan (dalam cm) peserta didik kelas VI yang diperoleh dalam pengukuran adalah sebagai berikut.

   141 142 140 136 137140 140 130 137 140

   137 136 136 140 142 140 139 138 136 141

   Sajikanlah data tersebut dalam bentuk diagram batang!

2) Diberikan tabel sebagai berikut. Tabel berikut ini berisi informasi tentang hasil bumi Provinsi Jawa Barat tahun 2002–2006.

Tahun	Banyaknya Mahasiswa Baru
2002	6.000
2003	8.000
2004	7.000
2005	7.000
2006	12.000

Lengkapilah tabel berikut ini lalu buatlah diagram lingkaran untuk data tersebut!

Diagram lingkaran dalam satuan persen (%).

Tahun	Banyak Hasil Bumi (ribu ton)	Persen (%)
2002	6.000	
2003	8.000	
2004	7.000	
2005	7.000	
2006	12.000	
Jumlah	**40.000**	

Diagram lingkaran dalam satuan derajat (°)

Tahun	Banyak Hasil Bumi (ribu ton)	Derajat (°)
2002	6.000	
2003	8.000	
2004	7.000	
2005	7.000	
2006	12.000	
Jumlah	**40.000**	360°

3) Urutkan data di bawah ini dari data terendah sampai data tertinggi! Data hasil ulangan Bahasa Indonesia kelas VI adalah sebagai berikut.

   6, 6, 8, 7, 8, 9, 6, 7, 8, 6, 6, 9, 7, 7, 8, 8, 5, 6, 9, 7, 8, 6, 6, 7, 10, 8, 9, 8, 5, 7. Berdasarkan data tersebut tentukan nilai-nilai berikut:

   a) data nilai terendah,
   b) data nilai tengah (median),
   c) data nilai tertinggi, dan
   d) *mean* dan modus.

DAFTAR PUSTAKA

Heryanto, N. (2008). *Materi pokok statistika dasar*. Universitas Terbuka.

Karim, M. A. (2011). *Materi pokok pendidikan matematika 2*. Universitas Terbuka.

Nalim, N., & Salafudin, S. (2012). *Statistika deskriptif*. STAIN Pekalongan Press.

Walpole, R. E. (1995). *Pengantar statistika.*Gramedia Pustaka Utama.

Widiyanto, M. A. (2013). *Statistika terapan*. Elex Media Komputindo.


1
3 2
x
ab
c

QR CODE JAWABAN LATIHAN SOAL

Scan barcode:

https://penerbit.brin.go.id/press/catalog/view/693/647/16289

GLOSARIUM

Asosiatif	:	Sifat operasi penjumlahan atau perkalian tiga buah bilangan dengan pengelompokan.
Balok	:	Bangun ruang tertutup yang terbentuk dari enam daerah persegi panjang/prisma tegak yang alasnya persegi panjang/suatu bangun ruang.
Bangun datar	:	Bangun yang dibuat pada permukaan datar.
Bangun ruang	:	Bangun yang bersifat tiga dimensi dan memiliki volume atau suatu bangun yang tidak seluruhnya terletak dalam bidang.
Bilangan asli	:	Suatu bilangan yang biasanya digunakan untuk menghitung sehari-hari, yaitu 1, 2, 3, 4, 5, dan seterusnya.
Bilangan bulat	:	Gabungan bilangan positif, nol, dan bilangan negatif.
Bilangan cacah	:	Bilangan yang digunakan dalam membilang, yaitu 0, 1, 2, 3, dan seterusnya.
Bilangan genap	:	Bilangan yang habis dibagi dua.
Bilangan ganjil	:	Bilangan yang tidak habis dibagi dua.

Bilangan prima	:	Bilangan yang hanya memiliki tepat dua faktor, yaitu 1 dan bilangan itu sendiri.
Distributif	:	Sifat operasi penyebaran bilangan.
Faktor bilangan	:	Bilangan-bilangan yang merupakan pembagi habis suatu bilangan atau suatu bilangan yang membagi habis bilangan lain.
Faktor persekutuan	:	Bilangan-bilangan yang sama dari dua faktor bilangan atau lebih atau himpunan faktor-faktor.
Faktor prima	:	Faktor bilangan bulat yang merupakan bilangan prima.
Faktorisasi	:	Pembentukan suatu bilangan menjadi bentuk perkalian beberapa faktor.
FPB	:	Suatu bilangan asli terbesar yang merupakan anggota faktor persekutuan dari dua bilangan atau lebih.
Himpunan	:	Kumpulan benda yang didefinisikan dengan tepat (jelas).
Kelipatan	:	Hasil perkalian bilangan tersebut dengan bilangan asli.
Kelipatan persekutuan	:	Bilangan yang merupakan persekutuan kelipatan dua bilangan atau lebih.
Komutatif	:	Pertukaran atau sifat operasi penjumlahan atau perkalian bilangan, yaitu $a + b = b + a = b \times a$ untuk setiap a, b sembarang bilangan.
KPK	:	Suatu bilangan asli terkecil yang merupakan anggota kelipatan persekutuan dua bilangan atau lebih.
Kubus	:	Balok yang memiliki ukuran panjang, lebar, dan tinggi yang sama.
Layang-layang	:	Segi empat dengan dua pasang sisi yang berdekatan sama panjang.
Pecahan	:	Bilangan yang menggambarkan bagian dari suatu keseluruhan atau bagian dari himpunan.

Pecahan campuran : Pecahan yang terdiri atas bagian bulat dan bagian pecahan murni.

Pecahan murni : Pecahan yang pembilangnya kurang dari penyebutnya.

Pembilang : Angka dalam pecahan yang menunjukkan yang dibagi atau biasa disebut bilangan cacah pada pecahan.

Pengurangan : Operasi yang digunakan untuk memperoleh selisih dari dua bilangan.

Penjumlahan : Operasi yang digunakan untuk memperoleh jumlah dari dua bilangan.

Penyebut : Angka dalam pecahan yang menunjukkan bilangan pembaginya atau bilangan asli pada pecahan.

Persegi : Segi empat yang mempunyai empat sudut siku-siku yang panjang sisi-sisinya sama.

Persegi panjang : Segi empat yang mempunyai empat sudut siku-siku dan sisi-sisi berhadapannya sama panjang.

Rusuk : Garis atau ruas garis yang merupakan perpotongan dua bidang dari suatu bangun ruang.

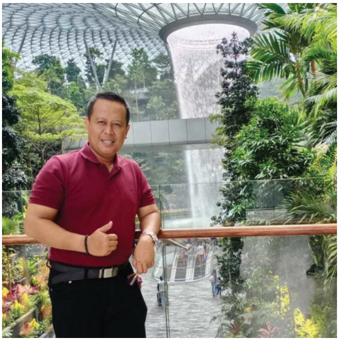
Segitiga : Bangun datar yang mempunyai tiga sisi, tiga sudut, dan tiga buah titik sudut.

TENTANG PENULIS

Ridho Alfarisi

lahir di Jember, 7 November 1994, merupakan putra terakhir dari tiga bersaudara. Penulis menempuh pendidikan formal di MI Bustanul Ulum 13 Pakis (1999–2005), SMPN 2 Rambipuji (2005–2008) dan SMAN Rambipuji (2008–2011). Setelah lulus SMA, penulis melanjutkan studi ke Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember melalui jalur SNMPTN Tulis 2011 hingga akhirnya dinyatakan lulus pada bulan Desember 2014 dan mendapat predikat *cum laude*. Penulis melanjutkan studi magister ke Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya. Kemudian, penulis melanjutkan studi doktoral di Program Studi Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Airlangga. Salah satu pengalaman penulis adalah melakukan penelitian di University of Newcastle, Callaghan, Australia melalui program Non-Degree Training. Selain itu, penulis melakukan kolaborasi riset dengan Kongunadu Arts and Science College India dan COMSATS University

Islamabad Pakistan. Bidang minat yang ditekuni penulis selama studi, baik S-1 maupun S-3 adalah teori graf. Sekarang, penulis menjadi staf pengajar di Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar FKIP Universitas Jember. *E-mail*: alfarisi.fkip@unej.ac.id



Dafik

lahir di Situbondo, 2 Agustus 1968. Setelah lulus SMA, penulis melanjutkan studi S-1 di Program Studi Pendidikan Matematika, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Jember. Penulis melanjutkan studi S-2 di University of Manchester Institute of Science and Technology, Inggris. Kemudian, penulis melanjutkan studi doktoral S-3 di University of Ballarat, Australia. Pada tahun 2013, penulis diangkat menjadi profesor di bidang teori graf. Bidang minat yang ditekuni penulis adalah teori graf. Sekarang, penulis menjadi staf pengajar di Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember. *E-mail*: d.dafik@unej.ac.id

Rafiantika Megahnia Prihandini

lahir di Bondowoso, 5 Oktober 1989. Setelah lulus SMA, penulis melanjutkan studi S-1 di Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember. Penulis melanjutkan studi S-2 di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember. Bidang minat yang ditekuni penulis adalah teori graf. Sekarang, penulis menjadi staf pengajar di Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember. *E-mail*: rafiantikap.fkip@unej.ac.id

INDEKS

PENDIDIKAN MATEMATIKA SEKOLAH DASAR

Siapa yang tidak tahu matematika? Hal yang paling dasar dalam kehidupan kita juga selalu bersinggungan dengan matematika. Oleh karena itu, penting bagi kita mengetahui dan menguasai dasar-dasar tentang ilmu ini, apalagi sebagai tenaga pendidik.

Melalui buku ini, pembaca dapat menemukan satu cara belajar matematika yang sangat asyik dan mudah dipahami karena disajikan dalam bentuk interaktif. Dengan demikian, pembaca, termasuk calon guru sekolah dasar/matematika ataupun siapa saja yang tertarik dengan pembelajaran matematika akan menemukan satu metode pengajaran matematika yang sangat menyenangkan.

BRIN
BADAN RISET DAN INOVASI NASIONAL

Diterbitkan oleh:
Penerbit BRIN, Anggota Ikapi
Direktorat Repositori, Multimedia, dan Penerbitan Ilmiah
Gedung B.J. Habibie, Jl. M.H. Thamrin No. 8,
Kb. Sirih, Kec. Menteng, Kota Jakarta Pusat,
Daerah Khusus Ibukota Jakarta 10340
Whatsapp: +62 811-1064-6770
E-mail: penerbit@brin.go.id
Website: penerbit.brin.go.id

DOI 10.55981/brin.693

e-ISBN 978-623-8372-11-9

9 786238 372119